

ФГБОУ ВО ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ



На правах рукописи

Охотников Сергей Аркадьевич

**МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНЫХ
КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ В СИСТЕМАХ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ**

Специальность 2.2.13 - Радиотехника, в том числе системы и устройства
телевидения

Диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант:
доктор технических наук, профессор
Хафизов Р.Г.

Йошкар-Ола – 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ	6
ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	7
ВВЕДЕНИЕ.....	9
1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ И МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ИСКАЖЕНИЙ	21
1.1. Методы оценки и коррекции геометрических искажений.....	21
1.2. Математические модели контуров изображений объектов.....	30
1.3. Обсуждение результатов и конкретизация задач диссертационных исследований.....	38
2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНЫХ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ.....	42
2.1. Классификация контуров изображений объектов	42
2.2. Математическая модель непрерывного контура.....	45
2.3. Математическая модель дискретного контура.....	48
2.4. Математическая модель случайного контура.....	53
2.5. Выводы по главе 2.....	60
3. СПЕКТРАЛЬНЫЙ И КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ЛИНЕЙНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ.....	62
3.1. Спектральный анализ непрерывных контуров, заданных в комплекснозначном виде	62
3.2. Спектральный анализ дискретных контуров, заданных в комплекснозначном виде	69
3.3. Спектральный анализ случайных контуров	73
3.4. Применение свойств спектров контуров, заданных в комплекснозначном виде	75

6. ОЦЕНКА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ИСКАЖЕНИЙ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ЗАДАННЫХ В КОМПЛЕКСНОЗНАЧНОМ ВИДЕ	151
6.1. Введение к главе	151
6.2. Модели геометрических искаженных контуров	153
6.3. Анализ спектрального состава искаженных контуров	156
6.4. Оценка геометрических искажений контуров по максимуму правдоподобия	164
6.5. Реализация алгоритмов обработки НК изображений	168
6.5.1. Структура устройства обработки НК изображений	168
6.5.2. Моделирование работы устройства обработки НК изображений	170
6.6. Выводы по главе 6	173
7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТИПА ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ИСКАЖЕНИЯ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ЗАДАННЫХ В КОМПЛЕКСНОЗНАЧНОМ ВИДЕ	175
7.1. Постановка задачи	175
7.2. Формирование базы искаженных контуров	176
7.3. Исследование влияния шума на вероятность определения класса ГИ	182
7.4. Оценка сложных искажений контуров изображений	191
7.5. Структурная схема обработки контуров изображений	225
7.6. Сравнение методов распознавания изображений на базе нейронной сети и методами контурного анализа	230
7.7. Выводы по главе 7	239
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	242
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	246
ПРИЛОЖЕНИЕ А Акт о внедрении в АО «НПОДАР»	270
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Акт о внедрении ООО «Резонансные системы»	272
ПРИЛОЖЕНИЕ В Акт о внедрении в НИР, проект RFMEFI57717X0254	273
ПРИЛОЖЕНИЕ Г Акт о внедрении в НИР по гранту РФФ № 23-19-00568	274
ПРИЛОЖЕНИЕ Д Акт о внедрении в НИР, проект №08-01-12000 офи.	275

ПРИЛОЖЕНИЕ Е Акт о внедрении в НИР, гос. задания №8.1068.2011.....	276
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж Акт о внедрении в учебный процесс ПГТУ.....	277

ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ

- АКФ - автокорреляционная функция
ВКФ - взаимная корреляционная функция
ДЭК - дискретный элементарный контур
НСК - непрерывный случайный контур
НК - непрерывный контур
СК - случайный контур
ССК - стационарный случайный контур
ДК - дискретный контур
НЭК - непрерывный элементарный контур
СВ - случайная величина
ПВ - плотность вероятности
МО - математическое ожидание
СП - скалярное произведение
ПФ - преобразование Фурье
ЭВ - элементарный вектор
ДПФ - дискретное преобразование Фурье
БПФ - быстрое преобразование Фурье
ОДПФ - обратное дискретное преобразование Фурье
ОЗУ - оперативное запоминающее устройство
ФНЧ - фильтр низкой частоты
ИХ - импульсная характеристика
КЛФ - контурный линейный фильтр
ЧКП - частотный коэффициент передачи
КНЛФ - контурный нелинейный фильтр
СКО - среднеквадратическое отклонение
НСП - нормированное скалярное произведение
ГИ - геометрическое искажение
СГИ - сложное геометрическое искажение
СТЗ - система технического зрения

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

$\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$, $\mathbf{B} = \{\beta(n)\}_{0,s-1}$, $\mathbf{N} = \{\nu(n)\}_{0,s-1}$, $\mathbf{K} = \{\kappa(n)\}$ – дискретные контуры;

$\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,L}$, $\mathbf{Y} = \{\nu(l)\}_{0,L}$, $\mathbf{I} = \{i(l)\}_{0,L}$ – непрерывные контуры;

$\mathbf{Z} = \{\zeta(n)\}_{0,s-1}$, $\mathbf{Z} = \{\zeta(l)\}_{0,L}$ – шумовой дискретный и непрерывный контур;

$\mathbf{E} = \{e(n)\}$ – контур с геометрическим искажением;

L – длина контура;

$\mu = |\mu|e^{i\varphi}$ – коэффициент масштабирования и поворота контура;

$|\mu|$ – масштабный коэффициент;

$\Delta\varphi$ – угол поворота;

$|\chi(l)|$ – амплитудное представление функции $\chi(l)$;

$\varphi(l)$ – фазовое представление функции $\chi(l)$;

$\|\mathbf{X}\|$ – норма непрерывного контурного сигнала;

R^2 – расстояние между контурами;

(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) – скалярное произведение контуров \mathbf{X} и \mathbf{Y} ;

$\eta = (\Gamma, \mathbf{N})_n$ – нормированное скалярное произведение;

$\Gamma_j = \{\gamma_j(n)\}_{0,s-1}$ – дискретный элементарный контур;

$\mathbf{X}_m = \{\chi_m(l)\}$ – непрерывный элементарный контур;

$\mathbf{P} = \{\rho(m)\}_{0,s-1}$, $\mathbf{P} = \{\rho(m)\}_{-\infty,\infty}$ – спектр дискретного и непрерывного контура;

\mathbf{P}' – спектр производной непрерывного контурного сигнала;

$\mathbf{T} = \{\tau(m)\}_{0,s-1}$, $\mathbf{T} = \{\tau(r)\}$ – функция корреляции дискретного и непрерывного контура;

$\mathbf{X}_m^{(s)}$ – НЭК со сдвинутым на s отчетов начальной точки;

$\Delta = \{\delta(n)\}_{0,L}$ – дельтовидный контур;

$\Lambda = \{\lambda(n)\}_{0,s-1}$, $\Lambda = \{\lambda(l)\}$ – импульсная характеристика дискретного и непрерывного контурного линейного фильтра;

$\mathbf{H} = \{\eta(m)\}$, $\mathbf{H} = \{\eta(l)\}$ – контур дискретной и непрерывной свертки контура и импульсной характеристики контурного линейного фильтра;

$\Omega = \{\omega(m)\}_{0,s-1}$ – частотная характеристика контурного линейного фильтра;

$W(\mathbf{X})$ – плотность распределения вероятности;

$M[\cdot]$ – математическое ожидание случайной величины;

$D[\cdot]$ – дисперсия случайной величины;

$m_X(l)$ – математическое ожидание случайного контура;

$D_X(l)$ – дисперсия случайного контура;

$\overset{\circ}{X}(l)$ – центрированный случайный контур;

$K_X(l_1, l_2)$ – корреляционная функция двух независимых аргументов;

$R_{XY}(l_1, l_2)$ – взаимная корреляционная функция двух случайных контуров;

$\rho_X(l_1, l_2)$ – нормированная корреляционная функция;

λ – параметр геометрического искажения.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Контурный анализ является одним из методов обработки изображений в системах технического зрения (СТЗ) в целом ряде прикладных задач [1-5,14-16,88,152,163,164]. СТЗ и обработки изображений являются динамично развивающимся направлением современной науки, востребованным в различных областях, например, в дистанционном зондировании Земли [153], медицине [154,155], радиолокации [156], системах цифрового телевидения, охранных системах, системах распознавания номерных знаков автомобилей и т.п. Неотъемлемой частью СТЗ является распознавание образов, решающее задачу определения принадлежности входного изображения к одному из эталонных изображений объектов. При создании интеллектуальных систем часто требуется также отслеживать положение подвижных объектов в реальном времени на основе информации, полученной от оптических регистрирующих устройств. Располагая рядом последовательных по времени цифровых изображений, можно выделить специальную информацию об объекте и затем использовать ее для обнаружения текущего положения объекта и отслеживания его перемещений [14].

СТЗ широко используются в микроэлектронике при производстве многослойных печатных плат [15,16]. Они выполняют задачи ориентации и совмещения контролируемого и эталонного изображений. При этом позиционирование производится путем обнаружения и распознавания реперных знаков на изображении многослойной печатной платы. СТЗ дают возможность автоматизировать многие процессы сбора и обработки информации с минимальным участием человека. Также в условиях активного развития СТЗ для автономных устройств, робототехники и автоматизированного мониторинга сохраняет актуальность фундаментальная задача выбора оптимального метода распознавания объектов: современных, основанных на глубоком обучении [162, 162, 170, 171, 180], или классических, базирующихся на математических моделях. При применении свёрточных нейронных сетей стоит отметить их

фундаментальное ограничение – это отсутствие врожденной инвариантности к аффинным преобразованиям.

Контурный анализ изображений обладает рядом преимуществ по сравнению с поточечной обработкой. Во-первых, контуры содержат незначительное число элементов по сравнению с общим числом элементов изображения, что позволяет повысить быстродействие систем обработки [3]. Во-вторых, контуры изображений содержат в себе достаточную информацию о форме объекта, его масштабе и угловом положении в сцене. Особенностью методологии контурного анализа изображений является инвариантность алгоритмов обработки к масштабу и повороту изображения, что оказывается существенным преимуществом обработки по их контурам по сравнению с методами, основанными на поточечной обработке [3]. В-третьих, предлагаемый подход, в отличие от нейросетевых моделей, не требует для обучения большого объема размеченных данных (которые, например, медицинские, не всегда доступны), а также больших вычислительных и временных ресурсов, что является критически важным для систем с ограниченными вычислительными ресурсами, но при этом необходимо выполнять задачи компьютерного зрения в реальном времени в условиях воздействия шумов.

Незначительное количество точек сцены, относящихся к контурам изображений объектов, по сравнению с общим количеством точек в сцене, а также инвариантность алгоритмов к повороту позволяют при использовании методов контурного анализа снизить требуемое количество операций при обработке сцены. Контурный анализ является основой обработки комплекснозначных сигналов и содержит традиционные для теории сигналов разделы. При этом не только сами контуры, но их спектры, корреляционные функции и характеристики контурных линейных фильтров представляются в виде контуров.

Развитие теории контурного анализа изображений в радиотехнических устройствах и СТЗ для их использования в промышленности, робототехнике, информационно-измерительной технике и пр. является крайне важным с точки

зрения улучшения характеристик точности, быстродействия и помехоустойчивости, а также экономии времени.

Степень разработанности темы исследования. Цифровая обработка изображений в СТЗ является в настоящее время одним из наиболее актуальных направлений научных исследований. Этим проблемам посвящено большое число научных работ – как российских, так и в зарубежных. Существенный вклад в развитие методов цифровой обработки изображений в целом и обработки контуров изображений в частности внесли отечественные ученые Ю.И. Журавлев, В.А. Сойфер, Я.А. Фурман, И.Б. Гуревич, В.П. Дворкович, В.В. Сергеев, В.С. Киричук и другие, а также зарубежные исследователи Р. Гонзалес, У. Прэтт, Я. Харт, Д. Кенни и другие.

Разработано большое количество методов и подходов к выделению и обработке контуров изображений различной природы. При этом эффективность решения задач высокого уровня, включая задачи интеллектуальной обработки изображений, зачастую оказывается неудовлетворительной. Основным фактором, ограничивающим качество результата, выступает сложность или принципиальная невозможность строгой формализации структурной организации изображения. Наряду с этим существует также проблема отсутствия универсальных алгоритмов, применимость которых обеспечивала бы высокую эффективность решения рассматриваемого класса задач интеллектуальной обработки контуров изображений в СТЗ.

В связи с этим возникает проблемная ситуация, связанная с противоречием между возможностями современной вычислительной техники и недостаточностью теоретической базы при ее использовании в СТЗ, основанных на применении контурного анализа изображений на основе применения комплекснозначного описания. Указанное противоречие определяет постановку цели и задач диссертационного исследования.

Объект исследования. Системы технического зрения (СТЗ), предназначенные для обнаружения и распознавания объектов по их

изображениям, включая задачи обработки сигналов в радиотехнике, телевидении, медицинской диагностике, дефектоскопии и робототехнике.

Предмет исследования. математические модели (непрерывные, случайные, с геометрическими искажениями) и методы обработки (спектральные, корреляционные, нелинейной фильтрации, оценки искажений) контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде, обеспечивающие инвариантность к масштабу и повороту, а также повышение помехоустойчивости и быстродействия СТЗ.

Цель диссертационной работы – развитие теории контурного анализа изображений в части представления и обработки непрерывных и случайных контуров и контуров с геометрическими искажениями на основе применения комплекснозначного кодирования элементов для обработки изображений в системах технического зрения.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе решаются следующие **основные задачи**:

- 1) разработка математических моделей, непрерывных по способу представления и случайных по возможности предсказания контуров объектов, для описания изображений в системах технического зрения;
- 2) исследование спектральных и корреляционных методов оценки линейных преобразований контуров изображений объектов;
- 3) исследование методов обработки контуров изображений с учетом их представления в комплекснозначном коде;
- 4) разработка методов нелинейной фильтрации контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде, для обработки зашумленных изображений;
- 5) разработка математической модели контуров изображений с геометрическими искажениями;
- 6) разработка метода оценки и структуры системы геометрических искажений контуров изображений.

Методы исследования. Для решения поставленных в диссертационной работе задач были использованы следующие методы: теории вероятности, теории

статистических решений, теории контурного анализа изображений, моделирования процессов обработки изображений на ЭВМ.

Научная новизна. В диссертационной работе получены следующие результаты, характеризующиеся научной новизной.

1. Развита теория контурного анализа изображений в части представления непрерывных и случайных контуров изображений, отличающаяся комплекснозначным кодированием и обеспечивающая инвариантность к линейным преобразованиям вращения и масштабирования изображений.

2. Разработаны спектральные и корреляционные методы оценки линейных преобразований непрерывных и случайных контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде, позволяющие эффективно решать задачу распознавания изображений.

3. Разработаны методы обработки контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде, отличающиеся возможностью применения традиционных для одномерных сигналов подходов.

4. Впервые разработаны методы нелинейной фильтрации контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде, обеспечивающие обработку зашумленных изображений, и показано, что результат контурной нелинейной фильтрации определяется в основном процедурой упорядочивания элементов контура.

5. Впервые разработаны математические модели контуров изображений с геометрическими искажениями, позволяющие автоматизировать процедуру оценки параметров искажений в системах технического зрения.

6. Разработан метод оценки геометрических искажений контуров изображений и предложена структура систем оценки геометрических искажений, обеспечивающие вероятность правильной оценки не менее 0,95 при отношении сигнал – флуктуационный шум не менее 11 дБ.

Теоретическая значимость диссертационного исследования состоит в том, что разработаны математические модели и методы обработки контуров изображений, основанные на комплекснозначном кодировании контуров,

позволяющие автоматизировать процедуру обработки изображений в системах технического зрения и обеспечивающие инвариантность к преобразованиям изображений. Применение предложенных в диссертации моделей и методов обработки контуров изображений позволит использовать интеллектуальные технологии при создании систем технического зрения.

Практическая значимость работы заключается в следующем. Использование алгоритма распознавания контуров изображений заданной формы на основе контурного анализа позволяет сократить объем вычислительных затрат в среднем на 2 порядка, по сравнению с корреляционно-экстремальным методом. Инвариантность алгоритмов обработки контуров изображений к масштабу и повороту позволяет решать проблему обучения нейронных сетей при ограниченности данных для обучения. Решение задачи распознавания (классификации) изображений при вероятности распознавания не ниже 0,98, использование контурного анализа обеспечивает выигрыш по скорости обработки в 1,97 раза по сравнению применением двухмерной сверточной нейронной сети при одновременной обработке 9000 незашумленных изображений разрешением 300х300 пикселей.

Внедрение результатов работы. Теоретические и практические результаты диссертационной внедрены в АО «Научно-производственное объединение дальней радиолокации имени академика А.Л. Минца» в ходе выполнения СЧ НИЭР «Аэрозор» в части повышения эффективности формирования описания объектов интереса на основе признаков их наличия на радиолокационных изображениях и извлечения тематической информации об объектах интереса; СЧ НИР «Радиолокация-Х-РТИ» в части программно-методического обеспечения по верификации (валидации) продуктов, получаемых с использованием радиолокаторов с синтезированной апертурой антенны авиационного и космического базирования; в рамках инвестиционного проекта «ЭЛИК» в части функционального программного обеспечения решения задач геопривязки и геопозиционирования радиолокационных изображений; ООО «Резонансные системы» при разработке устройств вторичной обработки

магниторезонансных изображений при разработке изделий магниторезонансной томографии. Результаты работы внедрены и использованы при выполнении НИР: в рамках научно-исследовательских работ по гранту Российского научного фонда № 23-19-00568 «Методы и интеллектуальная система поддержки динамической устойчивости операторов эргатической системы» в период 2023–2025 гг., в рамках научно-исследовательской работы Министерства и образования и науки РФ, проект RFMEFI57717X0254 «Система интраоперационной навигации с поддержкой технологии дополненной реальности на базе виртуальных 3D-моделей органов, полученных по результатам КТ диагностики, для малоинвазивных операций», 2017–2019 гг.; грант РФФИ, проект №08-01-12000 офы «Разработка методов и создание информационной технологии визуализации и сравнительного анализа сопряженных пространственных статических и динамических сцен», 2008–2009 гг.; НИР №8.1068.2011 «Разработка теоретических подходов к обработке непрерывных контуров изображений» в рамках государственного задания на 2012 г., внедрены в учебном процессе Поволжского государственного технологического университета при подготовке обучающихся по направлениям 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы», 11.04.01 «Радиотехника», 12.03.04, 12.04.04 «Биотехнические системы и технологии».

Положения, выносимые на защиту.

1. Математические модели контуров изображений, в том числе непрерывных и случайных, отличающиеся комплекснозначным кодированием, обеспечивают инвариантность к линейным преобразованиям вращения и масштабирования изображений.

2. Методы обработки контуров изображений с учетом их представления в комплекснозначном коде, отличающиеся возможностью применения традиционных для одномерных сигналов подходов.

3. Методы нелинейной фильтрации контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде, отличающиеся способом упорядочивания элементов, обеспечивают возможность обработки зашумленных изображений.

4. Математические модели контуров изображений с геометрическими искажениями, заданными в комплекснозначном коде, позволяют автоматизировать процедуру оценки параметров искажений в системах технического зрения.

5. Метод оценки геометрических искажений контуров изображений, основанный на применении метода максимума правдоподобия, и структура системы оценки геометрических искажений обеспечивают вероятность правильной оценки не менее 0,95 при отношении сигнал-флуктуационный шум не менее 11 дБ.

Степень достоверности и апробация работы. Результаты исследования показали их воспроизводимость в различных условиях, непротиворечивость концепциям теории синтеза радиотехнических систем, а также аналогичным результатам, полученным другими исследователями. Математические модели и методы обработки контуров изображений построены на теории вероятности, теории статистических решений и теории контурного анализа изображений и согласуются с ранее опубликованными экспериментальными данными по теме диссертации.

Основные теоретические положения и научные результаты диссертационной работы докладывались, обсуждались и получили положительную оценку на международных и Всероссийских конференциях: тринадцатой Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика», (Москва, 2007); 8th, 10th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies" (Yoshkar-Ola, 2007, St. Petersburg, 2010); Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе» (Йошкар-Ола, 2011); XXIII Всероссийской научно-технической конференции «Биотехнические, медицинские и экологические системы и комплексы» (Рязань, 2010); Международной молодежной научной конференции «Туполевские чтения - XVII» (Казань, 2009); X, XI, XIII, XIV, XV и XVI

международной научно-технической конференции «Оптико-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации» (Курск, 2012, 2013, 2017, 2018, 2019, 2021); XXIII международной научно-технической конференции «Медико-экологические информационные технологии» (Курс, 2020); XIII и XIV международной научно-технической конференции «Перспективные технологии в средствах передачи информации» (Владимир, 2019, 2021); на ежегодных научных конференциях по итогам НИР ПГТУ и научных семинарах кафедры радиотехнических и медико-биологических систем.

Соответствие паспорту специальности. Полученные в диссертационной работе результаты соответствуют пунктам Паспорта специальности: п.3 «Разработка и исследование радиотехнических устройств и систем, обеспечивающих улучшение характеристик точности, быстродействия и помехоустойчивости», п.5 «Разработка и исследование алгоритмов, включая цифровые, обработки сигналов и информации в радиотехнических устройствах и системах различного назначения, в том числе синтез и оптимизация алгоритмов обработки», п.11 «Разработка информационных технологий, в том числе цифровых, а также с использованием нейронных сетей для распознавания сигналов, изображений и речи в интеллектуальных радиотехнических, робототехнических системах технического зрения».

Публикации. Всего по теме диссертации опубликовано 42 работы, из них 6 – индексируемые в Scopus, приравненные к журналам Перечня ВАК Минобрнауки РФ; 2 монографии в соавторстве; 12 – в рецензируемых научных журналах из Перечня ВАК; 19 – статьи в сборниках материалов конференций. Получены 3 свидетельства о регистрации программ для ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 7 глав и заключения, изложенных на 278 страницах машинописного текста, иллюстрирована 226 рисунками, 10 таблицами, содержит список литературы из 205 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи работы, направление исследований, научная новизна и основные научные положения диссертационной работы.

В первой главе произведен обзор систем обработки изображений. Показано, что стремительное возрастание объема информации, скорости обработки и т.д. стимулирует появление новых и совершенствование известных методов обработки изображений в СТЗ. Исследовано состояние вопроса в области обработки изображений априори известных объектов (реперных знаков, шероховатости поверхности подложек микросхем и т.д.). Показано, что для обнаружения и распознавания изображений объектов применяют различные методы: интегральные, контурные и характерных точек. Исследованы их достоинства и недостатки.

Предложено для решения задачи обнаружения и распознавания изображений объектов интереса применить метод контурного анализа. При этом использовать комплекснозначное кодирование контуров изображений. Предложено для решения задачи обнаружения и распознавания изображений объектов интереса применить метод контурного анализа. При этом использовать комплекснозначное кодирование контуров изображений. Показано, что теория контурного анализа изображений объектов далека от завершения и развитие данных вопросов позволило бы в полной мере привлечь в качестве базы теорию комплексного переменного. По результатам анализа состояния вопроса по теме исследования конкретизированы задачи диссертационной работы.

Во второй главе расширена классификация контуров изображений. Введены понятия случайных контуров первого, второго и третьего типов. Разработана математическая модель непрерывного контура изображения объекта, заданная на комплексной плоскости в виде замкнутой кривой. Представлена математическая модель дискретного контура сформированного при описании границы оцифрованного бинарного изображения или путем дискретизации

непрерывного контура. Разработана математическая модель случайного контура для описания изображений объектов, форма которых определена.

В третьей главе решены радиотехнические задачи спектрального и корреляционного анализа дискретных, непрерывных и случайных контуров. Задано линейное пространство вектор-контуров и получены основные аналитические соотношения. Рассмотрено влияние линейных преобразований непрерывного и дискретного контура на величину расстояния и скалярного произведения в комплексном пространстве. Показано, что изменение как масштаба, так и угловой ориентации не влияет на меру схожести двух непрерывных контуров и двух дискретных контуров. Исследованы вопросы спектрального анализа непрерывных контуров. Определен ортогональный базис, по которому раскладывается произвольный непрерывный контур. Выявлены особенности спектров, связанные с комплекснозначным характером и замкнутостью непрерывных контуров. Рассмотрены вопросы спектрального анализа случайных контуров. Исследованы вопросы корреляционного анализа непрерывных, дискретных и случайных контуров.

В четвертой главе рассмотрены специальные методы обработки контуров изображений, такие как передискретизация, быстрое преобразование, быстрая свертка, деконволюция контуров изображений. Разработан алгоритм передискретизации контуров изображений, основанный на принципе максимального сохранения частотной информации и построенный по схеме интерполяция/фильтрация /прореживание. Исследована возможность применения алгоритмов БПФ для контуров заданных в виде последовательности комплексных чисел. Рассмотрена возможность применения метода быстрой свертки применительно к контурам изображений, заданных в комплекснозначном виде. Данный подход обусловлен существованием алгоритма БПФ, позволяющего быстро вычислять ДПФ. Исследованы вопросы нахождения деконволюции (обратной свертки) контуров изображений, основанный на процессе восстановления формы исходного контура по результату обработки его линейной системой.

В пятой главе разработаны методы нелинейной фильтрации контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде, для обработки изображений в случаях воздействия мультипликативного или импульсного шума. Были исследованы медианный фильтр, фильтр усечения среднего, фильтр минимума, максимума, средней точки. Разработан контурный сигма-фильтр. Разработан гомоморфный нелинейный фильтр в случае мультипликативного шума в контуре. В этом случае обрабатывается не сам контур, а его логарифм.

В шестой главе представлены разработанные математической модели контуров изображений с геометрическими искажениями. В общем случае модель процесса искажения контура изображения может быть описана действием некоторого искажающего оператора на исходный контур. Исследовано влияние рассмотренных искажений на спектры контуров. Произведена разработка метода оценки геометрических искажений контуров изображений объектов. Разработана структура системы оценки геометрических искажений контуров изображений. Представлено устройство аналоговой обработки, изображенное, которое выполняет операцию скалярного произведения принятого и эталонного сигналов.

В седьмой главе решена задача определения типа геометрического искажения. Произведено исследование вероятности правильного определения параметра геометрического искажения от СКО шума при различном количестве базовых эталонных контуров. Разработан алгоритм оценки «простых» геометрических искажений. Разработана обобщенная структурная схема системы обработки контуров изображений. Произведено сравнение методов распознавания изображений на базе нейронной сети и методами контурного анализа

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ И МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ИСКАЖЕНИЙ

1.1. Методы оценки и коррекции геометрических искажений

Архитектура систем распознавания образов и анализа изображений в системах технического зрения (СТЗ) может быть разнообразной, но, как правило, для них характерны следующие ограничения и особенности [17]:

- 1) информация о характеристиках изображения фона и наблюдаемых объектов чаще всего отсутствует;
- 2) обработка, анализ и распознавание изображений объектов должны выполняться в реальном масштабе времени;
- 3) работа системы обработки и понимания изображений должна проводиться при минимальном участии человека или в автономном режиме.

В работе [17] представлен вариант структуры опико-электронной системы распознавания изображений объектов (рис. 1.1).



Рис. 1.1. Структура опико-электронной системы распознавания изображений объектов

В работе [18] предложена структура системы оптического контроля для определения реперных знаков (рис. 1.2).



Рис. 1.2. Структура системы оптического контроля для определения реперных знаков

В данной системе производится сравнение эталонного изображения с изображением от видеокамер печатного узла. На основе анализа в *Анализирующем устройстве* выдается решение о наличии дефектов на печатной плате.

Независимо от архитектуры системы распознавания образов и анализа изображений в СТЗ изображающие устройства вносят геометрические искажения. На рис. 1.3 приведены примеры подушкообразной и бочкообразной дисторсии, возникающую как в устройствах формирования изображений, так и в устройствах отображения изображений.

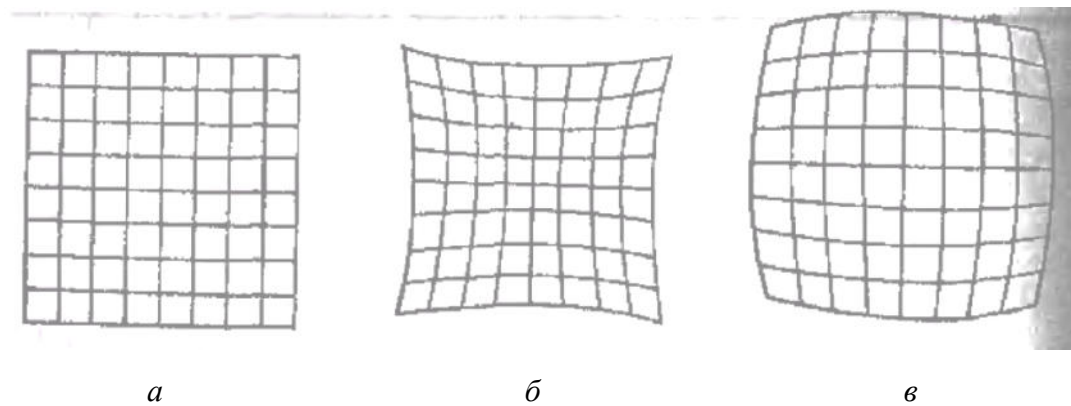


Рис. 1.3. Примеры геометрических искажений изображения: *a* – искажения отсутствуют; *б* – подушкообразная дисторсия; *в* – бочкообразная дисторсия

Один из возможных способов коррекции подобных искажений сводится к такому нелинейному предискажению растра при развертке изображения, которое обеспечивает компенсацию ожидаемых искажений. Возможна апостериорная коррекция, основанная на полномасштабной аппроксимации каждой

горизонтальной и вертикальной линии искаженного раstra; данные аппроксимации используются затем для вычисления обратных корректирующих функций для каждой ячейки сети [194]. Метод пространственного искривления позволяет также корректировать перспективные искажения. Изображение протяженного объекта, наблюдаемого сбоку, можно искривить таким образом, что будет получено изображение, соответствующее наблюдению этого объекта под прямым углом. Другое важное применение этого метода – спрямление парных изображений одной и той же сцены, полученных при разных углах наблюдения.

На рис. 1.4 представлен пример коррекции геометрических искажений (ГИ) методом пространственного искривления.

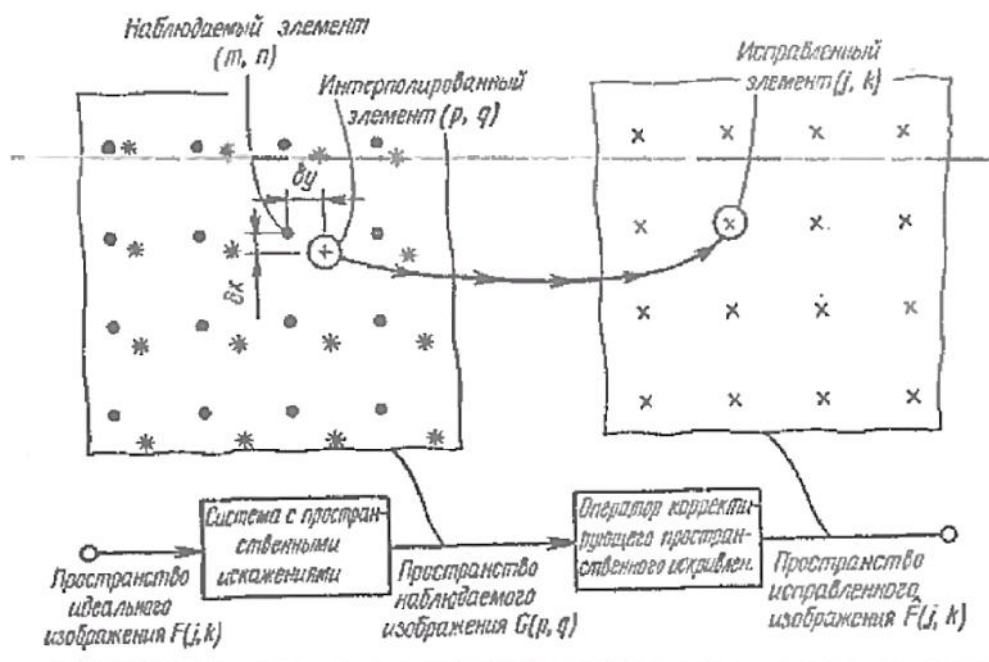


Рис. 1.4. Коррекция ГИ методом пространственного искривления

В идеальное изображение вносится пространственное ГИ, которое можно описать отображением точки (j, k) идеального изображения в точку (p, q) наблюдаемого изображения в соответствии с выражениями:

$$p=Q_p \{j, k\}, \quad q=Q_q \{j, k\}, \quad (1.1.1)$$

где $Q_p\{\cdot\}$ и $Q_q\{\cdot\}$ – монотонные отображающие функции общего вида. На рис. 1.4 точками показаны элементы наблюдаемого изображения, соответствующие целочисленным значениям координат точки (p,q) . Скорректированные элементы изображения показанные крестами, получены в результате корректирующего пространственного искривления (отображения) массива наблюдаемых элементов изображения, помеченных звездочками; в общем случае значения элементов со звездочкой не совпадают со значениями наблюдаемых элементов. Процедуру корректирующего искривления можно разбить на два этапа. Сначала определяют координаты точки (p,q) , которая отображается в точку размещения скорректированного элемента изображения. Затем находят оценку яркости изображения в точке (p,q) , интерполируя значения яркости соседних наблюдаемых элементов, и приписывают полученную оценку скорректированному элементу изображения.

Если функции пространственных искажений $Q_p\{\cdot\}$ и $Q_q\{\cdot\}$ известны, то координаты (p,q) можно вычислить непосредственно по (3.1), подставляя в них координаты (j,k) , где j и k – целые числа. Как правило, такая информация отсутствует, поэтому необходимо пользоваться некоторой математической моделью реальных искажений. Часто применяют полиномиальные модели. В качестве примера рассмотрим оценку пространственного искажения в виде полинома второго порядка:

$$p = a_0 + a_1j + a_2k + a_3j^2 + a_4jk + a_5k^2, \quad q = b_0 + b_1j + b_2k + b_3j^2 + b_4jk + b_5k^2, \quad (1.1.2)$$

где a_i и b_i – постоянные коэффициенты. Эти коэффициенты обычно выбирают таким образом, чтобы минимизировать среднеквадратическую ошибку аппроксимации фактически наблюдаемых координат (p_m, q_m) их полиномиальной оценкой (\hat{p}_m, \hat{q}_m) для набора известных точек (j_m, k_m) , называемых узлами ($1 \leq m \leq M$). Координаты в плоскости наблюдаемого изображения выражают в виде векторов

$$p^T = [p_1, p_2, \dots, p_m], \quad q^T = [q_1, q_2, \dots, q_m]. \quad (1.1.3)$$

Аналогично коэффициенты полиномов представляют в векторной форме:

$$a^T = [a_1, a_2, \dots, a_m], \quad b^T = [b_1, b_2, \dots, b_m]. \quad (1.1.4)$$

Тогда среднеквадратическую ошибку оценивания можно записать в компактной форме:

$$\xi = (p - Aa)^T(p - Aa) + (q - Ab)^T(q - Ab), \quad (1.1.5)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 1 & j_1 & k_1 & j_1^2 & j_1 k_1 & k_1^2 \\ 1 & j_2 & k_2 & j_2^2 & j_2 k_2 & k_2^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & j_M & k_M & j_M^2 & j_M k_M & k_M^2 \end{bmatrix}. \quad (1.1.6)$$

Ошибка минимальна при

$$a = A^- p, \quad b = A^- q, \quad (1.1.7)$$

где A^- – обобщенная обратная матрица для A . Если число узлов превышает число полиномиальных коэффициентов, то

$$A^- = (A^T A)^{-1} A^T. \quad (1.1.8)$$

На основе данной методики, можно вычислить коэффициенты a_i, b_i , а затем определить в плоскости наблюдаемого изображения координаты всех точек, отображаемых в точки с целочисленными координатами, которые соответствуют скорректированным элементам изображения.

Зная координаты (p, q) в плоскости наблюдаемого изображения и уровни яркости наблюдаемых элементов, нужно оценить уровень яркости элемента с координатами (j, k) в плоскости скорректированного изображения. Эту задачу предлагается решать методом интерполяции. Интерполированное непрерывное изображение в плоскости наблюдаемого изображения описывается функцией

$$G(x, y) = \sum_m \sum_n G(m\Delta, n\Delta) R(x - m\Delta, y - n\Delta). \quad (1.1.9)$$

где $R(x, y)$ - интерполирующая функция, Δ – шаг дискретизации. Тогда оценка скорректированного изображения запишется как

$$\hat{F}(j, k) = G(p\Delta, q\Delta), \quad (1.1.10)$$

где (p, q) – нецелочисленный индекс интерполированного элемента. Теоретически оптимальную интерполяцию обеспечивают sinc-функции или функции Бесселя.

В работе [195] рассмотрен общий случай коррекции ГИ изображений. Примером таких искажений могут служить искажения, возникающие при аэро съемке и космической съемке поверхности Земли. В этом случае результирующие ГИ складываются из искажений, вносимых оптической системой устройства, производящего съемку, перспективных искажений и искажений, обусловленных кривизной земной поверхности.

На рис. 1.5 показана проекция изображения на светочувствительную поверхность датчика сигнала изображения.

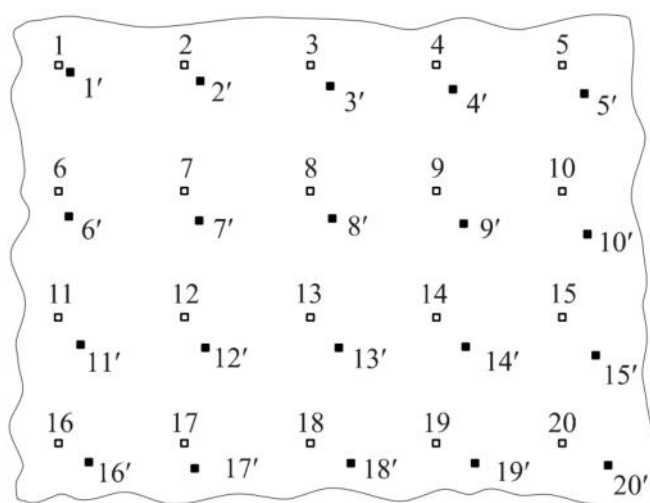


Рис. 1.5. К пояснению метода коррекции ГИ [195]

Незакрашенными квадратами обозначены точки взятия отсчетов при дискретизации изображения в процессе его оцифровки. В том случае, если геометрические искажения отсутствуют, значения яркости изображения в точках взятия отсчетов будут равны L_1, L_2, L_3 и т. д. Если же геометрические искажения имеют место, изображение деформируется, и в точки взятия отсчетов 1, 2, 3 и т. д. сдвигаются точки, показанные на рисунке черными квадратами, значения яркости в которых составляют L_1', L_2', L_3' и т.д. Если такое изображение воспроизвести, то оно будет иметь вид, показанный на рис. 1.6. При этом в точках взятия отсчетов неверные значения яркости, соответствующие точкам, которые на проекции изображения на светочувствительную поверхность датчика сигнала

изображения показаны залитыми квадратами, а правильные значения яркости окажутся смещенными.

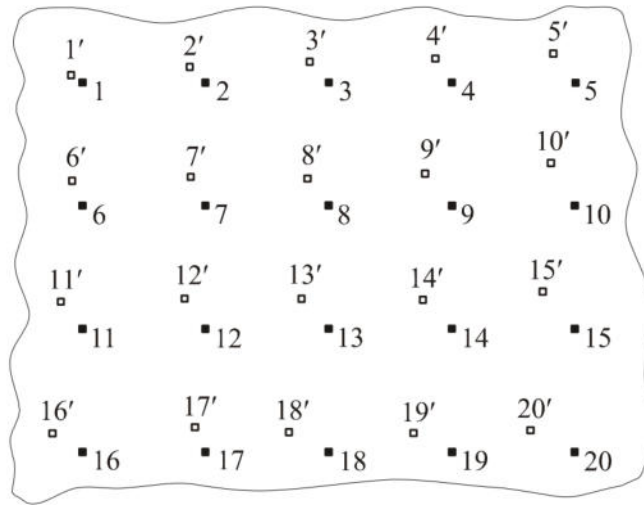


Рис. 1.6. К пояснению метода коррекции ГИ в общем случае [195]

Задачей коррекции является определение правильных или близких к ним значений яркости в точках взятия отсчетов неискаженного изображения, т. е. значений яркости в незакрашенных квадратах на рис. 1.5. Для решения этой задачи необходимо располагать функциями, которые устанавливают связь между координатами одноименных точек в искаженном x_i', y_i' и неискаженном x_i и y_i изображениях. При этом считают, что функции монотонные и известны, а также известны значения яркости в точках некорректированного изображения L_1, L_2, L_3, \dots , поскольку они оказались в точках дискретных отсчетов:

$$x_i' = \Phi_x(x_i, y_i), \quad y_i' = \Phi_y(x_i, y_i), \quad (1.1.11)$$

где $i=1, 2, 3, \dots$. Для того чтобы скорректировать эти значения, необходимо:

1) найти координаты точек, которые вследствие геометрических искажений сползли из точек отсчетов в новые места. На рис. 1.6 эти точки показаны незакрашенными квадратами;

2) поскольку в дискретном искаженном изображении правильные значения яркостей L_1', L_2', L_3', \dots , которые следует поместить в точки дискретных отсчетов скорректированного изображения, неизвестны, то их следует определить по известным значениям яркости ближайших соседей этих точек, расположенных в

точках дискретных отсчетов искаженного изображения, используя для этой цели один из методов интерполяции. Эти точки в виде не залитых квадратов показаны на рис. 1.6;

3) заменить неверные значения яркости в точках дискретных отсчетов на интерполированные значения.

Чаще всего для целей коррекции используют билинейную интерполяцию, поскольку ее применение требует меньших вычислительных ресурсов. Однако лучшими видами интерполяции являются интерполяция с использованием функций sinc и функций Бесселя, близкие к ним результаты получаются при использовании бикубической интерполяции.

В работе [195] также рассмотрен метод определения функций, описывающих ГИ. Все изображение разбивают на отдельные области и для каждой из них находят свою пару функций $\Phi_x(x_i, y_i)$, $\Phi_y(x_i, y_i)$, описывающих искажения. С этой целью используют реперные точки, положение которых заранее известно как на неискаженном, так и на искаженном изображении, и с их помощью разделяют изображение на отдельные области. На рис. 1.7,*а* показаны четыре реперные точки и границы определяемой ими прямоугольной области в неискаженном изображении, а на рис. 1.7,*б* – эти же реперные точки и определяемые ими точки в искаженном изображении.

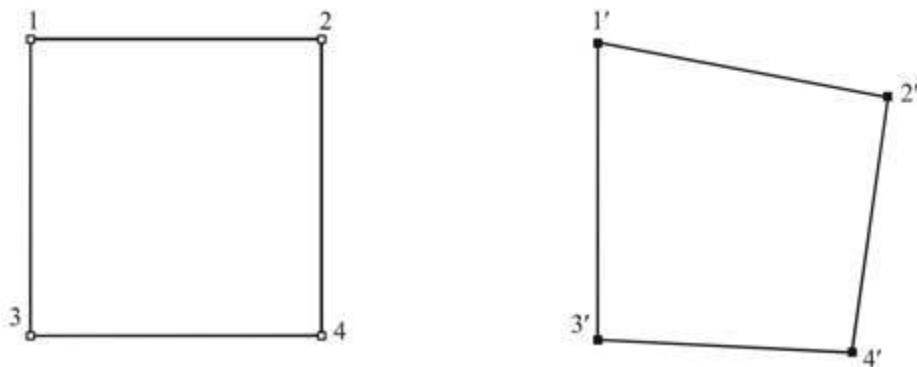


Рис. 1.7. Расположение реперных точек и определяемых ими границ: *а*– на неискаженном изображении; *б*– на искаженном изображении [195]

Если величины четырехугольных областей выбраны не чрезмерно большими, то процесс деформации изображения внутри них можно описать системой уравнений. Таким образом, необходимо иметь множество реперных точек для того, чтобы покрыть ими все изображение. В качестве реперных точек могут быть использованы какие-либо хорошо различимые на снимаемой сцене мелкие детали.

Целый ряд работ, посвященных вопросам оценки и коррекции ГИ изображений объектов, основан на применении методов совмещения изображений с использованием информации от дополнительных источников [102-109, 137-143, 181-185, 188, 197-201]. Так в работе [196] предложен алгоритм коррекции ГИ изображений для случая маловысотной съёмки с применением виртуальной камеры. В основу алгоритма положена ориентация виртуальной камеры таким образом, чтобы её оптическая ось была коллинеарна нормали к плоскости съёмки. При этом оценивалась матрица гомографии, связывающая координаты соответствующих элементов реальной и виртуальной камер. Для оценки матрицы гомографии использовалась информация от дополнительных сенсоров (датчик угловой ориентации, дальномер, высотомер). В работе [196] исследовано влияние погрешности оценивания угловой ориентации камеры на качество коррекции.

В работах [144-148], посвященных оценке воздействия различных искажений на сигналы изображения в системах телевидения, показано, что особенно существенно влияние неравномерности затрагивает форму таких составляющих изображений, как периодические воздействия фиксированной пространственной частоты. При этом возникают ассиметричные искажения формы. Показано, что искажения могут быть устранены коррекцией в электрическом тракте, но происходит ухудшение отношения сигнал/шум. Это связано с неэффективным использованием на краях внутрикадрового пространства амплитудного диапазона преобразователей "свет-сигнал". Предложены способы снижения искажений пространственно-временной структуры сигнала ТВ-изображений.

В работе [149], посвященной исследованию методов исправления радиальной дисторсии для изображений, подчеркивается, что данная задача является актуальной в области компьютерного зрения и обработки изображений. В частности, утверждается, что разработка эффективных методов коррекции дисторсии позволит улучшить качество изображений, сохраняя при этом важные геометрические характеристики объектов на них. Исправление радиальной дисторсии имеет важное значение для многих задач оптического распознавания, т.к. дисторсия искажает прямые линии. При этом на определении прямолинейных отрезков на изображениях построены многие алгоритмы выделения и анализа изображений объектов

В работах [150-151] так же исследуются методы и алгоритмы измерений и коррекции координатных искажений в телевизионных изображениях с использованием программных средств. В работе [150] приведена оценка зависимости изменения координатных искажений от угла и расстояния съемки.

1.2. Математические модели контуров изображений объектов

Плоские бинарные изображения, моделируемые как ограниченные подмножества плоскости R^2 , могут быть представлены в двух различных формах:

1) дискретное (растровое) представление: Изображение аппроксимируется на дискретной решетке пикселей, где каждому элементу присваивается одно из двух значений, соответствующее принадлежности к фигуре или фону;

2) непрерывное (векторное) представление: Фигура описывается в непрерывном пространстве. Выделяют два основных типа такого описания:

- явное (граничное) представление: Контур фигуры задается в виде конечного набора замкнутых непересекающихся жордановых кривых в параметрической форме.
- неявное представление: Задается с помощью функции принадлежности (characteristicfunction) $\mu: R^2 \rightarrow \{0, 1\}$, где $\mu(x, y)=1$ для точек, принадлежащих фигуре, и $\mu(x, y)=0$ для точек фона.

Процесс преобразования растрового изображения в векторное, заключающийся в построении аппроксимирующей непрерывной модели, формализуется как задача векторизации. Данная процедура находит применение в двух ключевых областях:

- компьютерная графика и геометрическое моделирование: Векторное представление является основой для эффективного выполнения аффинных преобразований (масштабирования, поворота, сдвига);
- распознавание образов и машинное зрение: Векторизация позволяет перейти от анализа низкоуровневых пиксельных данных к исследованию интегральной геометрической и топологической структуры объекта, что упрощает последующий структурный анализ.

Несмотря на широкую применимость, классические граничные модели демонстрируют ограниченность при выполнении преобразований, затрагивающих топологию и внутреннюю структуру фигуры. К таким преобразованиям относятся: управление шириной штриха (сужение/утолщение), нелинейная деформация отдельных фрагментов (изгиб, вытягивание) и другие морфологические операции.

Основная проблема граничного представления заключается в сложности извлечения из него информации о скелетоне (осевой линии) и связности фигуры. В частности, установление соответствия между парными участками контура, образующими единый штрих, является нетривиальной задачей, что препятствует прямому применению к ним структурно-ориентированных преобразований. Это обуславливает потребность в более сложных моделях, явно кодирующих не только границу, но и внутреннюю структуру объекта (например, скелетные представления).

Решению задач распознавания изображений объектов по их контурному описанию посвящено достаточно много работ, например [1-5,25-29,47-60,62,64-69,80, 157-160, 165-167, 171-179]. При этом алгоритмы обработки контуров изображений объектов, особенности и результаты обработки зависят от способа их представления.

В работе [19] для решения задачи распознавания контуры предлагается представлять на плоскости параметрически в виде функций: $\Gamma(t) = \{x(t), y(t)\}$, позволяющая численно описать очертания рассматриваемых объектов. При перемещении в пространстве очертания объектов испытывают геометрические преобразования такие как аффинные, перспективные и др., что может затруднить задачу распознавания объектов. При этом в некоторых случаях в задачах компьютерного зрения предлагается перспективные преобразования приближенно представлять как аффинные или квазиаффинные. Из-за этого особый интерес вызывают возможности представления контуров изображений объектов, инвариантные к аффинным преобразованиям.

На сегодняшнее время разработано множество алгоритмов для представления контуров изображений объектов, подвергнутым аффинным преобразованиям. Они могут быть разделены на две группы: глобальные и локальные. Глобальные методы основаны на применении аппарата спектрального анализа для аппроксимации (интерполяции) двумерных кривых, представляющих контуры объектов. Так в работах [20,21] используются дескрипторы Фурье, в работах [22,23] применяется вейвлет-разложение, а в работе [24] - разложение по B -сплайнам. Локальные методы основаны на алгоритмах выделения признаков. В работе [25] поиск инвариантов осуществляется на основе преобразований Хаффа, в работе [26] сопоставление объектов производится посредством нахождения «критических» точек, т.е. точек перегиба, взаимных пересечений, максимумов кривизны и др.

В работе [27] отмечается, что характерные признаки отрезков прямых и дуг кривых в процессе преобразования утрачиваются. Исследуя изображение при достаточном увеличении, бывает трудно узнать отдельные отрезки прямых и дуги кривых в последовательности вертикальных и горизонтальных отрезков. Так же трудности возникают из-за того, что линии контуров как линии без толщины отображаются на экране монитора связными последовательностями пикселей. Для исключения возникающих из-за этого проблем предлагается рассматривается изображение, полученное из исходного в результате дискретизации, как

двумерный клеточный комплекс [27]. D -мерный клеточный комплекс – это структура, состоящая из абстрактных элементов, называемых клетками [27]. Каждой клетке присвоена целочисленная величина от 0 до D , названная измерением.

Помимо пикселей в работе [27] представлены кресты (скас) и точки. Кресты – это стороны пикселей, являющиеся одномерными элементами, а точка – конечная точка крестов и угловая точка пикселей. На рис. 1.8,*а* приведен пример бинарного изображения объекта, а на рис. 1.8,*б* – исходного контура объекта, образованного дугой кривой и отрезком прямой

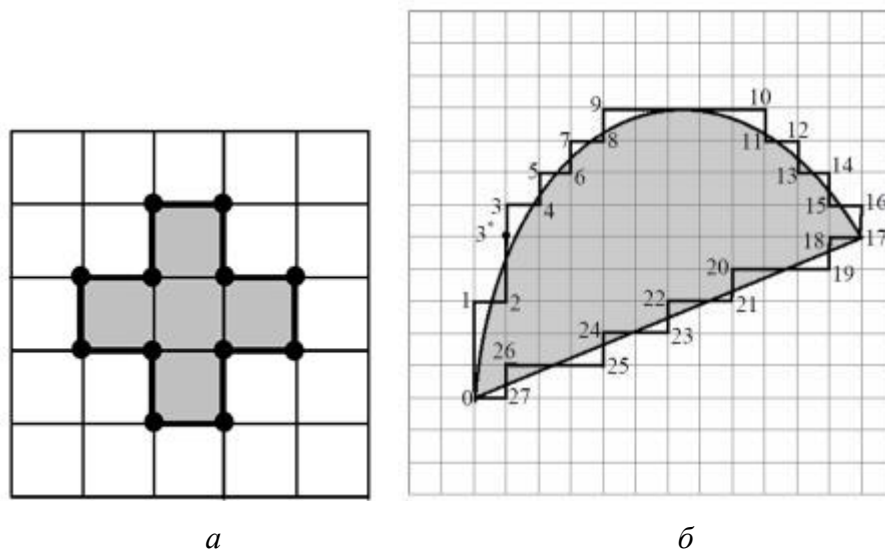


Рис. 1.8. Бинарное изображение объекта (*а*) и представление контура объекта (*б*)

Контур в работе [27] представляет собой связную замкнутую последовательность контурных крестов, граничных между пикселями объекта и фоном. Как показано в работе [28], представление плоскости как клеточного комплекса дает преимущества в том, что граница становится тонкой кривой с нулевой площадью.

В работах [25, 29], под L -элементом понимают связную последовательность крестов одного и того же направления, выходящую из некоторой точки и заканчивающуюся крестом того же или перпендикулярного направления. Каждый L -элемент характеризуется параметрами:

- направление относительно начальной его точки g ($g = 0$ – для направления вверх, 1 – вправо, 2 – вниз, 3 – влево);
- l – количество крестов направления g ($l = 1, 2, \dots$);
- направление последнего креста q относительно направления g предыдущих крестов ($q = 1$ – последний крест направлен влево относительно направления g , $+1$ – вправо, 0 – совпадает с направлением g).

Например, для L -элемента (0-2) $g = 0$, $l = 3$, $q = +1$, а для L -элемента (27-0) $g = 3$, $l = 1$, $q = 0$.

В работах [25,29] предложены метод и алгоритм выделения отрезков цифровых прямых в контуре как последовательности L -элементов с одинаковыми значениями g , q . Предложенный алгоритм имеет следующие особенности:

- выделенный отрезок прямой может содержать на краях неполные элементы и/или элементы, содержащие количество крестов, меньшее чем определенное для данного отрезка значение l ;
- отрезки прямых, соответствующие дугам кривых исходного изображения, не имеют четких границ.

Под непрерывными кривыми линиями [40], заданными уравнениями $x = \varphi(t)$, $y = \phi(t)$, понимают кривые Жордана без кратных точек или простые дуги, т.е. такие, что для любых двух различных значений t' и t'' соответствующие им точки на плоскости $M'[\varphi(t'), \phi(t')]$ и $M''[\varphi(t''), \phi(t'')]$ различны. Так как множество точек замкнутой кривой, например, всей окружности или всего эллипса, простой дугой не является. При необходимости замкнутые кривые можно представить как замкнутые последовательности простых дуг, например дуг окружностей, эллипсов и т.д.

В работе [19] рассмотрен подход спектральной аппроксимации параметрически заданной кривой $\Gamma(t)$, основанный на разложении по базису ортогональных полиномов $T_n(t)$:

$$\begin{aligned} [A_n^x, A_n^y] &= \sum_{t=0}^{T-1} [x(t), y(t)] T_n(t); \\ [\tilde{x}(t), \tilde{y}(t)] &= \sum_{n=0}^N [A_n^x, A_n^y] T_n(t); \end{aligned}$$

где A_n^x , A_n^y - коэффициенты разложения, $\tilde{x}(t)$, $\tilde{y}(t)$ - аппроксимирование составляющей кривой $\Gamma(t)$, n - степень полинома, N - глубина разложения. Предложенный способ разложения по ортогональному базису и последующее восстановление кривой по её спектру является инвариантным относительно выбора самого базиса. Как указано в работе [41], представление сигналов в виде отрезков ортогональных рядов характерно тем, что структура таких описаний остается неизменной. Информация о сигналах содержится в коэффициентах разложения. В работе [19] в качестве базиса выбраны полиномы Чебышева, характеризующиеся тем, что полиномы определены на равномерной сетке (удобно при аналитическом описании векторизованного контура визуального образа) и полиномы симметричны на всей области определения (является дополнительным преимуществом при описании замкнутых кривых).

В большинстве алгоритмов при оценке геометрических характеристик изображений объектов используются разностные методы вычисления производных первого и второго порядка. Для аналитического вычисления производных первого и второго порядка пользуются, например, каскады и диффузии [42]. Качество результата зависит от правильного подбора базиса и оптимальной для данной задачи глубины разложения [43-46].

В работе [47] предлагается способ непрерывного представления изображений объектов в виде гравюры как объединение однопараметрических семейств кругов (жирных линий). Жирная линия представляет собой «кривую с шириной», образуемую как след от перемещения окружности переменного радиуса. Предложенный подход сохраняя все возможности для аффинных преобразований, обеспечивает изменение ширины, перемещение и изменение формы отдельных фрагментов фигуры без нарушения ее целостности. Вопросы

"отрисовки" гравюр на устройствах отображения, т.е. непосредственной растеризации гравюр рассмотрены в работах [48-50].

Одним из наиболее эффективных подходов к получению аналитического описания, является представление линии контура как функции комплексного переменного. Контур, как непрерывная замкнутая кривая, представленная на комплексной плоскости, задается ее координатой $z(t)$, зависящей от длины l (рис. 1.9).

В работе [51] используется инвариантное к изоморфным преобразованиям аналитическое описание в виде угловой функции. Описание в виде зависимости угла касательной от функции текущей длины l инвариантно к сдвигу и повороту, но зависит от масштаба и является неперiodической функцией. Модификация функции $\Phi(l)$ приводит к описанию в виде $\Phi(Lt/2\pi)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, инвариантному ко всем видам преобразований.

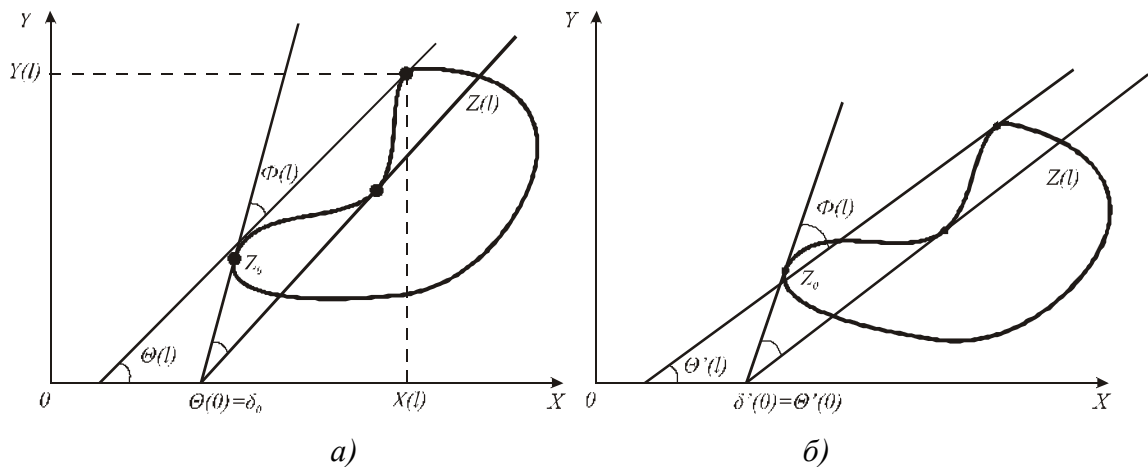


Рис 1.9. Представление контура угловыми функциями:

a – исходный контур; *б* – вращение контура

В работах [51-53] исследуются вопросы использования ПФ для угловой функции и создания на основе коэффициентов Фурье описания контура, инвариантного к изоморфным преобразованиям.

В работе [54] в ряд Фурье раскладывается функция $u(t)$ описывающая траекторию точки, движущейся с постоянной скоростью v вдоль замкнутой

линии C . Функция $u(t)$ является периодической с периодом T равном времени обхода контура C . Спектр функции $u(t)$ в виде коэффициентов $\{d_n\}$ называется Фурье-описанием контура. Фурье-описание зависит от параметра сдвига r , угла поворота Φ и масштаба R .

В работе [55] рассматривается ряд S плоских замкнутых контуров на комплексной плоскости. Замкнутый контур задается положением своей точки с координатой $z(t)$. Каждый класс изображения объекта может быть представлен собственным эталоном и расстояние между любыми двумя классами равно расстоянию между соответствующими эталонами. Считается, что эталон имеет равный нулю первый момент (т.е. начало отсчета совмещено с его центром тяжести), а второй момент равен единице (единичная норма).

Для описания и анализа свойств формы объекта часто используется концепция масштабируемой кривизны границы [55-57]. Этот подход основан на аппроксимации границы кусочно-гладкой кривой, сглаживании этой кривой и выявлении экстремумов или нулевой кривизны границы при разных степенях сглаживания.

В работе [58] предлагается подход, который позволяет работать с масштабируемым представлением формы. В его основе лежит построение параметрического семейства гранично-скелетных моделей формы, позволяющих проводить совместный анализ как контурных, так и структурных свойств. Гранично-скелетная модель представляет собой структуру, состоящую из взаимосвязанных граничного и скелетного описания формы объекта [59]. Для получения граничного описания используется аппроксимация дискретного образа многоугольной фигуры. Скелетное описание задает форму как множество срединных осей, образованных центрами максимальных кругов, целиком лежащих внутри многоугольной фигуры (так называемых максимальных пустых кругов). В качестве скелетного описания в разработанной модели используется базовый скелет [60-62] – подмножество скелета многоугольной фигуры, аппроксимирующее с известной точностью фундаментальную часть скелета любой замкнутой области, близкой фигуры в смысле расстояния Хаусдорфа.

Скелет односвязной многоугольной фигуры представляет собой плоский граф без циклов [63]. При этом точки скелета могут быть трех типов: терминальные вершины (они совпадают с вершинами границы), нетерминальные вершины и внутренние точки ребер. Для любой точки скелета определен максимальный пустой круг с центром в этой точке.

В работах [3,5] контуру Γ изображения объекта задается последовательностью чисел $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1} = \{\gamma(0), \gamma(1), \dots, \gamma(s-1)\}$, где $\gamma(n)$ – элементарный вектор (ЭВ), соединяющий центры или узлы соседних контурных ячеек сетчатки, проведенный в направлении обхода, а s – количество ЭВ в контуре изображения объекта. Данный способ благодаря компактности получаемых описаний получил широкое распространение. Достоинством подхода к описанию контуров последовательностью комплексных чисел, задающих их ЭВ, является возможность выполнять преобразования этих контуров аналитическим путем.

1.3. Обсуждение результатов и конкретизация задач диссертационных исследований

Достоинство методов контурного анализа в задачах обработки и распознавания изображений объектов заключается в возможности решения этих задач с единых теоретических позиций теории сигналов. Контурные изображения объектов полностью характеризуют их форму и позволяют создать простые аналитические описания, инвариантные к повороту и масштабированию изображений.

Метод контурного анализа является перспективным методов обработки и распознавания изображений объектов. Рассмотрение контуров изображений как комплекснозначных сигналов и представление их в линейном комплекснозначном пространстве позволяет получить меру близости двух контуров в виде их СП, инвариантную к преобразованиям переноса, поворота и масштабирования. При этом на основании значения самого скалярного произведения можно оценить угол поворота и коэффициент масштабирования.

Однако теория контурного анализа изображений объектов далека от завершения. На рис. 1.10 представлена схема с основными разделами контурного анализа изображений, на которой цветом выделены разделы на данный момент не исследованные в полной мере.

По вопросу математического представления моделей контуров необходимо расширить представление моделей непрерывных контуров изображений и классификацию случайных контуров. Классификация случайных контуров возможна с учетом понятия формы. Форма изображения объекта является основным признаком, по которому можно установить наличие объекта и его свойства. При этом различают геометрически определенную и неопределенную формы. Случайный контур второго типа описывает часть изображений природных объектов, форма которых определена. Примерами таких изображений могут быть изображения листьев растений, частей тела человека. Случайный контур третьего типа описывает изображения природных объектов, форма которых не определена. Примерами таких изображений являются изображения облаков, леса, луга, задымленности и т.п.

Для введенных математических моделей контуров следует расширить описание методов обработки, таких как спектральный и корреляционный анализ непрерывных контуров изображений. Также остались не рассмотрены специальные методы и алгоритмы обработки контуров изображений объектов, заданных на комплекснозначной плоскости. К ним следует отнести алгоритмы передискретизации контуров, быстрого преобразования Фурье, быстрой свертки и деконволюции контуров изображений, заданных на комплекснозначной плоскости. В рамках контурного анализа изображений не исследованы вопросы линейной фильтрации непрерывных комплекснозначных контуров, а также нелинейной фильтрации. К нелинейным контурным фильтрам можно отнести фильтры, основанные на порядковых статистиках, адаптивные фильтры, сигма-фильтры, гомоморфные фильтры. Особенностью данных фильтров является комплекснозначный характер контурного описания изображений объектов. Раздел оценки параметров преобразований контуров изображений следует дополнить

вопросами линейных преобразований непрерывных контуров и нелинейных преобразований дискретных и непрерывных контуров изображений.

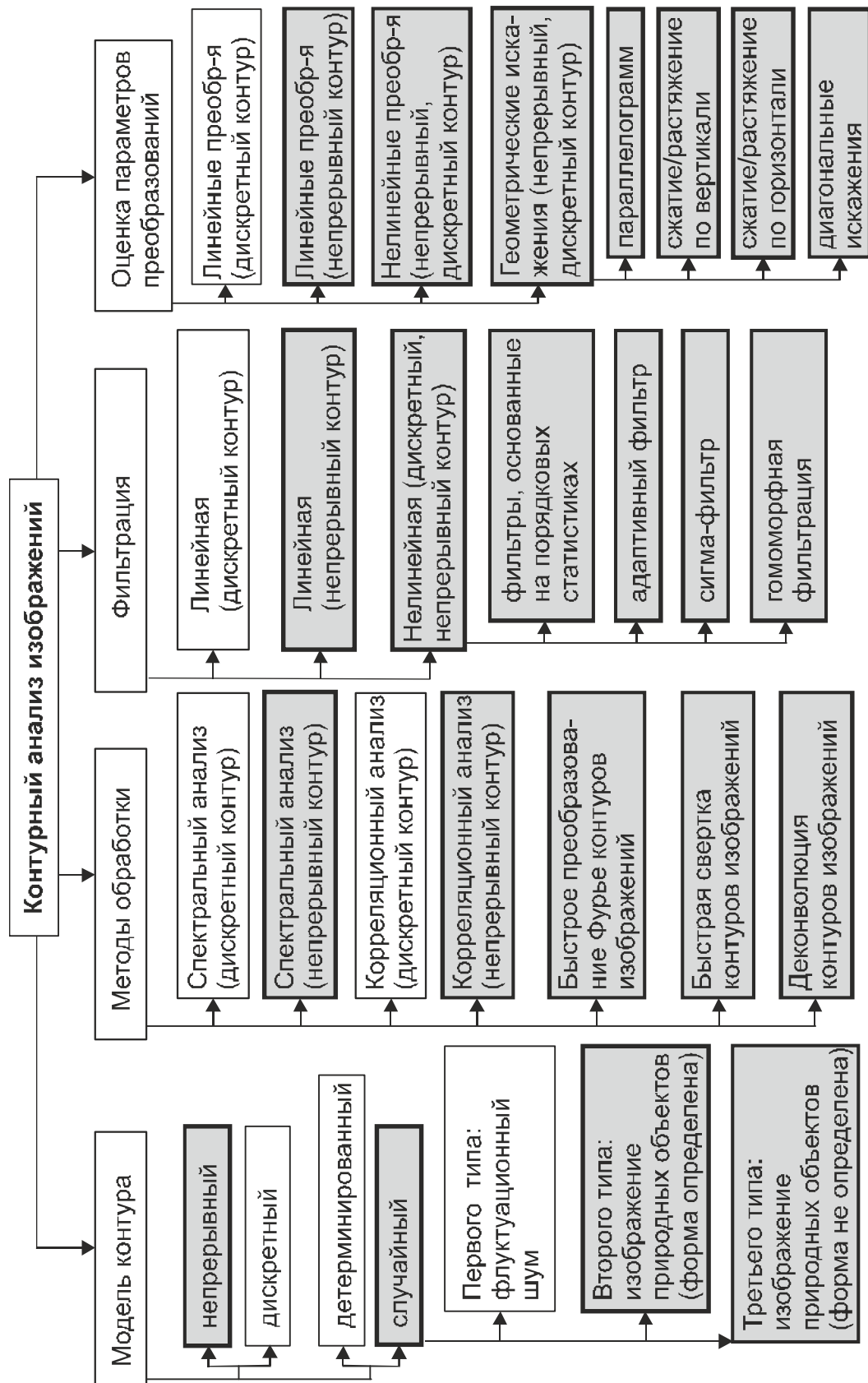


Рис. 1.10. Состояние вопроса в области обработки контуров изображений объектов

Отдельно исследовать вопрос геометрических искажений контуров изображений и оценки их искажений. Рассмотрение данных вопросов позволило бы в полной мере привлечь в качестве базы теории комплексного переменного.

Таким образом, для достижения цели диссертационного исследования необходимо решить следующие задачи:

1) разработка математических моделей, непрерывных по способу представления и случайных по возможности предсказания контуров объектов, для описания изображений в системах технического зрения;

2) исследование спектральных и корреляционных методов оценки линейных преобразований контуров изображений объектов;

3) исследование методов обработки контуров изображений с учетом их представления в комплекснозначном коде;

4) разработка методов нелинейной фильтрации контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде, для обработки зашумленных изображений;

5) разработка математической модели контуров изображений с геометрическими искажениями;

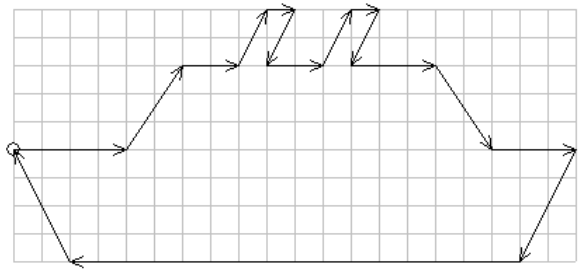
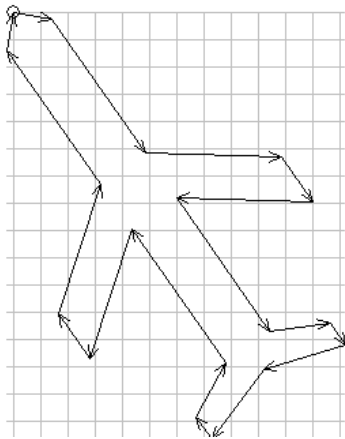
6) разработка метода оценки и структуры системы геометрических искажений контуров изображений.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНЫХ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ

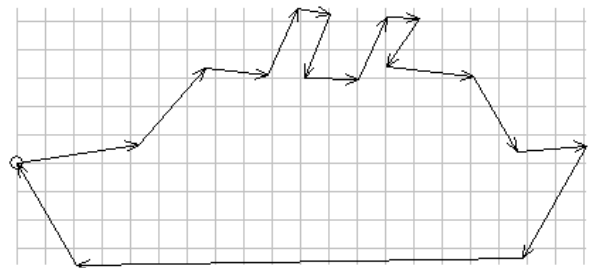
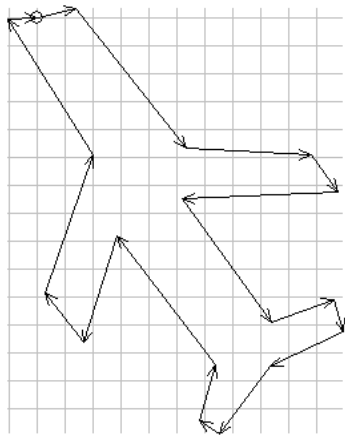
2.1. Классификация контуров изображений объектов

Контуров изображений объектов в работе [3] классифицируются по двум типам: детерминированные и случайные. Для контуров первого типа соотношения между ЭВ не меняются с течением времени. Для случайного контура ЭВ представляют собой случайную величину.

Случайные контуры, в свою очередь, могут быть разделены на три типа. Случайный контур первого типа представляет собой зашумленный детерминированный контур, т.е. аддитивную смесь детерминированного контура Γ и шумового контура Z (рис. 2.1).



a



б

Рис. 2.1. Примеры детерминированных контуров (*a*) и случайных контуров первого типа (*б*)

Случайный контур первого типа описывает, как правило, изображения антропогенных объектов. Математический аппарат для работы со случайным контуром первого типа достаточно подробно рассмотрен в целом ряде работ, например, в работах [3-5,80,84]. При этом контур

$$\mathbf{Z} = \{\zeta(n)\}_{0,s-1} = \{\zeta_1(n) + i\zeta_2(n)\}_{0,s-1}, \quad (2.1.1)$$

является комплекснозначным аналогом широкополосного флуктуационного шума. ЭВ $\zeta(n)$ состоит из независимых компонент $\zeta_1(n)$ и $\zeta_2(n)$ с нормальным распределением. Дисперсия независимых компонент $\zeta_1(n)$ и $\zeta_2(n)$:

$$D[\zeta_1(n)] = D[\zeta_2(n)] = \sigma^2,$$

а корреляционная функция:

$$K[\zeta_1(m), \zeta_2(n)] = K[\zeta_1(m), \zeta_1(n)] = K[\zeta_2(m), \zeta_2(n)] = \sigma^2 \delta(m-n),$$

$$m, n = 0, 1, \dots, s-1,$$

где $\delta(n)$ – обозначение символа Кронекера.

МО величины $\zeta(n)$:

$$m_\zeta = 0,$$

а дисперсия:

$$D[\zeta(n)] = 2\sigma^2.$$

Зашумленный ЭВ ДК $\mathbf{N} = \{\nu(n)\}_{0,s-1}$

$$\nu(n) = \gamma(n) + \zeta(n), \quad n = 0, 1, \dots, s-1.$$

является суммой ЭВ $\gamma(n)$ и случайной величины $\zeta(n)$. Поэтому векторы $\nu(n)$ также будут распределены по нормальному закону с параметрами $D[\zeta(n)] = 2\sigma^2$ и $m_{\nu(n)} = \gamma(n)$.

Дальнейшая классификация случайных контуров возможна с учетом понятия формы. Форма изображения объекта является основным признаком, по которому можно установить наличие объекта и его свойства. При этом различают геометрически определенную и неопределенную формы.

Случайный контур второго типа описывает часть изображений природных объектов, форма которых определена. Примерами таких изображений могут быть изображения частей тела человека, листьев растений и т.п. (рис. 2.2).

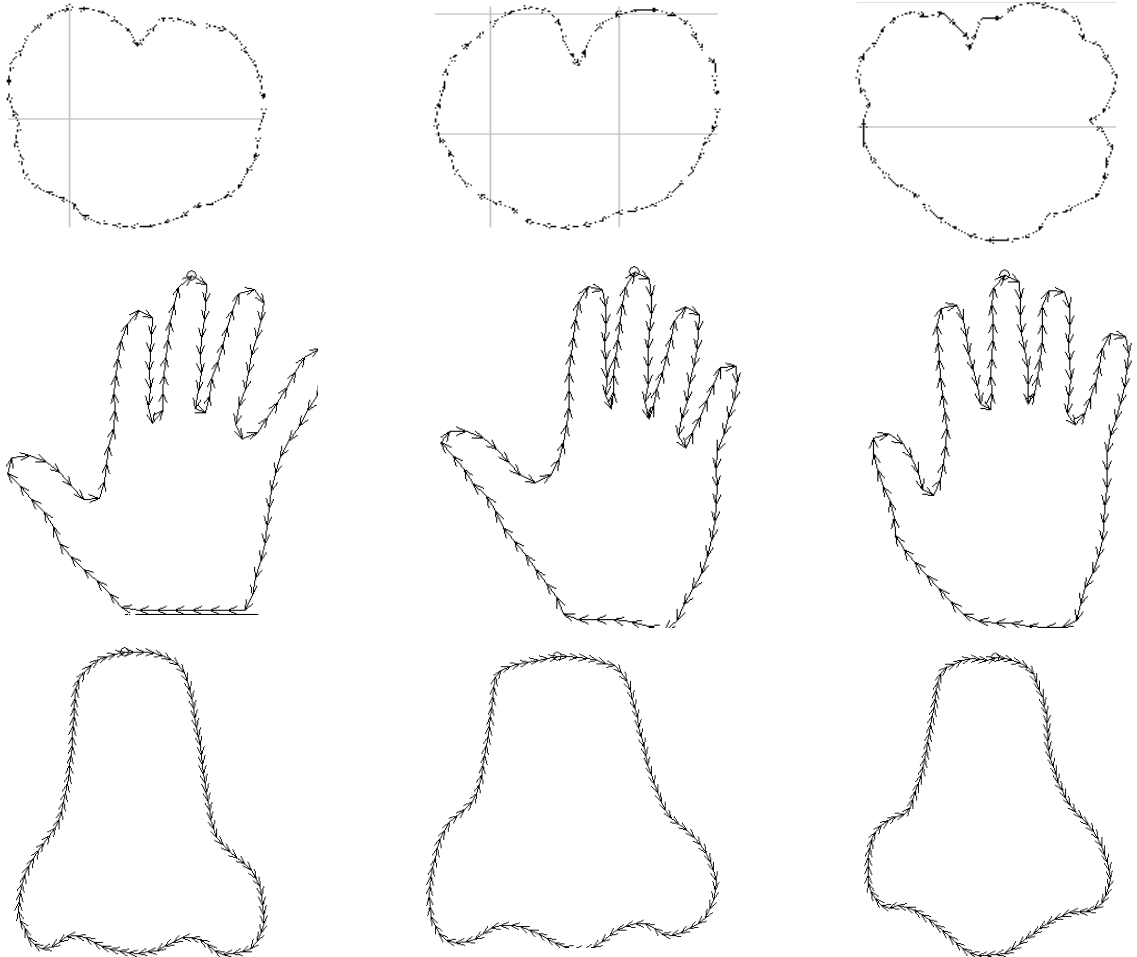


Рис. 2.2. Примеры случайных контуров второго типа

Такие изображения характеризуются отсутствием эталонов в силу многообразия и неповторимости природных объектов.

Случайный контур третьего типа описывает изображения природных объектов, форма которых не определена. Примерами таких изображений являются изображения облаков, леса, луга, задымленности и т.п. (рис. 2.3).

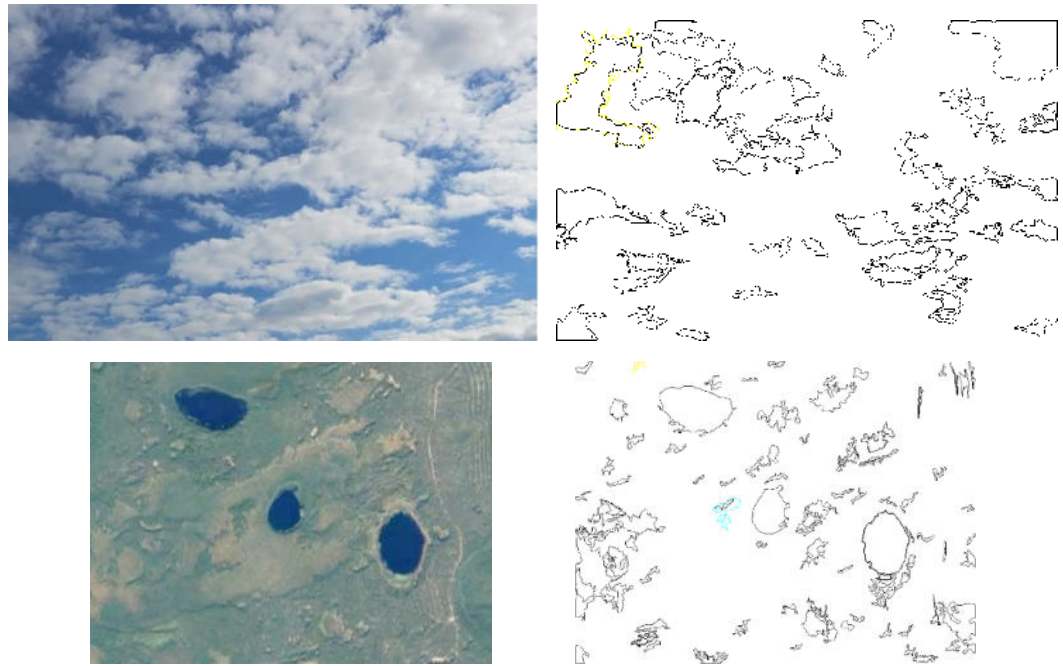


Рис. 2.3. Примеры случайных контуров третьего типа

2.2. Математическая модель непрерывного контура

НК $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,L}$ задается своими векторами

$$\chi(l) = \operatorname{Re} \chi(l) + i \operatorname{Im} \chi(l) = |\chi(l)| \exp\{i\varphi(l)\}. \quad (2.2.1)$$

Здесь

$$|\chi(l)| = \sqrt{(\operatorname{Re} \chi(l))^2 + (\operatorname{Im} \chi(l))^2} \quad \text{и} \quad \varphi(l) = \arg \chi(l) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \chi(l)}{\operatorname{Re} \chi(l)}.$$

НК представляет собой непрерывную замкнутую кривую, заданную на плоскости S комплексного непрерывного переменного χ [80]. При этом переменная l любая в диапазоне от 0 до L ; где L –длина контура. $\operatorname{Re} \chi(l)$ и $\operatorname{Im} \chi(l)$ – действительная и мнимая компоненты функции $\chi(l)$.

НК $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,L}$ и $\mathbf{Y} = \{\nu(l)\}_{0,L}$ равны, если равны их текущие ЭВ $\chi(l) = \nu(l)$. Операции масштабирования и поворота НК определяются выражением [80-82, 84]:

$$\mathbf{Y} = \mu \mathbf{X} = \{\mu \chi(l)\}_{0,L}, \quad (2.2.2)$$

где $\mu = |\mu| \exp\{i\Delta\varphi\}$ –комплексный коэффициент, при умножении на который НК \mathbf{X} происходит масштабирование в $|\mu|$ раз и поворот на угол $\Delta\varphi = \arg \mu$.

На рис. 2.4,б показан НК Y , полученный из НК X , представленного на рис. 2.4,а, путем изменения масштаба в $|\mu|=0,5$ раз, а на рис. 2.4,в – НК I , образованный из НК X масштабированием в $|\mu|=1,5$ раз и поворотом на угол $\varphi = -\pi/2$.

Выражения для нормы НК X , квадрата расстояния между НК X и Y и СП двух НК X и Y имеют вид:

$$\|X\| = \sqrt{\int_0^L \chi(l) \chi^*(l) dl} = \sqrt{\int_0^L ((\operatorname{Re} \chi(l))^2 + (\operatorname{Im} \chi(l))^2) dl} = \sqrt{\int_0^L |\chi(l)|^2 dl}, \quad (2.2.3)$$

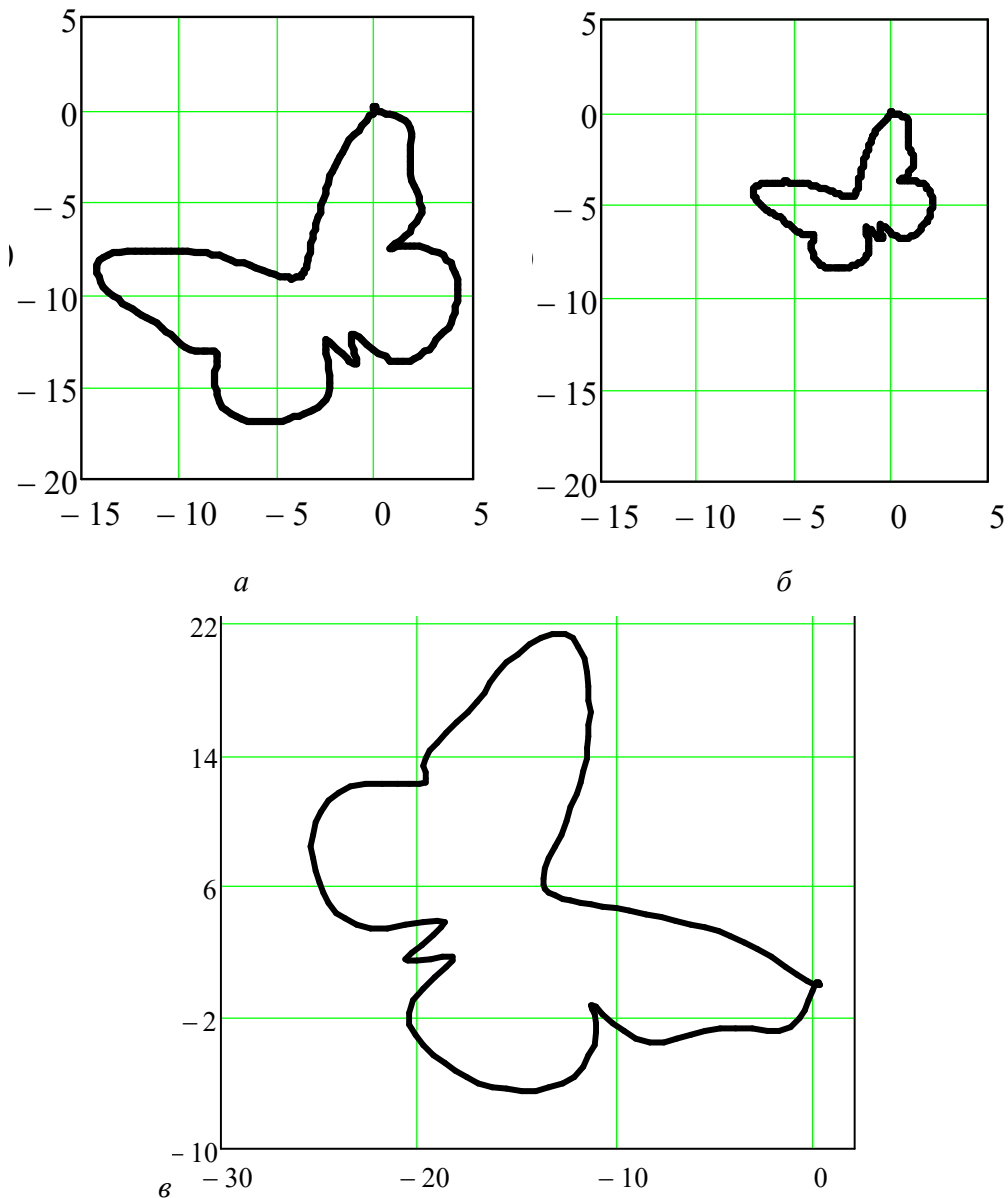


Рис. 2.4. Операции масштабирования и поворота НК X (а) в $|\mu|=0,5$ раз (б) и в $|\mu|=1,5$ раз и поворотом на угол $\varphi = \pi/2$ (в)

$$\begin{aligned}
R^2 = (\mathbf{X} - \mathbf{Y}, \mathbf{X} - \mathbf{Y}) &= \int_0^L (\chi(l) - \nu(l)) (\chi^*(l) - \nu^*(l)) dl = \int_0^L \chi(l) \chi^*(l) dl + \\
&+ \int_0^L \nu(l) \nu^*(l) dl - \int_0^L \chi(l) \nu^*(l) dl - \int_0^L \nu(l) \chi^*(l) dl = \\
&= \|\mathbf{X}\|^2 + \|\mathbf{Y}\|^2 - (\mathbf{X}, \mathbf{Y}) - (\mathbf{Y}, \mathbf{X}), \quad (2.2.4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) &= \int_0^L \chi(l) \nu^*(l) dl = \int_0^L (\operatorname{Re} \chi(l) + i \operatorname{Im} \chi(l)) (\operatorname{Re} \nu(l) - i \operatorname{Im} \nu(l)) dl = \\
&= \int_0^L (\operatorname{Re} \chi(l) \operatorname{Re} \nu(l) + \operatorname{Im} \chi(l) \operatorname{Im} \nu(l)) dl + \\
&+ i \int_0^L (\operatorname{Im} \chi(l) \operatorname{Re} \nu(l) - \operatorname{Re} \chi(l) \operatorname{Im} \nu(l)) dl. \quad (2.2.5)
\end{aligned}$$

Мера схожести двух НК \mathbf{X} и \mathbf{Y} в виде НСП инвариантна к масштабированию анализируемого НК [89-92]. Пусть НК \mathbf{Y} образован масштабированием в $\mu = 0,5$ раз НК \mathbf{X} (рис. 2.4,б). Нормы исходного НК \mathbf{X} и его масштабной копии \mathbf{Y} :

$$\|\mathbf{X}\| = 28,226; \quad \|\mathbf{Y}\| = 14,113.$$

СП НК \mathbf{X} и \mathbf{Y} :

$$(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \int_0^L \chi(l) \nu^*(l) dl = 398,336,$$

квадрат расстояние между ними:

$$R^2 = \|\mathbf{X}\|^2 + \|\mathbf{Y}\|^2 - 2(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = 199,183.$$

Тогда НСП

$$\eta = \frac{(\mathbf{X}, \mathbf{Y})}{\|\mathbf{X}\| \|\mathbf{Y}\|} = \frac{398,336}{28,226 \cdot 14,113} = 1.$$

На меру схожести двух НК в виде НСП инвариантна не только к масштабированию, но и к углу поворота НК. Пусть НК \mathbf{Y} образован

масштабирование в $\mu = 1,5$ раз и поворотом на угол $\varphi = \pi/2$ НК \mathbf{X} (рис. 2.4,б).

Норма НК \mathbf{Y} : $\|\mathbf{Y}\| = 42,34$, а СП НК \mathbf{X} и \mathbf{Y} :

$$(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \int_0^L \chi(l) \nu^*(l) dl = 1,195i \cdot 10^3.$$

Квадрат расстояния между НК \mathbf{X} и \mathbf{Y} :

$$R^2 = \|\mathbf{X}\|^2 + \|\mathbf{Y}\|^2 - 2(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = 995,915.$$

Тогда НСП:

$$\eta = \frac{(\mathbf{X}, \mathbf{Y})}{\|\mathbf{X}\| \|\mathbf{Y}\|} = \frac{1,195i \cdot 10^3}{28,226 \cdot 42,34} = i.$$

Модуль НСП η равен 1, а аргумент – $\pi/2$. Таким образом, изменение как масштаба, так и угловой ориентации не влияет на меру схожести в виде НСП двух НК.

2.3. Математическая модель дискретного контура

ДК может быть сформирован при описании границы оцифрованного бинарного изображения [3] или путем дискретизации НК [83,87]. Произвольный ДК Γ (рис. 2.5), состоящий из ЭВ $\gamma(n)$, $n = 0, 1, \dots, s-1$, записывается в виде [3]:

$$\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0, s-1} = \{\gamma(0), \gamma(1), \dots, \gamma(s-1)\}, \quad (2.3.1)$$

где s – количество ЭВ в контуре.

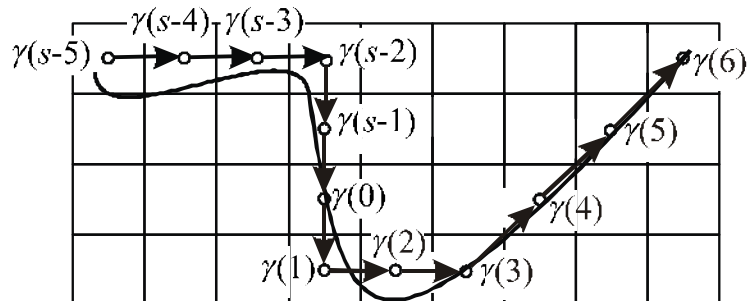


Рис. 2.5. Задание ДК элементарными векторами

Два ДК – Γ и \mathbf{N} – равны, если $\gamma_1(n) = \nu_1(n)$ и $\gamma_2(n) = \nu_2(n)$, $n = 0, 1, \dots, s-1$.

Сумма ДК Γ и \mathbf{N} есть ДК, определяемый как

$$\Gamma + \mathbf{N} = \{\gamma(n) + \nu(n)\}_{0,s-1}. \quad (2.3.2)$$

Линейные операции над ДК Γ могут быть представлены как результат умножения ДК Γ на коэффициент μ , в результате которого происходит масштабирование ДК в $|\mu|$ раз и поворот на угол $\Delta\varphi = \arg \mu$.

$$\mu\Gamma = \{\mu\gamma(n)\}_{0,s-1}. \quad (2.3.3)$$

На рис. 2.6 представлены изображения пожарных знаков эвакуации и результаты выделения контуров, полученных путем пороговой обработки изображений и выделение контура алгоритмом Розенфельда [1-3].

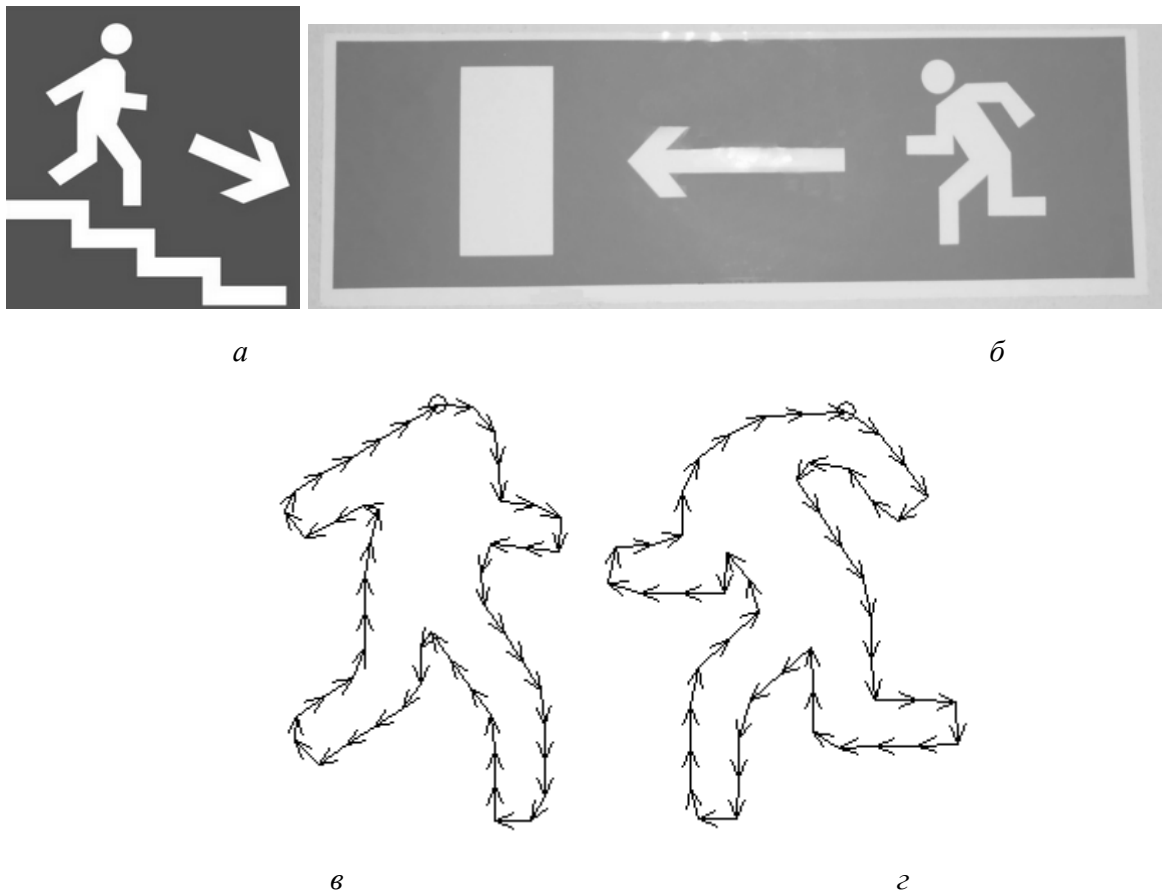


Рис. 2.6. Изображения знаков эвакуации (а и б) и результат выделения контуров (в и з)

Выражения для СП ДК Γ и \mathbf{N} :

$$(\Gamma, \mathbf{N}) = \sum_{n=0}^{s-1} [\gamma_1(n) \nu_1(n) + \gamma_2(n) \nu_2(n)] + i \sum_{n=0}^{s-1} [\gamma_2(n) \nu_1(n) - \gamma_1(n) \nu_2(n)], \quad (2.3.4)$$

а так же в показательной и тригонометрической формах:

$$\begin{aligned} (\Gamma, \mathbf{N}) &= \sum_{n=0}^{s-1} |\gamma(n)| |\nu(n)| \exp\{i\Delta\varphi(n)\} = \\ &= \sum_{n=0}^{s-1} |\gamma(n)| |\nu(n)| \{\cos\Delta\varphi(n) + i \sin\Delta\varphi(n)\}, \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

где $\Delta\varphi(n) = \arg \gamma(n) - \arg \nu(n)$.

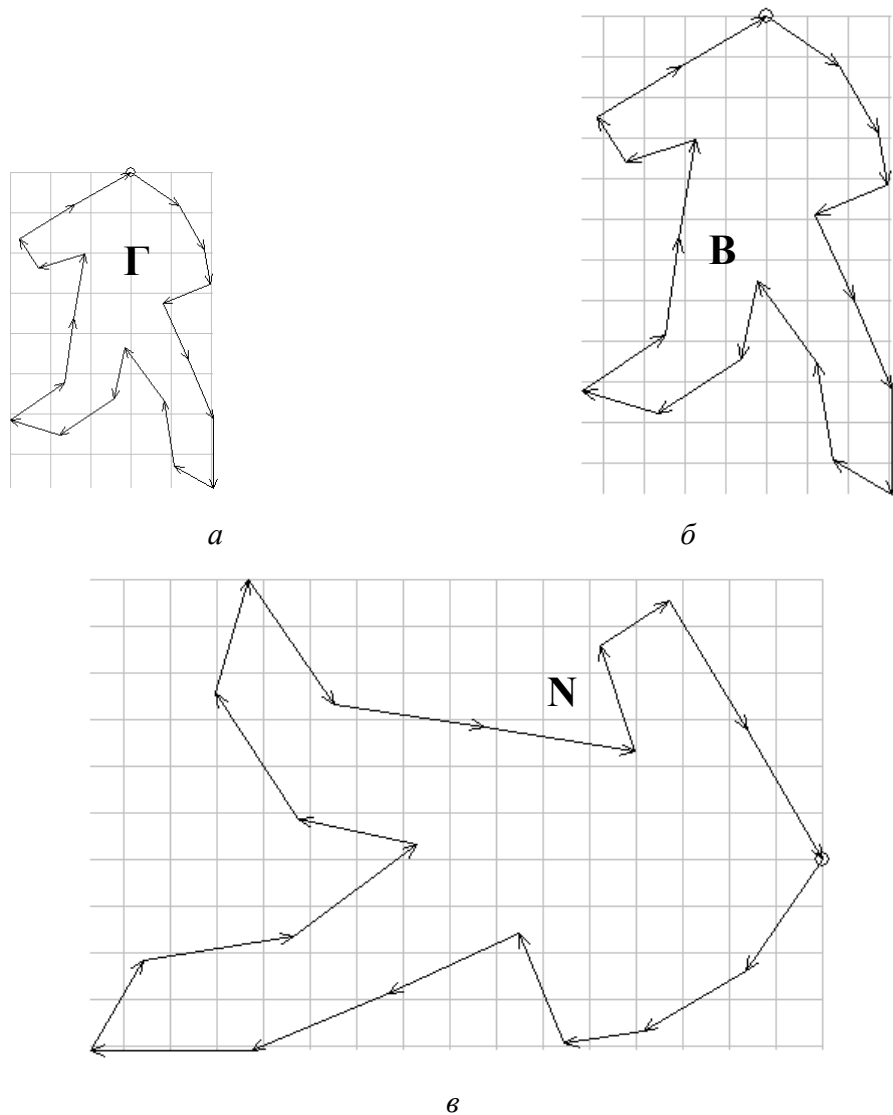


Рис. 2.7. ДК Γ (а), его масштабная копия \mathbf{B} при $|\mu| = 1,5$ (б), ДК \mathbf{N} , полученный масштабирование в $|\mu| = 2$ раза и поворотом на угол $\varphi = -\pi$ (в)

Норма ДК Γ :

$$\|\Gamma\| = \sqrt{\sum_{n=0}^{s-1} \gamma_1^2(n) + \sum_{n=0}^{s-1} \gamma_2^2(n)} = \sqrt{\sum_{n=0}^{s-1} |\gamma(n)|^2}, \quad (2.3.6)$$

и НСП:

$$(\Gamma, \mathbf{N})_H = \frac{(\Gamma, \mathbf{N})}{\|\Gamma\| \|\mathbf{N}\|}. \quad (2.3.7)$$

Если ДК Γ и \mathbf{N} ортогональны, то модуль НСП в комплекснозначном пространстве S равен нулю. НСП принимает максимальное значение, равное единице, если Γ и \mathbf{N} - это один и тот же ДК. При этом ДК \mathbf{N} может быть изменен в масштабе в $|\mu|$ раз и повернут относительно ДК Γ на угол $\Delta\varphi$.

Например, ДК \mathbf{B} образован из ДК Γ (рис. 2.7,а) путем масштабирования в $\mu = 1,5$ раза (рис. 2.7,б), а ДК \mathbf{N} – масштабирование в $|\mu| = 2$ раза и поворотом на угол $\varphi = -\pi$ (рис. 2.7,в). Тогда:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \{1,194 - 0,825i; 0,638 - 1,1i; 0,143 - 0,847i; -1,183 - 0,479i; 0,637 - 1,411i; \\ &\quad 0,612 - 1,471i; -1,725i; -0,963 + 0,563i; -0,254 + 1,62i; -0,978 + 1,32i; \\ &\quad -0,274 - 1,27i; -1,355 - 0,893i; -1,217 + 0,361i; 1,343 + 0,922i; 0,233 + 1,604i; \\ &\quad 0,269 + 1,613i; -1,136 - 0,369i; -0,475 + 0,737i; 1,378 + 0,839i; 1,389 + 0,811i\}; \\ \mathbf{B} &= \{1,79 - 1,237i; 0,957 - 1,651i; 0,215 - 1,271i; -1,774 - 0,718i; 0,955 - 2,117i; \\ &\quad 0,918 - 2,207i; -2,587i; -1,444 + 0,845i; -0,38 + 2,43i; -1,468 + 1,979i; \\ &\quad -0,412 - 1,905i; -2,033 - 1,34i; -1,826 + 0,542i; 2,015 + 1,383i; 0,35 + 2,407i; \\ &\quad 0,404 + 2,42i; -1,704 - 0,553i; -0,713 + 1,106i; 2,066 + 1,258i; 2,083 + 1,217i\}; \\ \mathbf{N} &= \{-1,649 - 2,387i; -2,201 - 1,276i; -1,694 - 0,286i; -0,958 + 2,366i; -2,823 \\ &\quad -1,273i; -2,943 - 1,224i; -3,45i; 1,126 + 1,925i; 3,24 + 0,507i; 2,639 + 1,957i; \\ &\quad -2,54 + 0,549i; -1,786 + 2,71i; 0,722 + 2,435i; 1,844 - 2,686i; 3,209 - 0,467i; \\ &\quad 3,227 - 0,539i; -0,737 + 2,272i; 1,474 + 0,951i; 1,677 - 2,755i; 1,623 - 2,778i\}. \end{aligned}$$

СП исходного ДК Γ (рис. 2.7,а) и его масштабных копий \mathbf{B} и \mathbf{N} (рис. 2.7,б, в):

$$(\Gamma, \mathbf{B}) = 62,862 + 4,637i \times 10^{-3}, \quad (\Gamma, \mathbf{N}) = -5,987 \times 10^{-3} + 83,816i.$$

Норма ДК Γ , \mathbf{B} и \mathbf{N} :

$$\|\Gamma\| = 6,473, \quad \|\mathbf{B}\| = 9,711, \quad \|\mathbf{N}\| = 12,948.$$

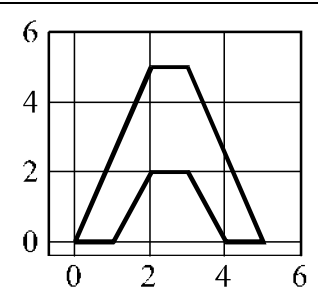
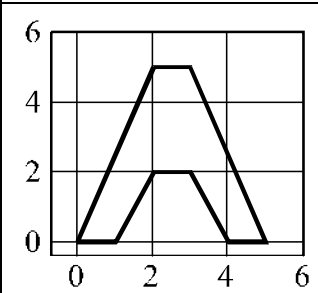
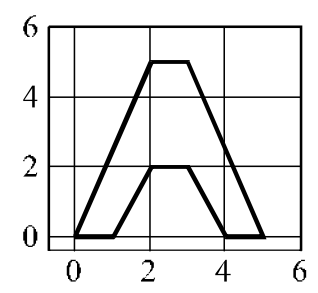
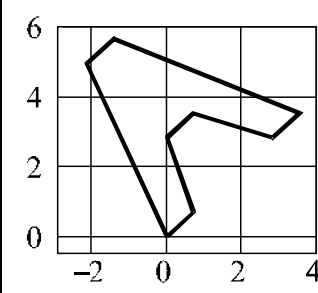
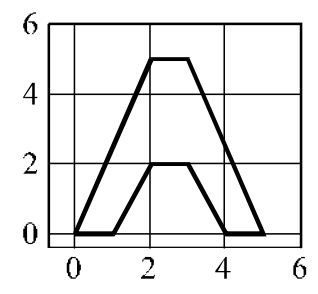
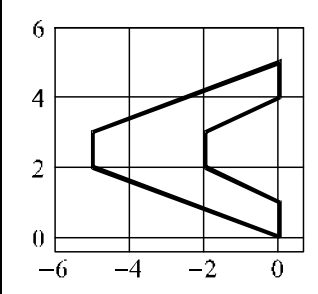
НСП ДК Γ и \mathbf{B} , Γ и \mathbf{N} :

$$\eta = \frac{(\Gamma, \mathbf{B})}{\|\Gamma\| \|\mathbf{B}\|} = \frac{62,862 + 4,637i \times 10^{-3}}{6,473 \cdot 9,711} = |1 + 7,377i \times 10^{-5}| = 1,$$

$$\eta = \frac{(\Gamma, \mathbf{N})}{\|\Gamma\| \|\mathbf{N}\|} = \frac{-5,987 \times 10^{-3} + 83,816i}{6,473 \cdot 12,948} = |-7,143 \times 10^{-5} + i| = 1.$$

Модуль НСП инвариантен к преобразованиям поворота и к масштабированию ДК, т.е. если ДК $\mathbf{N} = \exp\{i\Delta\varphi\}\Gamma$, то модуль НСП сохраняет свое экстремальное значение независимо от угла поворота $\Delta\varphi$ [3]. Инвариантность модуля НСП к углу поворота контура позволяет считать повернутые относительно друг друга ДК одними и теми же. В табл. 2.1 представлен пример вычисления НСП и модуля НСП.

Табл. 2.1

ДК Γ	ДК \mathbf{N}	$(\Gamma, \mathbf{N})_H$	$ (\Gamma, \mathbf{N})_H $
		1	1
		$0,707 - 0,707i$	1
		$-i$	1

2.4. Математическая модель случайного контура

Вариабельность формы таких изображений как лицо и органы человека, листьев растений, облаков и т.п., не позволяет рассматривать их как зашумленные изображения некоторых эталонных объектов. Случайный контур отличается от шумового тем, что случайный контур описывает изображение объекта, форма которого определена. Это выражается в том числе и в том, что между элементами случайного контура существует корреляционная связь. В то же время, составляющие $\zeta_1(n)$ и $\zeta_2(n)$ шумового контура Z являются независимыми для любого n отсчеты шума.

На рис. 2.8,*а*, в качестве примера, приведен контур «Лист фикуса».

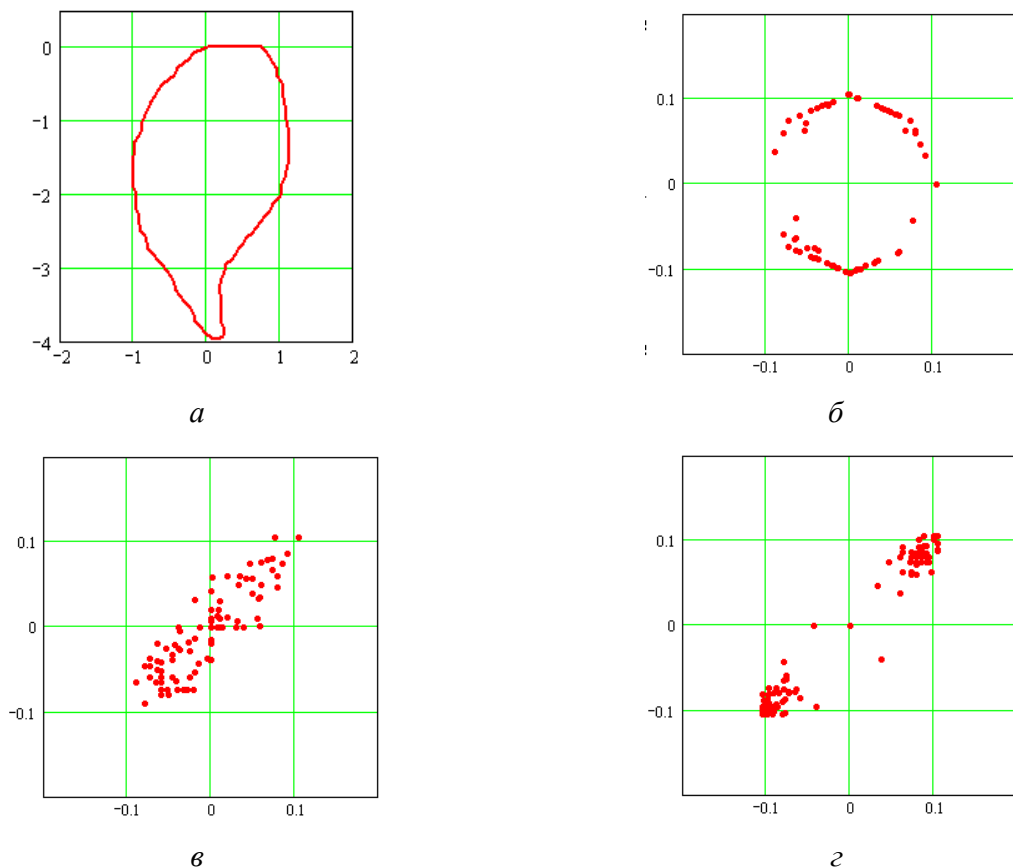


Рис. 2.8. Зависимости, характеризующие корреляционные связи для контура «Лист фикуса» (*а*), между вещественной и мнимой составляющими контуров (*б*), между соседними элементами для вещественных составляющих контуров (*в*) и между соседними элементами для мнимых составляющих контуров (*г*)

На рис. 2.8,б представлена зависимость, характеризующая корреляционные связи между вещественной и мнимой составляющими контура, а на рис. 2.8,в и 2.8,г – между соседними элементами контуров для вещественной и мнимой составляющих соответственно. Концентрация точек вокруг прямой линии свидетельствует о высокой корреляции между соседними элементами случайного контура как для вещественной, так и для мнимой составляющих.

На рис. 2.9 приведены аналогичные зависимости для реализации шумового контура Z с нормальным законом распределения, с нулевым математическим ожиданием и СКО $\sigma = 0,1$. При этом, корреляция между соседними элементами шумового контура Z практически отсутствует.

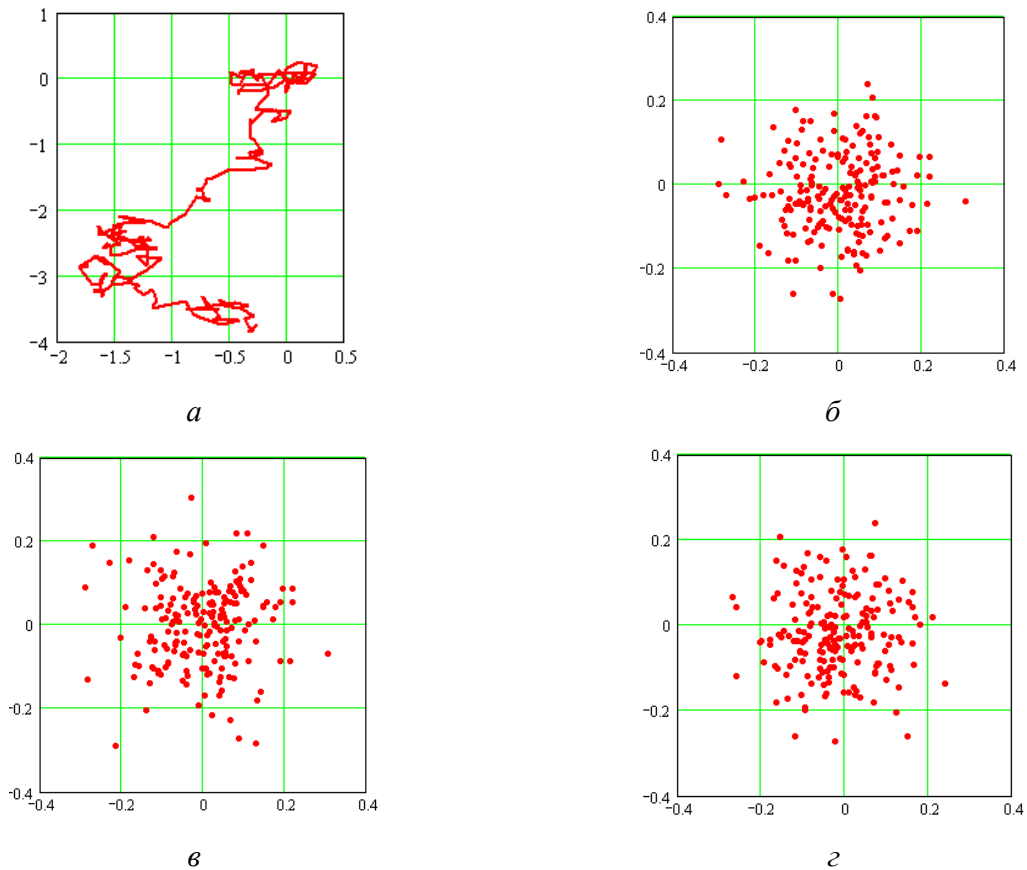


Рис. 2.9. Зависимости, характеризующие корреляционные связи реализации шумового контура Z (а), между вещественной и мнимой составляющими контуров (б), между соседними элементами для вещественных составляющих контуров (в) и между соседними элементами для мнимых составляющих контуров (г)

Случайным будем называть контур, случайная функция $X(l)$, которого задана совокупностью ее возможных реализаций $\chi_1(l), \chi_2(l), \dots, \chi_n(l)$. При каждом фиксированном значении аргумента l случайная функция $X(l)$ является комплексной СВ $X(l) = \text{Re}(X(l)) + i\text{Im}(X(l))$, где $\text{Re}(X(l))$ и $\text{Im}(X(l))$ – действительные случайные функции действительного аргумента l .

Реализация $\chi_k(l)$ СК $X(l)$ есть неслучайная функция аргумента l , равной которой может оказаться СК в результате наблюдения [83,84]. Тогда функция $X(l)$ задает непрерывный случайный контур (НСК). Если аргумент l СК $X(l)$ изменяется дискретно, т.е. $l=0,1,2,\dots,n$, то соответствующие ему значения случайной функции $X(l)$ являются СВ и образуют случайную последовательность ЭВ дискретного СК.

НСК может быть также задан своими сечениями $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n$, образованными в моменты l_1, l_2, \dots, l_n , т.е. $\chi_k = X(l_k)$, $k=0,1,2,\dots,n$. Система СВ $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n$ образует n -мерный случайный вектор $\mathbf{X} = (\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n)^T$. Случайный вектор \mathbf{X} статистически полностью может быть описан n -мерной плотностью вероятностей $W(\mathbf{X})$. Произведение $W(\mathbf{X})d\chi_1 \cdot d\chi_2 \dots d\chi_n$ есть вероятность того, что в момент l_k реализация процесса $X(l_k)$ будет находиться в пределах окна $[\chi_k, \chi_k + d\chi_k]$. n -мерная плотность вероятности при достаточно большом количестве сечений n содержит сведения о вероятности того или иного поведения НСК $X(l)$. Если число сечений n неограниченно и

$$\max_k |l_k - l_{k-1}| \rightarrow 0,$$

то предел плотности вероятности $W(\mathbf{X})$ будет характеризовать вероятность прохождения реализации $\chi(l)$ через бесконечно узкий коридор шириной $d\chi(l)$, образованный слившимися в две бесконечно близкие линии границами окон $[\chi_k, \chi_k + d\chi_k]$, $k=0,1,\dots,n$ (рис. 2.10).

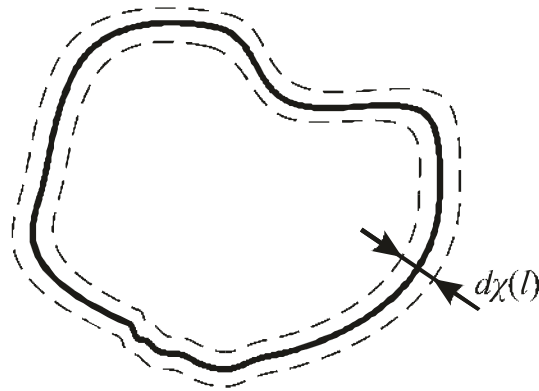


Рис. 2.10. К определению понятия плотности вероятности НСК

Предел

$$W(X(l)) = \lim_{n \rightarrow \infty} W(\mathbf{X}), \quad \max_k |l_k - l_{k-1}| \rightarrow 0,$$

является вероятностной мерой отдельных реализаций НСК $X(l)$. Этот предел можно назвать функционалом ПВ СК. Функционал ПВ каждого конкретного СК $\chi_k(l)$ из заданного множества ставит в соответствие число $W(X(l))$, характеризующее вероятность его появления.

При фиксированном значении аргумента l_k получаем сечение $X(l_k)$ НСК $X(l)$. Это сечение представляет собой СВ с МО $M[X(l_k)]$ и дисперсией $D[X(l_k)]$. МО $m_X(l)$ НСК $X(l)$ представляет собой неслучайную комплексную функцию, значение которой при каждом фиксированном значении аргумента l равно МО сечения, соответствующего фиксированному значению аргумента: $m_X(l) = M[X(l)]$. При этом

$$m_X(l) = m_{\text{Re}(X(l))}(l) + im_{\text{Im}(X(l))}(l). \quad (2.4.1)$$

На комплексной плоскости МО НСК можно представить как «усредненный контур». Вокруг «усредненного контура» расположены другие контуры – реализации НСК. Важным условием при вычислении МО НСК является равенство между собой значений параметров линейных преобразований контуров его реализаций, т.е.:

- одинаковый масштаб $|\mu|$,
- нулевое значение угла $\Delta\varphi$ взаимного поворота,
- совпадающие положения начальных точек [85].

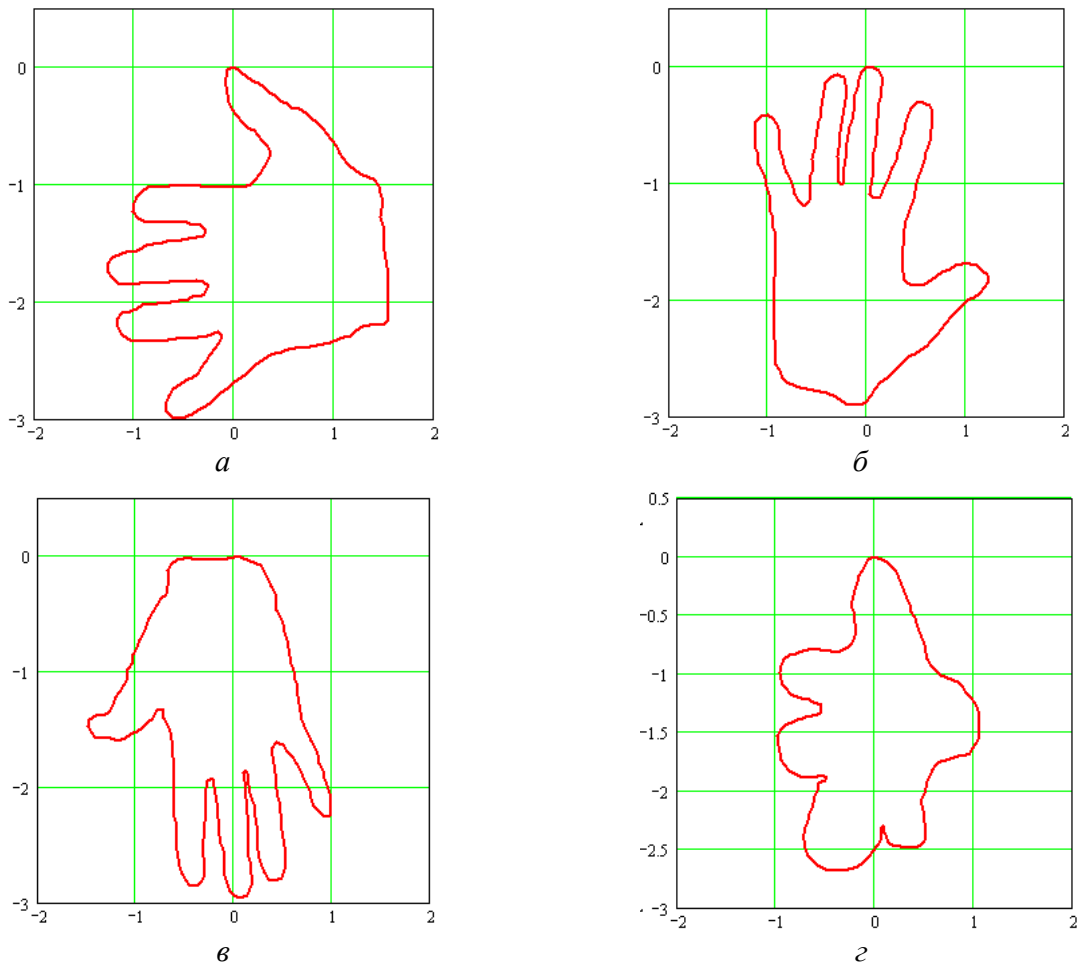


Рис. 2.11. Вычисление МО НСК без предварительного выравнивания параметров:

а-в - реализации НСК, *г* - контур МО

На рис. 2.11,*а-в* представлены 3 реализации НСК типа «Кисть руки», а на рис. 2.11,*г* – МО НСК типа «Кисть руки». При этом предварительное выравнивание значений параметров линейных преобразований контуров реализаций не производилось.

Корректировка параметров линейных преобразований СК осуществляется по следующей методике:

1) имеется M изображений реализаций одного и того же объекта со случайной формой. Положение объекта на изображении при формировании произвольно (поворот $\Delta\varphi$ и масштабирование $|\mu|$ произвольные);

2) формируем ансамбль контуров $\chi_j(l)$, $j=1,2,\dots,M$, в результате выделения контуров на изображениях;

3) осуществляем нормировку контуров $\chi_j(l)$, $j=1,2,\dots,M$, путем деления элементов каждого контура на величину своей нормы $\|\chi_j\|$. Получаем ансамбль нормированных контуров $\chi_{j,n}(l)$. При этом, все контуры имеют одинаковую, равную единице, норму;

4) производим сдвиг начальной точки одного из двух анализируемых контуров таким образом, чтобы нулевой отсчет ВКФ стал максимальным, и осуществляем коррекцию угла взаимного поворота в соответствии с выражением:

$$\Delta\hat{\varphi} = \text{arctg} \frac{\text{Im}\eta_{jk}(0)}{\text{Re}\eta_{jk}(0)},$$

где $\eta_{jk}(0)$ – нулевой отсчет ВКФ сравниваемых контуров $\chi_j(l)$ и $\chi_k(l)$.

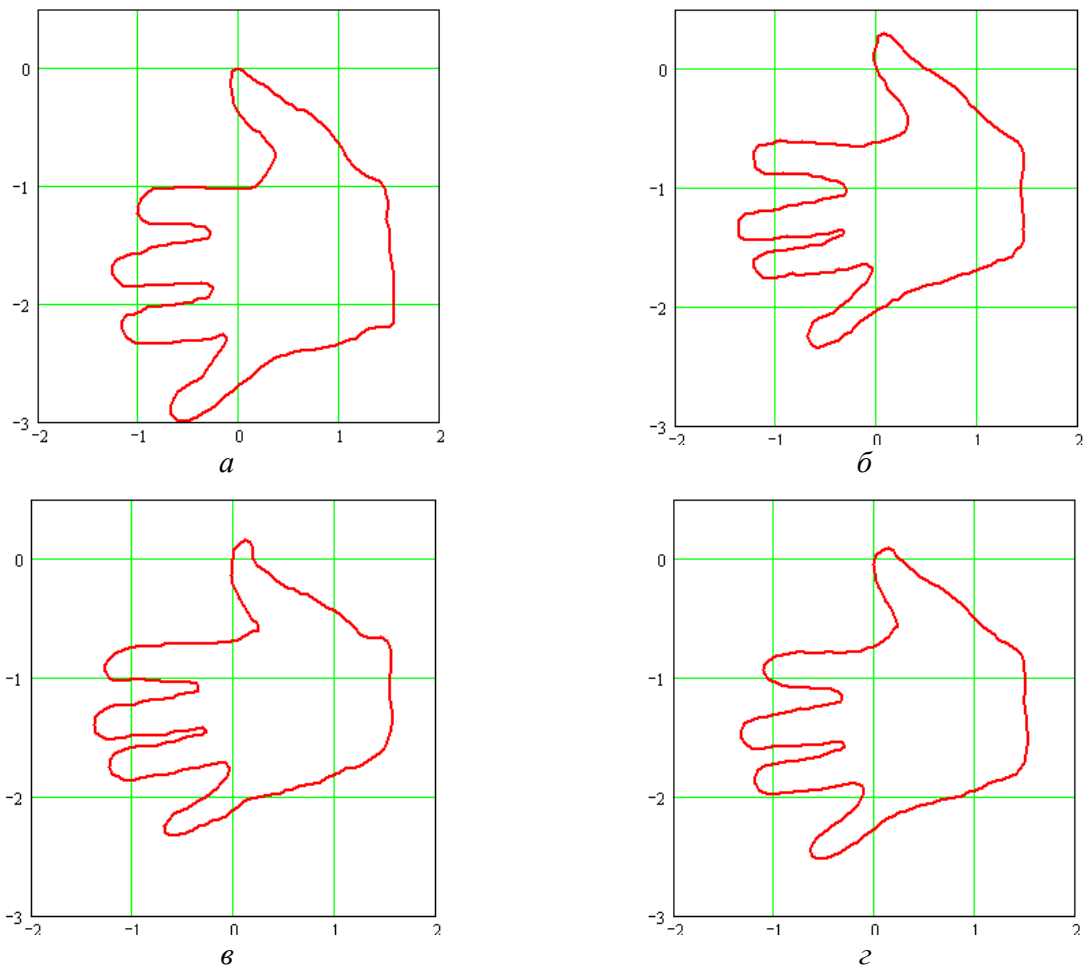


Рис. 2.12. Вычисление МО НСК с предварительным выравниванием параметров:

а-в - реализации НСК после выравнивания значений параметров линейных преобразований, *г* - контур МО

На рис. 2.12,*a-в* представлены реализации СК типа «Кисть руки» после выравнивания значений параметров линейных преобразований контуров, а на рис. 2.12,*г* – МО СК. Выравнивание значений параметров линейных преобразований контуров реализаций произведено относительно контура, показанного на рис. 2.12,*a*).

При фиксированном значении аргумента l МО $m_X(l)$ НСК $X(l)$ есть среднее значение сечения, вокруг которого расположены его возможные значения (рис. 2.13).

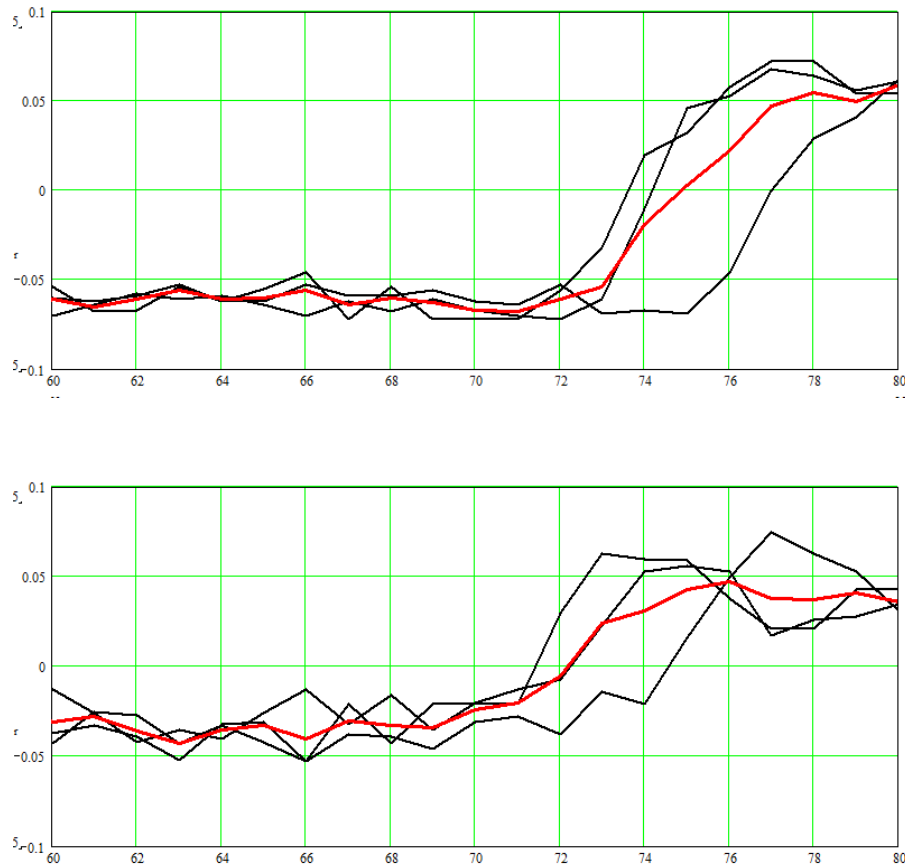


Рис. 2.13. МО сечений случайного НСК $X(l)$

Дисперсия $D_X(l)$ НСК $X(l)$ представляет собой неслучайную неотрицательную функцию, значение которой при фиксированном значении аргумента l равно дисперсии сечения [6]:

$$D_X(l) = D[X(l)] = M \left[|\dot{X}(l)|^2 \right], \quad (2.4.2)$$

где $\dot{X}(l) = X(l) - m_X(l)$ – центрированный НСК. МО суммы равно сумме МО слагаемых. Тогда:

$$\begin{aligned} D_X(l) &= M\left[|\dot{X}(l)|^2\right] = M\left[\left(\operatorname{Re}\left(\dot{X}(l)\right)\right)^2 + \left(\operatorname{Im}\left(\dot{X}(l)\right)\right)^2\right] = \\ &= M\left[\operatorname{Re}\left(\dot{X}(l)\right)\right]^2 + M\left[\operatorname{Im}\left(\dot{X}(l)\right)\right]^2 = D_{\operatorname{Re}(X)} + D_{\operatorname{Im}(X)}. \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

Таким образом, дисперсия НСК равна сумме дисперсий ее действительной и мнимой частей.

Дисперсия характеризует степень рассеяния возможных реализаций вокруг МО НСК X . При фиксированном значении аргумента дисперсия характеризует степень рассеяния возможных значений сечения вокруг МО сечения. На рис. 2.14 представлена дисперсия НСК, представленного тремя реализациями (рис. 2.12, а-в). При этом МО дисперсии составила $5,552 \cdot 10^{-4}$.

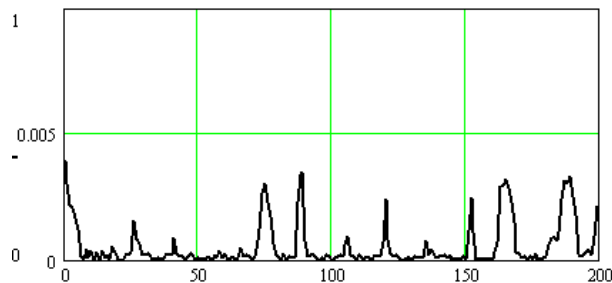


Рис. 2.14. Дисперсия НСК, представленного тремя реализациями (рис. 2.12, а-в)

2.5. Выводы по главе 2

1. Предложена классификация контуров изображений, основанная на постоянстве соотношения между ЭВ контура с течением времени. Предложено разделять контуры на детерминированные и случайные. Для детерминированных контуров соотношения между ЭВ не меняются с течением времени. Для случайного контура ЭВ представляют собой случайную величину. Случайные контуры предлагается разделять на три типа. Случайный контур первого типа представляет собой зашумленный детерминированный контур. При этом

шумовой контур является комплекснозначным аналогом широкополосного флуктуационного шума. Случайный контур второго типа описывает изображения природных объектов, форма которых определена. Случайный контур третьего типа описывает изображения природных объектов, форма которых не определена.

2. Разработаны математические модели НК и ДК изображений. НК представляет собой непрерывную замкнутую кривую, заданную на плоскости S комплексного непрерывного переменного. ДК может быть сформирован при описании границы оцифрованного бинарного изображения или путем дискретизации непрерывного контура. Предложено задавать контур совокупностью элементарных векторов. Показано, что мера схожести в виде НСП инвариантна к изменениям масштаба и угловой ориентации анализируемого контура.

3. Разработана модель НСК, представляющего собой комплексную случайную функцию. При этом комплексная случайная функция рассматривается как совокупность ее возможных реализаций. Введены понятия МО и дисперсии НСК. Геометрически МО НСК представляется как «усредненный контур», вокруг которого расположены другие контуры – реализации. Дисперсия характеризует степень рассеяния возможных реализаций вокруг МО НСК. Показано, что важным условием при исследовании статистических характеристик НСК является равенство между собой значений параметров линейных преобразований контуров его реализаций. Предложена методика выравнивания этих параметров в процессе формирования модели НСК.

3. СПЕКТРАЛЬНЫЙ И КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ЛИНЕЙНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ

3.1. Спектральный анализ непрерывных контуров, заданных в комплекснозначном виде

Произвольный НК, может быть задан как:

$$\mathbf{X}_m = \{\chi_m(l)\}_{0,L} = \left\{ |\chi| \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} ml\right\} \right\}_{0,L}. \quad (3.1.1)$$

где L - длина НК. Семейство замкнутых НЭК задается совокупностью \mathbf{X}_m , где $m \in (-\infty, \infty)$. Если $|\chi| = 1$, то любые два НК из полного семейства НЭК являются ортогональными. Тогда их СП равно:

$$(\mathbf{X}_m, \mathbf{X}_n) = \int_0^L \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} (m-n)l\right\} dl = \begin{cases} L & \text{при } m = n, \\ 0 & \text{при } m \neq n. \end{cases} \quad (3.1.2)$$

Если $|\chi| = 1/\sqrt{L}$, то НЭК являются ортонормированными:

$$(\mathbf{X}_m, \mathbf{X}_n) = \frac{1}{L} \int_0^L \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} (m-n)l\right\} dl = \begin{cases} 1 & \text{при } m = n, \\ 0 & \text{при } m \neq n. \end{cases} \quad (3.1.3)$$

НЭК \mathbf{X}_m и \mathbf{X}_n сохраняют свойство ортогональности при линейных преобразованиях над ними, т.е. при повороте каждого из НЭК на углы $\Delta\varphi_m$ и $\Delta\varphi_n$ и масштабировании в $|\mu_m|$ и $|\mu_n|$ раз соответственно, т.е.

$$(\mu_m \mathbf{X}_m, \mu_n \mathbf{X}_n) = \begin{cases} |\mu_m| |\mu_n| \|\mathbf{X}\|^2 & \text{при } m = n, \\ 0 & \text{при } m \neq n. \end{cases} \quad (3.1.4)$$

Здесь $\mu_m = |\mu_m| \exp\{i\Delta\varphi_m\}$ и $\mu_n = |\mu_n| \exp\{i\Delta\varphi_n\}$.

Таким образом, ортогональность НЭК сохраняется при линейных преобразованиях масштабирования и повороте каждого из них.

НЭК периодичны с периодом L и на комплексной плоскости представляют собой окружности радиусом $1/\sqrt{L}$. Поскольку период повторения гармоники \mathbf{X}_1 в выражении (3.1.1) равен 2π , то примем $L = 2\pi$ [93]. Базисные функции при $m > 1$

также представляют собой окружности. Количеством витков НЭК высших порядков определяется номером гармоники.

Спектр $\mathbf{P} = \{\rho(m)\}_{-\infty, \infty}$ НК $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0, L}$ может быть определен в виде:

$$\rho(m) = \int_0^L \chi(l) \exp\left\{-i \frac{2\pi}{L} ml\right\} dl = \int_0^L |\chi(l)| \exp\left\{-i \left(\frac{2\pi}{L} ml - \varphi(l)\right)\right\} dl, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (3.1.5)$$

а ряд Фурье для периодического НК $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0, L}$:

$$\chi(l) = \frac{1}{L} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho(m) \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} ml\right\}. \quad (3.1.6)$$

Если функция $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0, L}$ является вещественной, т.е. $\chi(l) = \text{Re } \chi(l)$, то ее спектр $\mathbf{P} = \{\rho(m)\}_{-\infty, \infty}$ обладает свойством сопряженной симметрии, т.е.

$$\rho(m) = \rho^*(-m),$$

и

$$|\rho(m)| = |\rho(-m)|.$$

Таким образом, спектр вещественной функции характеризуется симметрично расположенными относительно $m=0$ комплексно-сопряженными парами. Поэтому при анализе амплитудного спектра вещественной функции ограничиваются половиной отсчетов правее отсчета $m=0$.

Если функция $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0, L}$ комплекснозначная, то ее спектр не обладает свойством сопряженной симметрии и в спектре необходимо учитывать все спектральные составляющие как для положительных, так и для отрицательных частот.

Пример. Пусть заданы НК \mathbf{X} (см. рис. 2.4,а) и \mathbf{I} (см. рис. 2.4,б). НК \mathbf{I} образован из НК \mathbf{X} путем масштабирования в $|\mu|=2$ раз и поворотом на угол $\varphi = -\pi/2$. Спектр $\mathbf{P}_X = \{\rho_X(m)\}_{-\infty, \infty}$ НК $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0, L}$ для m от -5 до 5:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_X = \{\rho_X(m)\}_{-5, 5} = \{ & 11,303 - 21,584 i; 7,935 - 13,696 i; 15,275 + 10,425 i; \\ & -3,328 + 3,74 i; 36,424 - 17,229 i; 0; -1,172 + 8,317 i; -14,503 + 6,101 i; \\ & -19,01 - 8,634 i; 2,981 - 1,407 i; -2,613 + 2,013 i \}. \end{aligned}$$

Амплитудный спектра НК X представлен на рис. 3.1,а, а фазовый - на рис. 3.1,б.

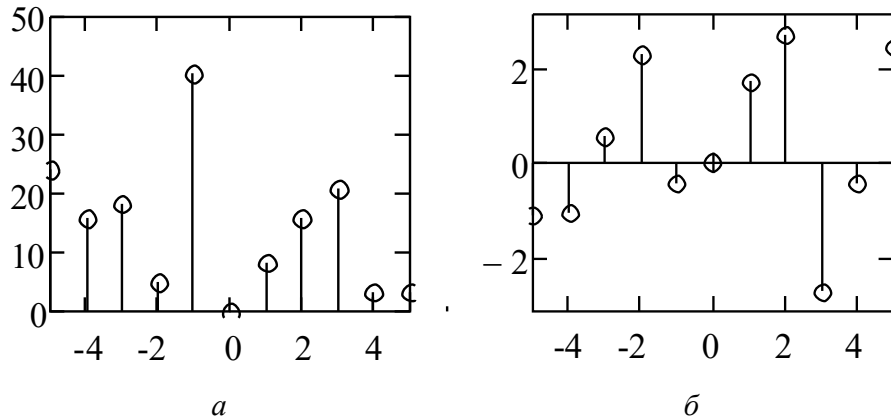


Рис. 3.1. Спектр НК X, представленного на рис. 2.4,а

Спектр $\mathbf{P}_I = \{\rho_I(m)\}_{-\infty, \infty}$ НК I = $\{u(l)\}_{0, L}$ для m от -5 до 5:

$$\mathbf{P}_I = \{\rho_I(m)\}_{-5, 5} = \{-32,376 - 16,954 i; -20,543 - 11,902 i; 15,637 - 22,913 i; \\ 5,61 + 4,991 i; -25,843 - 54,636 i; 0; 12,476 + 1,758 i; 9,152 + 21,754 i; \\ -12,951 + 28,515 i; -2,11 - 4,472 i; -3,02 + 3,919 i\}.$$

Амплитудный спектра НК I представлен на рис. 3.2,а, а фазовый - на рис. 3.2,б.

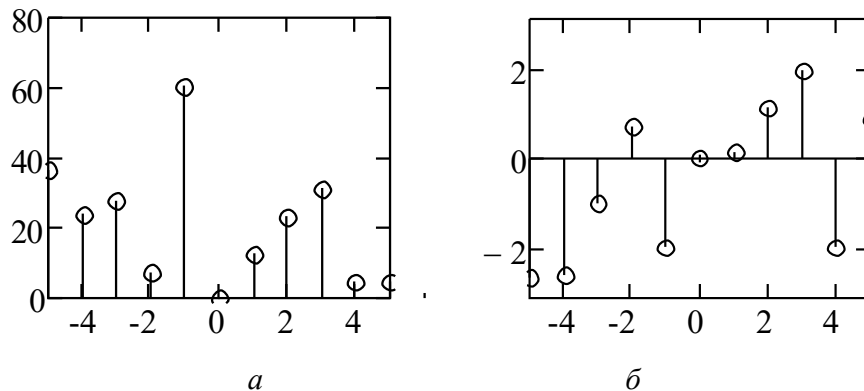


Рис. 3.2. Спектр НК I, представленного на рис. 2.4,в

На рис. 3.3 представлено восстановление НК I (см. рис. 2.4,в) с использованием обратного преобразования Фурье (3.1.6) при различном числе используемых гармоник.

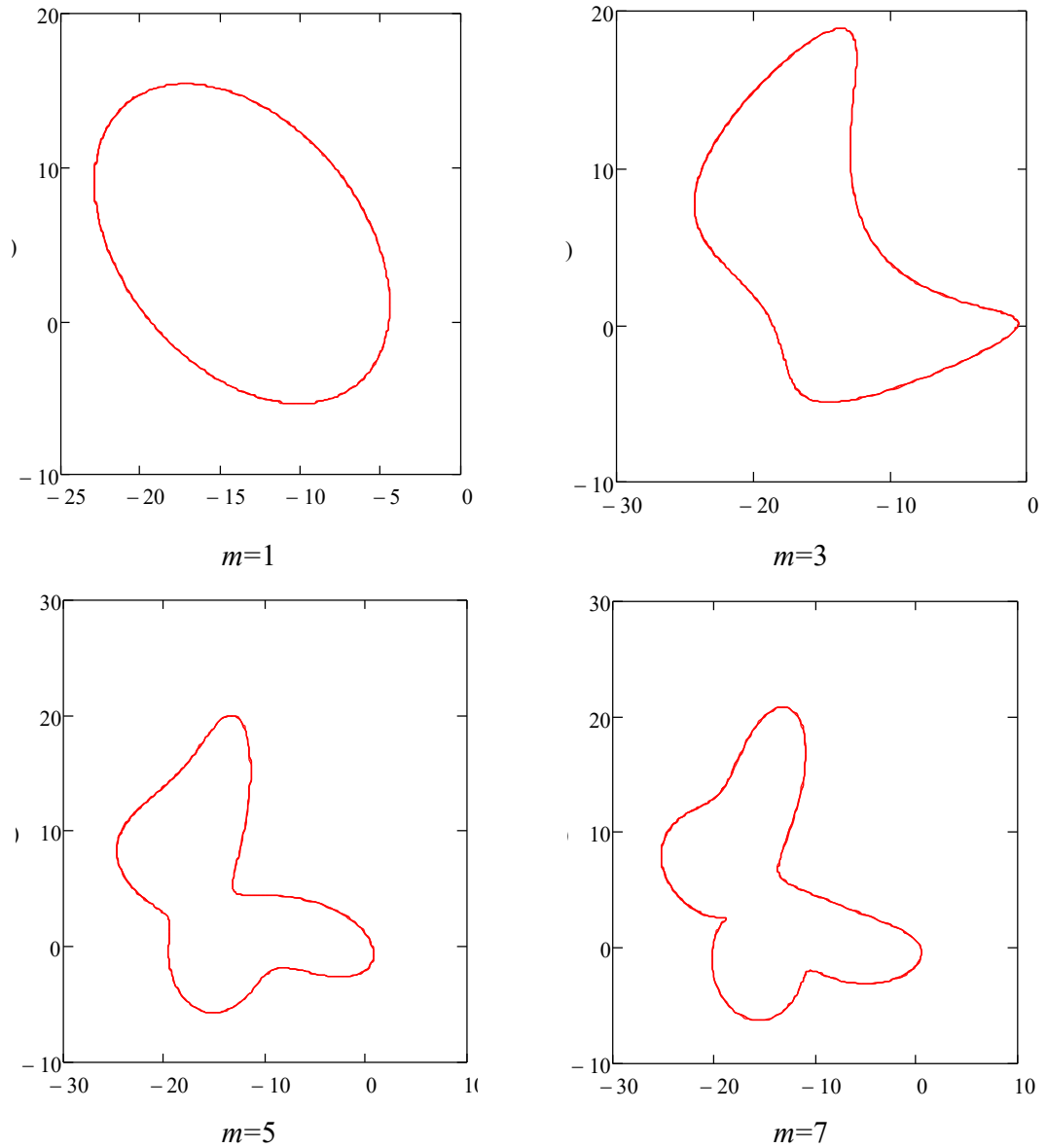


Рис. 3.3. НК I, восстановленный по 1, 3, 5 и 7 гармоникам

Исследуем свойства спектра НК.

1. На основании выражения (1.3.6) для обратного ПФ при $l = 0$:

$$\chi(0) = \frac{1}{L} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho(m). \quad (3.1.7)$$

Если значение $\chi(0)$ не равно нулю, то и не равна нулю сумма всех элементов контура \mathbf{P} . Получаем, что контур \mathbf{P} спектра контура \mathbf{X} разомкнут. При этом компонента $\rho(0) = 0$ спектра \mathbf{P} замкнутого контура \mathbf{X} , т.к. в соответствии с выражением (1.3.5) при $m=0$:

$$\rho(0) = \int_0^L \chi(l) dl, \quad (3.1.8)$$

а по условию НК \mathbf{X} замкнут и поэтому $\rho(0) = 0$.

2. Спектр комплексно-сопряженного НК находится как комплексно-сопряженное обратное ПФ исходного НК. Спектр $\rho_{\mathbf{X}^*}(m)$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, комплексно-сопряженного НК, выраженный через компоненты $\rho(m)$ исходного НК \mathbf{X} :

$$\rho_{\mathbf{X}^*}(m) = \int_0^L \chi^*(l) \exp\left\{-i \frac{2\pi}{L} ml\right\} dl, \quad (3.1.9)$$

или

$$\rho_{\mathbf{X}^*}(m) = \int_0^L \chi(l) \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} ml\right\} dl = \int_0^L \chi(l) \exp\left\{-i \frac{2\pi}{L} (-m)l\right\} dl. \quad (3.1.10)$$

Следовательно $\rho_{\mathbf{X}^*}(m) = \rho_{\mathbf{X}}^*(-m)$, т.е. спектр комплексно-сопряженного НК находится как комплексно-сопряженное обратное ПФ исходного НК.

3. При сдвиге начальной точки НК на d спектр умножается на величину $\exp\left\{i \frac{2\pi}{L} md\right\}$:

$$\mathbf{P}^{(d)} = \left\{ \rho(m) \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} md\right\} \right\}_{-\infty, \infty}. \quad (3.1.11)$$

Пример. Пусть задан НК $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,L}$ (рис. 3.4). Спектр НК \mathbf{X} при смещении начальной точки на $d=1,5$:

$$\mathbf{P}^{(d)} = \{\rho^{(d)}(m)\}_{-3,3} = \{-2,293 \cdot 10^{-6} - 7,899 \cdot 10^{-6}i; -0,621 + 1,29i;$$

$$18,543 - 17,109i; 0; -4,969 + 10,321i; 2,318 - 2,139i; -2,131 \cdot 10^{-6} - 7,931 \cdot 10^{-6}i\}.$$

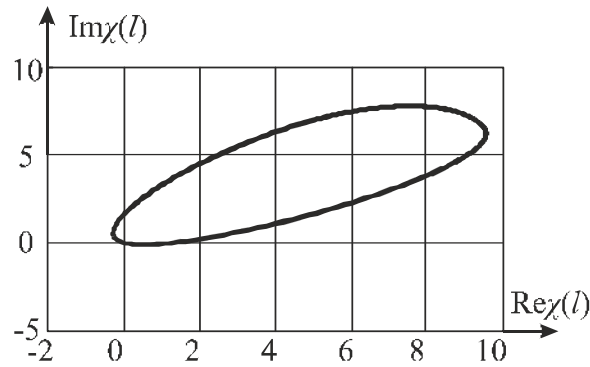


Рис. 3.4. Непрерывный контур X

Учитывая спектр исходного НК и принимая во внимание значение множителя

$$\exp\left\{i \frac{2\pi}{L} m 1,5\right\} = \begin{cases} -1, & \text{при } m - \text{нечетное,} \\ 1, & \text{при } m - \text{четное,} \end{cases}$$

можно утверждать о выполнении свойства.

4. Пусть НК Y представляет собой НК X, подвергнутый линейным преобразованиям растяжения, поворота и сдвиг начальной точки. Тогда спектр P_Y НК Y связан со спектром P_X = {ρ_X(m)}_{-∞,∞} НК X как:

$$\mathbf{P}_Y = \left\{ |\mu| \exp\left\{i \left[\frac{2\pi}{L} md + \Delta\varphi \right] \right\} \rho_X(m) \right\}_{-\infty, \infty}. \quad (3.1.12)$$

Пример. Пусть НК Y получен из исходного НК X (рис. 2.4,а) растяжением в $|\mu| = 0,55$ раз и поворотом на угол $\Delta\varphi = \pi/3$. Тогда спектр НК Y будет иметь вид:

$$\mathbf{P}_Y = \{\rho_Y(m)\}_{-3,3} = \{0,476i; -0,171 + 0,831i; -5,099 + 5,181i; \\ 0,476i; 1,366 - 2,362i; 0,637 - 0,112i; 0,476i\}.$$

Учитывая значения спектра P_X = {ρ(m)}_{-3,3} НК X и множителя

$$|\mu| \exp\left\{i \left[\frac{2\pi}{L} md + \Delta\varphi \right] \right\} = 0,275 + 0,476i, \text{ в соответствии с выражением (3.1.12),}$$

можно убедиться в выполнении данного свойства.

5. Исследуем влияние искажений НК на вид его спектра [94-97]. Рассмотрим НЭК первого порядка, т.е. при $m=1$: $\mathbf{X}_1 = \{\chi_1(l)\}_{0,L} = \{\exp\{il\}\}_{0,L}$ (рис. 3.5).

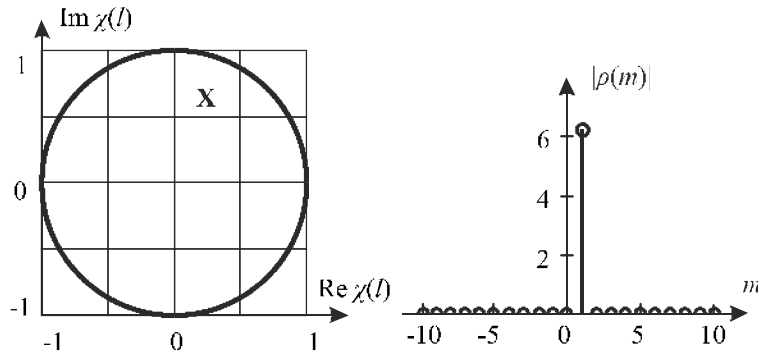


Рис. 3.5. НЭК первого порядка и его амплитудный спектр

НЭК можно представить как:

$$\mathbf{X}_1 = (\chi_1(l))_{0,L} = a \cos(l) + ib \sin(l),$$

где a и b – коэффициенты сжатия соответственно по горизонтали и вертикали. С учетом этого спектр НЭК $\mathbf{X}_1 = \{\chi_1(l)\}_{0,L} = \{\exp\{il\}\}_{0,L}$ можно представить как:

$$\begin{aligned} \rho(m) = \int_0^L \exp\{il\} \exp\left\{-i\frac{2\pi}{L}ml\right\} dl = \int_0^L (a \cos(l) + ib \sin(l)) \times \\ \times \left(\cos\left(\frac{2\pi}{L}ml\right) - i \sin\left(\frac{2\pi}{L}ml\right) \right) dl. \end{aligned}$$

Приходим к следующему:

$$\begin{aligned} \rho(m) = \int_0^L \frac{a}{2} \left(\cos\left(\left(1 - \frac{2\pi}{L}m\right)l\right) + \cos\left(\left(1 + \frac{2\pi}{L}m\right)l\right) \right) dl + \\ + \int_0^L \frac{ib}{2} \left(\sin\left(\left(1 - \frac{2\pi}{L}m\right)l\right) + \sin\left(\left(1 + \frac{2\pi}{L}m\right)l\right) \right) dl + \\ - \int_0^L \frac{ia}{2} \left(\sin\left(\left(1 - \frac{2\pi}{L}m\right)l\right) + \sin\left(\left(1 + \frac{2\pi}{L}m\right)l\right) \right) dl + \\ + \int_0^L \frac{b}{2} \left(\cos\left(\left(1 - \frac{2\pi}{L}m\right)l\right) - \cos\left(\left(1 + \frac{2\pi}{L}m\right)l\right) \right) dl. \end{aligned}$$

Производим переход к синусным и косинусным компонентам и соответствующим коэффициентам.

Спектр НЭК $\mathbf{X}_m = \{\chi_m(l)\}_{0,L}$ содержит только одну не равную нулю компоненту. Таким образом, можно анализировать спектр НК, изменяя коэффициенты a и b , а также получать правила, по которому может производиться оценка близости контура рассматриваемого объекта к кругу.

3.2. Спектральный анализ дискретных контуров, заданных в комплекснозначном виде

Переход от НК к дискретному контуру (ДК) возможен в результате применения операции дискретизации к НК. Пусть задан НК $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,2\pi}$. Пусть спектр $\mathbf{P} = \{\rho(m)\}_{-m_6, m_6}$ НК $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,2\pi}$ отличен от нуля в полосе частот с номерами гармоник m от $-m_6$ до m_6 . Тогда НК $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,2\pi}$ можно разложить по базису Котельникова в обобщенный ряд Фурье:

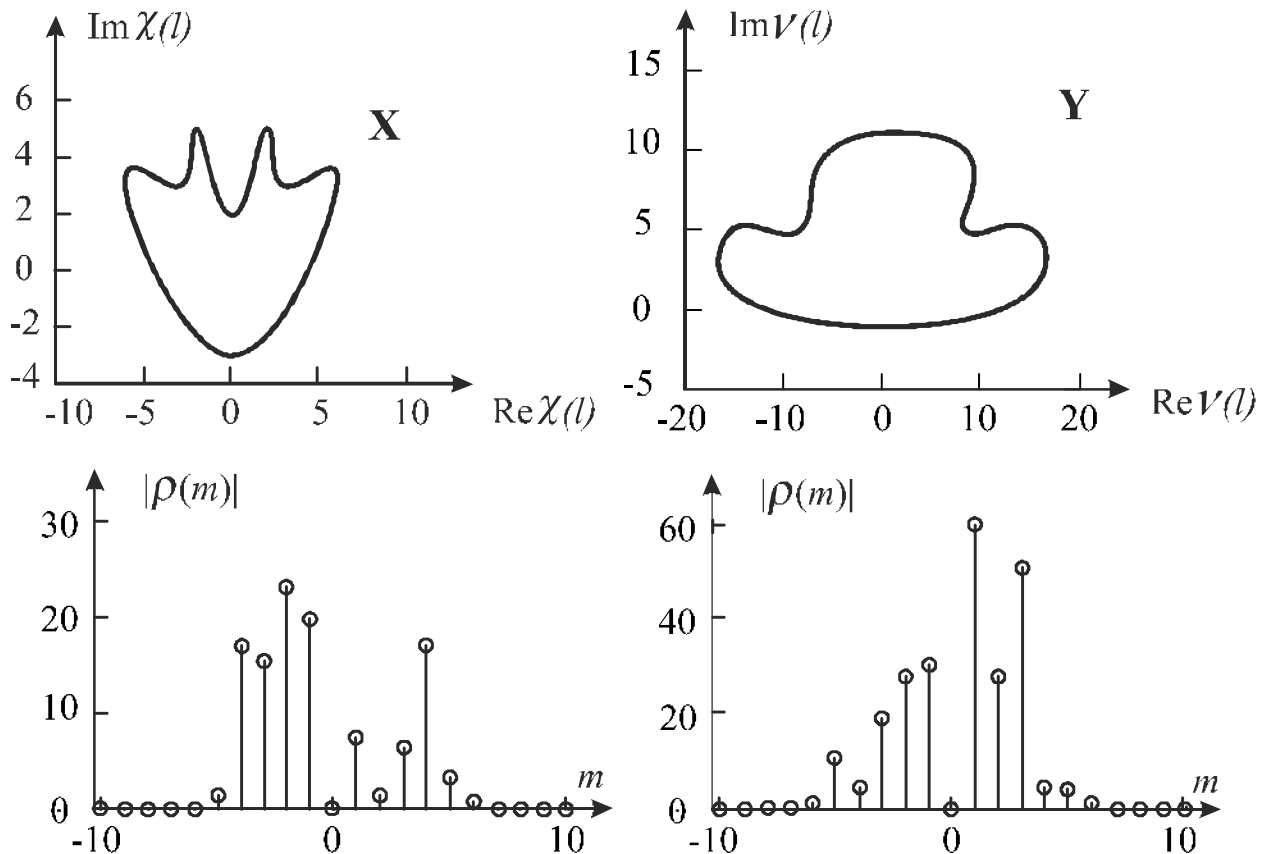


Рис. 3.6. НК X и Y и их амплитудные спектры

$$\chi(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{1,n} Sc_n(l; m_\epsilon) + i c_{2,n} Sc_n(l; m_\epsilon), \quad (3.2.1)$$

где $c_{1,n} = (\operatorname{Re} \chi(l), Sc_n(l; m_\epsilon))$ и $c_{2,n} = (\operatorname{Im} \chi(l), Sc_n(l; m_\epsilon))$ – коэффициенты ряда. Коэффициенты $c_{1,n}$ и $c_{2,n}$ представляют собой мгновенные значения НК в n -й момент времени, т.е. в момент $l_n = n\pi/m_\epsilon$ [83, 98]:

$$\operatorname{Re} \gamma(n) = \operatorname{Re} \chi(l_n), \quad \operatorname{Im} \gamma(n) = \operatorname{Im} \chi(l_n).$$

На рис. 3.6 представлены НК X и Y и их амплитудные спектры, а на рис. 3.7 – ДК, полученные в результате дискретизации НК X и Y на частотах с номерами 5 и 10.

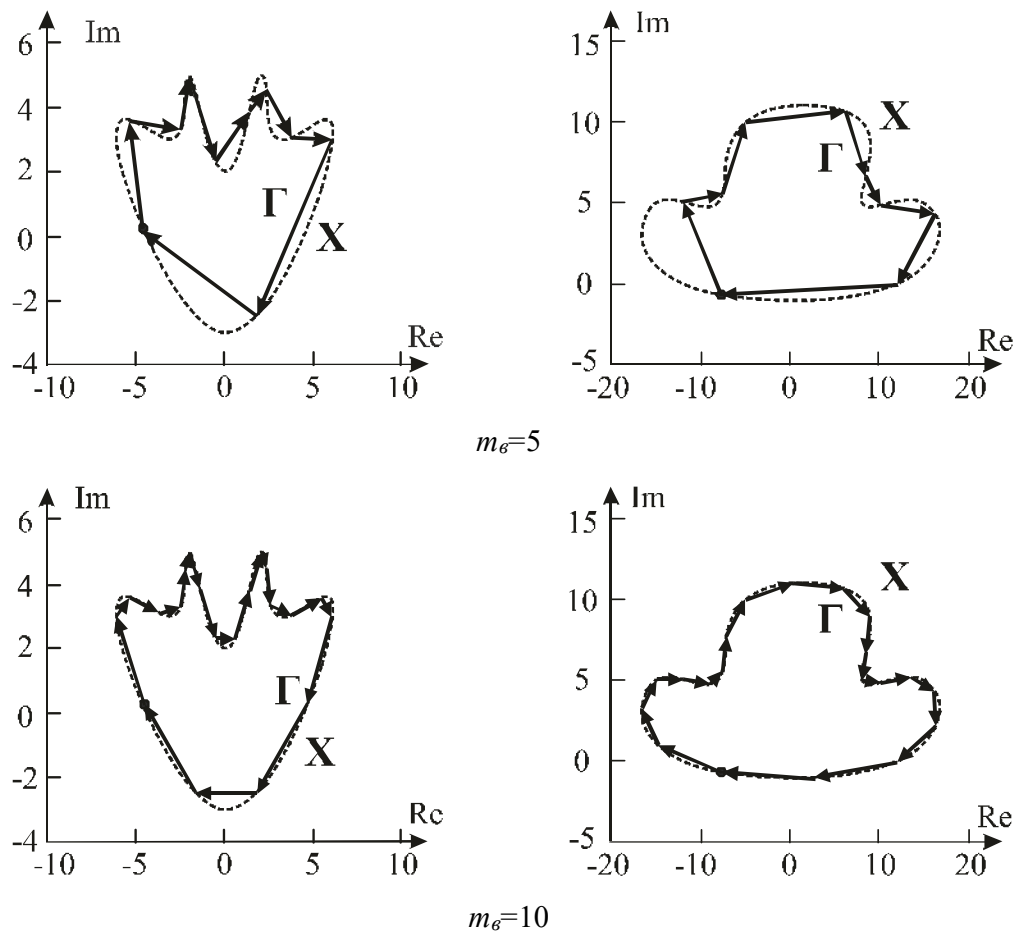


Рис. 3.7. ДК, полученные путем дискретизации НК

На рис. 3.8 показан пример дискретизации НЭК $\mathbf{X}_m = \{\chi_m(l)\}_{0,2\pi} = \{|\chi_m| \exp\{iml\}\}_{0,2\pi}$ при $m = 1$. В результате дискретизации НЭК \mathbf{X}_1 получаем ДЭК Γ_1 .

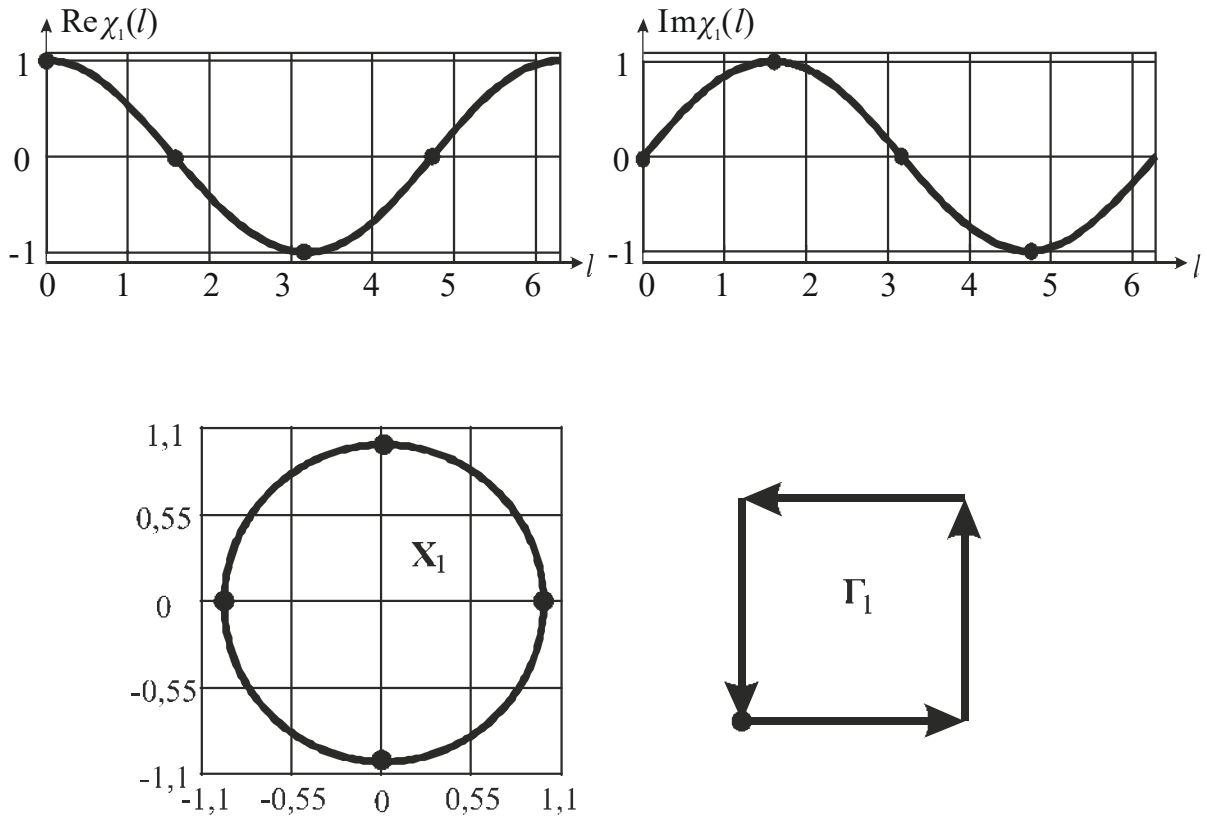


Рис. 3.8. Дискретизация НЭК \mathbf{X}_1

ДЭК $\Gamma_j = \{\gamma_j(n)\}_{0,s-1}$, $j = 0, 1, \dots, s-1$, представляют собой правильный s -угольник с одинаковыми по модулю $|\gamma|$ ЭВ и углами $\frac{2\pi}{s}j$ между соседними ЭВ:

$$\Gamma_j = \{\gamma_j(n)\}_{0,s-1} = \left\{ |\gamma| \exp\left\{ i \frac{2\pi}{s} mn \right\} \right\}_{0,s-1}, \quad j = 0, 1, \dots, s-1. \quad (3.2.2)$$

ДК $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ представляет собой периодическую последовательность ЭВ $\gamma(n)$, $n = 0, 1, \dots, s-1$. ДПФ $\mathbf{P} = \{\rho(m)\}_{0,s-1}$ ДК $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ можно представить как:

$$\rho(m) = \sum_{n=0}^{s-1} \gamma(n) \exp\left\{ -i \frac{2\pi}{s} mn \right\} =$$

$$= \sum_{n=0}^{s-1} |\gamma(n)| \exp \left\{ -i \left[\frac{2\pi}{s} mn - \varphi(n) \right] \right\}, \quad m = 0, 1, \dots, s-1. \quad (3.2.3)$$

Компоненты спектра $\rho(m)$, $m = 0, 1, \dots, s-1$, в общем случае являются комплексными числами. Последовательность $\{\rho(0), \rho(1), \dots, \rho(s-1)\}$ образует на плоскости ДК спектра \mathbf{P} .

Пример. Рассчитаем спектр ДК Γ , показанного на рис. 2.7,а, а так же ДК \mathbf{N} , полученного из ДК Γ изменением масштаба в $|\mu|=2$ раз и поворотом на угол $\varphi = -\pi/2$ (рис. 2.7,б).

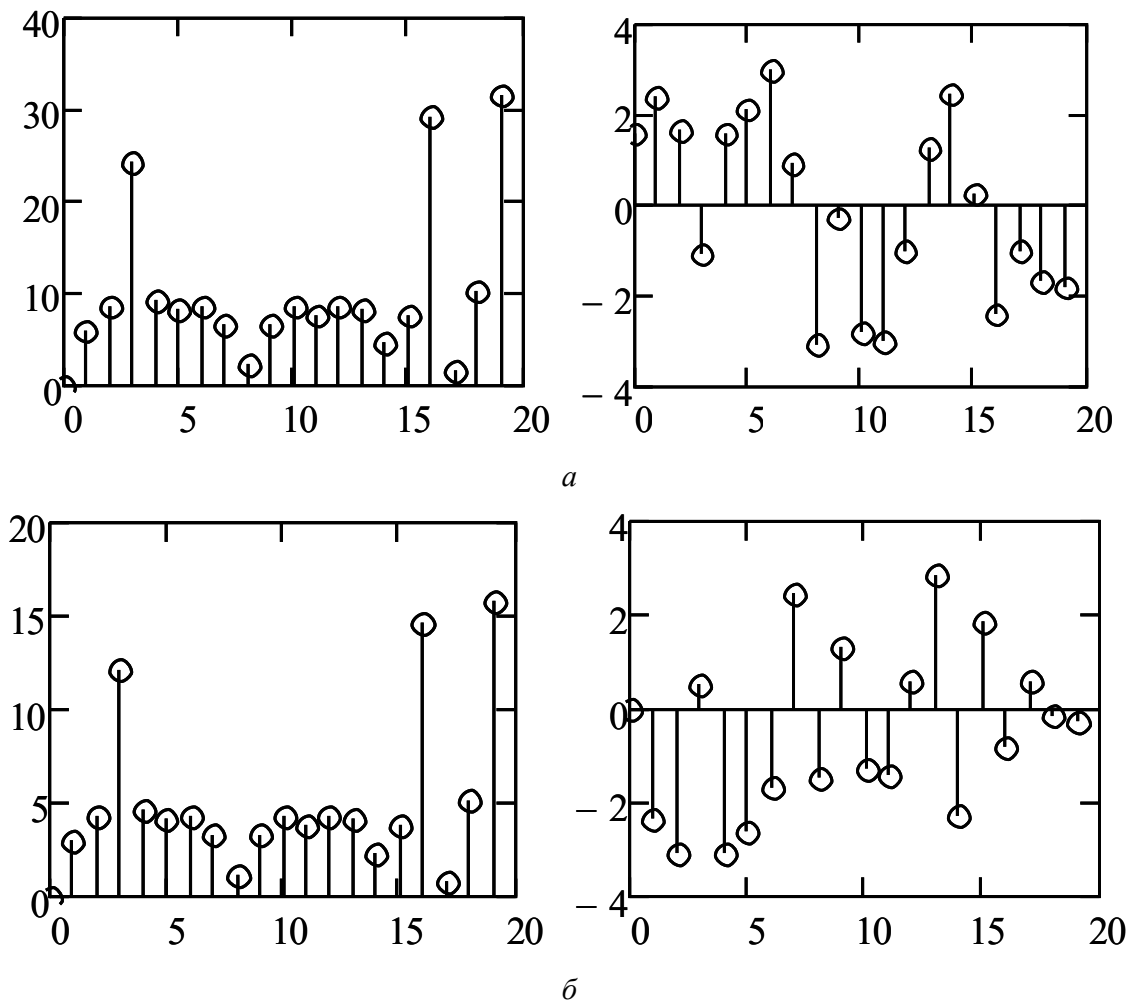


Рис. 3.9. Амплитудные и фазовые спектры ДК Γ (а) и \mathbf{N} (б)

$$\mathbf{P}_{\Gamma} = \{10i \times 10^{-4}; -4,345 + 4,131i; -0,924 + 8,562i; 11,775 - 21,289i; -0,583 + 9,414i; \\ -4,411 + 6,93i; -8,481 + 1,075i; 4,142 + 5,377i; -2,294 - 0,202i; 6,481 - 1,712i; \\ -8,09 - 2,811i; -7,581 - 1,14i; 4,782 - 7,334i; 2,484 + 8,085i; -3,727 + 3,021i;$$

$$7,513 + 2,094 i; -21,43 - 19,883 i; 0,822 - 1,266 i; -1,143 - 10,221 i; -7,969 - 30,572 i\},$$

$$\mathbf{P}_N = \{0,001; 2,062 - 2,173 i; -4,279 - 0,462 i; 10,641 + 5,889 i; -4,707 - 0,292 i;$$

$$-3,463 - 2,208 i; -0,535 - 4,241 i; -2,687 + 2,069 i; 0,102 - 1,146 i; 0,857 + 3,241 i;$$

$$1,407 - 4,046 i; 0,571 - 3,79 i; 3,667 + 2,39 i; -4,044 + 1,243 i; -1,511 - 1,865 i;$$

$$-1,049 + 3,758 i; 9,942 - 10,716 i; 0,632 + 0,407 i; 5,113 - 0,571 i; 15,284 - 3,985 i\}.$$

Форма амплитудных спектров на рис. 3.9 осталась неизменной, лишь изменились значения гармоник на заданный коэффициент масштабирования, что подтверждает принцип суперпозиции – *линейные преобразования над контурами приводит к таким же линейным преобразованием над их спектрами.*

ОДПФ для ДК записывается как

$$\gamma(n) = \frac{1}{s} \sum_{m=0}^{s-1} \rho(m) \exp\left\{i \frac{2\pi}{s} mn\right\}, \quad n = 0, 1, \dots, s-1. \quad (3.2.4)$$

3.3. Спектральный анализ случайных контуров

Стационарную случайную функцию можно представить в виде суммы гармонических колебаний со случайными амплитудами и фазами [6]:

$$X(l) = \sum_{n=1}^{\infty} [U_n \cos \omega_n l + V_n \sin \omega_n l] = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{U_n^2 + V_n^2} \sin(\omega_n l + \varphi_n), \quad (3.3.1)$$

где $\varphi_n = \arctg(U_n / V_n)$; U и V – некоррелированные СВ с нулевыми МО и равными дисперсиями. Корреляционная функция суммы (3.3.1) [6]:

$$K_X(r) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin(\omega_n r + \varphi_n). \quad (3.3.2)$$

С учетом того, что СК $X(l)$ является периодическим процессом с периодом повторения L : $\omega_n = \frac{2\pi n}{L}$. Получаем

$$K_X(r) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin\left(\frac{2\pi n}{L} r + \varphi_n\right). \quad (3.3.3)$$

Комплекснозначная функция $K_X(r)$ также будет периодической с периодом L . Соотношение (3.3.3) представляет собой разложение корреляционной функции в ряд Фурье. Коэффициенты ряда:

$$D_n = \frac{1}{L} \int_0^L K_x(r) \sin\left(\frac{2\pi n}{L}r + \varphi_n\right) dr. \quad (3.3.4)$$

Спектр ССК $X(l)$ - это совокупность дисперсий всех составляющих её гармоник [84]. Дисперсия n -ой гармоники равна дисперсии СВ U_n (или дисперсии СВ V_n). Дисперсия ССК:

$$D[X(l)] = \sum_{n=1}^{\infty} D_n. \quad (3.3.5)$$

Таким образом, дисперсию ССК можно представить как сумму гармоник. На рис. 3.10 показан спектр СК, показанного на рис. 2.12.

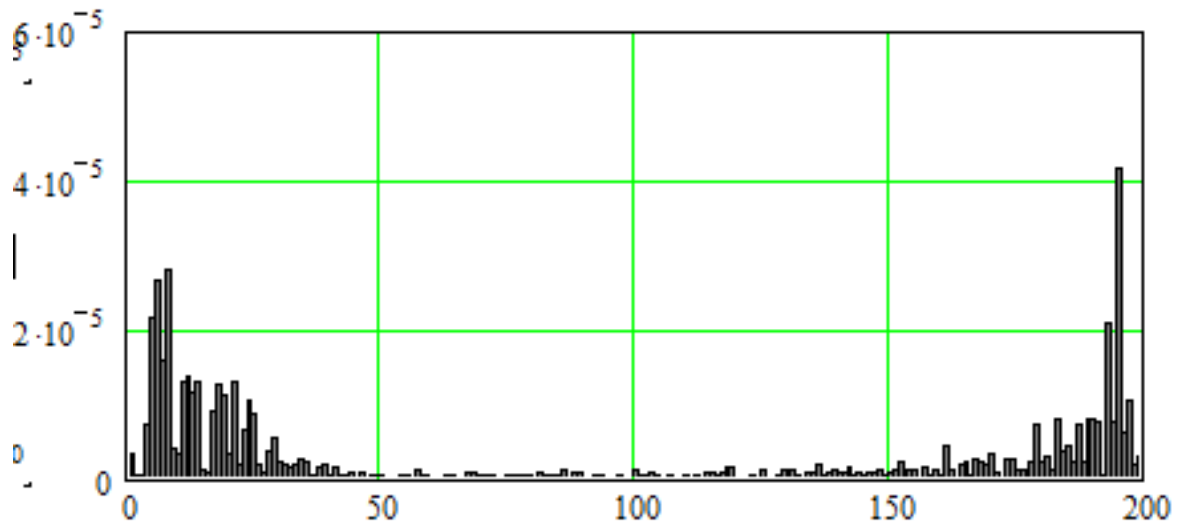


Рис. 3.10. Спектр СК, показанного на рис. 2.12

Сумма дисперсий D_n гармоник спектра СК на рис. 3.10 равна $5,398 \cdot 10^{-4}$ (см. п. 2.4). Спектр ССК является вещественным, т.к. корреляционная функция для рассматриваемого ССК является сопряженно-симметрической, а ЭВ связаны условием [3,84]:

$$\chi(l) = \chi^*(-l) = \chi^*(L-l).$$

ЭВ $\chi(0)$ у сопряженно-симметрического контура является вещественным [3].

3.4. Применение свойств спектров контуров, заданных в комплекснозначном виде

Свойства контуров, заданных в комплекснозначном виде, по сравнению с вещественным представлением обуславливают ряд характерных особенностей для их ПФ [3]. Например, равенство нулю нулевой составляющей спектра замкнутого контура. При этом высокочастотная часть спектра контуров соответствует значениям m , сосредоточенным вблизи $m = s/2$.

Исследование свойств спектров контуров позволяет решать многие прикладные задачи [96, 124, 126]. Например, методика оценки уровня шума на изображении, предложенная профессором Фурманом Я.А., основана на исследовании спектра выделенного контура изображения объекта. Для этого могут быть использованы изображения объектов с простой формой, спектр контура которых содержит только одну гармонику. К таким объектам относятся, например, ЭК дискретные или непрерывные.

Влияние шума, искажающего контур изображения объекта простой формы, приведет к изменению спектра. Появятся дополнительные гармоники, что приведет к расширению спектра. На рис. 3.11, в качестве примера, представлено изображение простой формы при разной степени зашумленности и выделенные контуры.

При этом форма контура под влиянием шума изменяется. На рис. 3.12 представлены амплитудные спектры выделенных контуров.

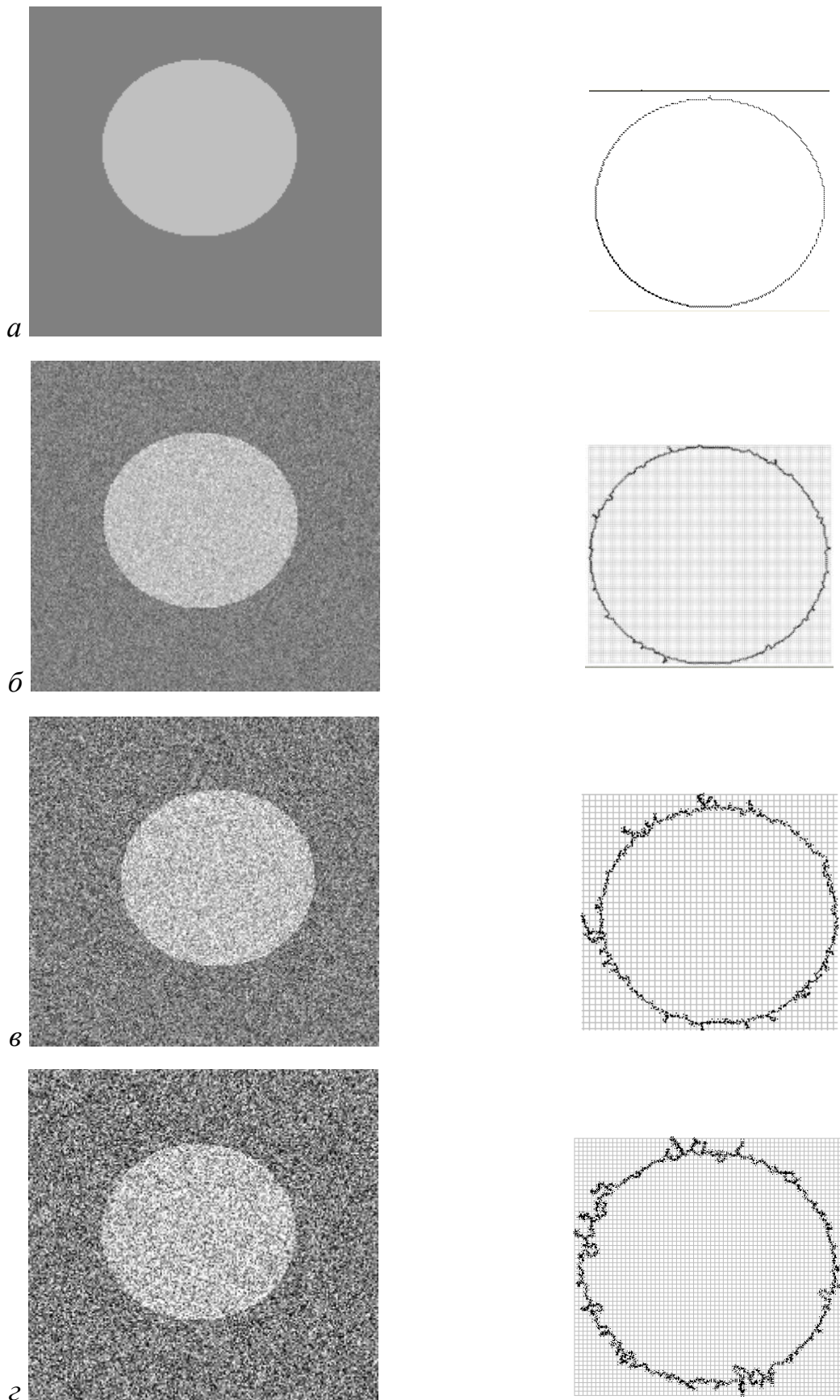


Рис. 3.11. Изображение простой формы при разной степени зашумленности и выделенные контуры

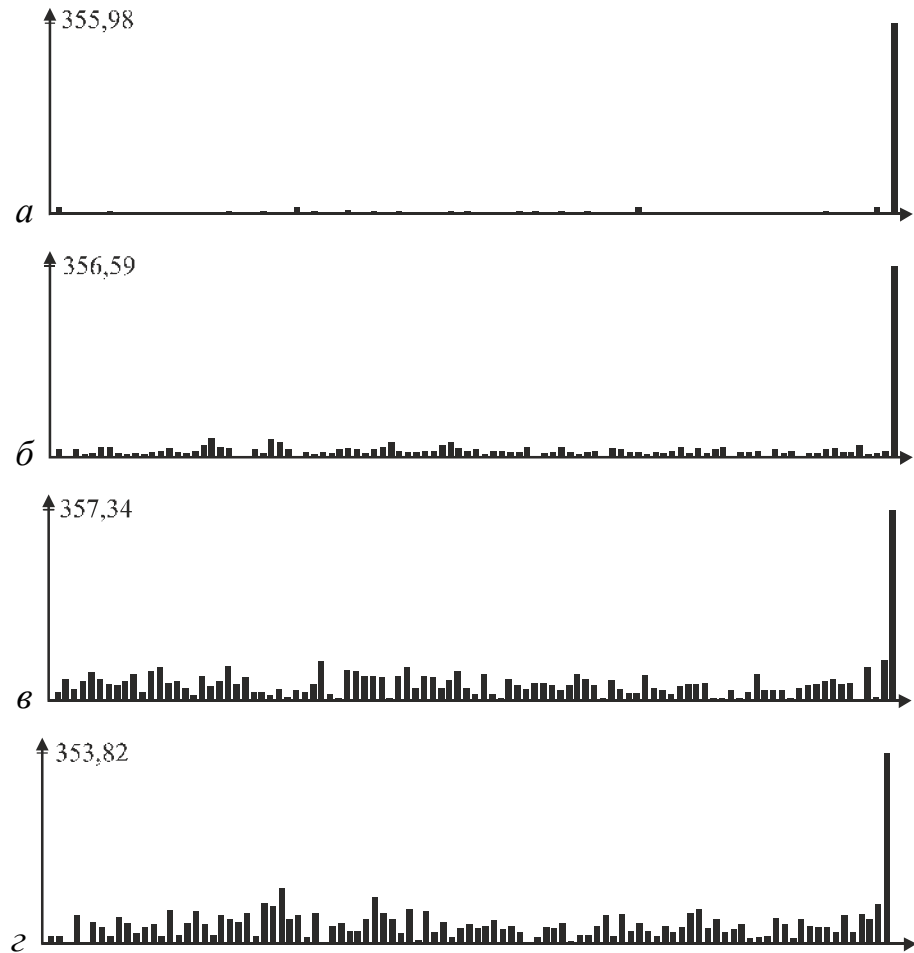


Рис. 3.12. Амплитудные спектры контуров, представленных на рис. 3.12

Оценивая спектральный состав контуров, выделенных на изображениях с разной степенью зашумленности, в данном конкретном эксперименте получили следующие результаты. Отношение второй значащей по уровню гармонике к основной составил 0,03 при отсутствии шума, что объясняется возникающими искажениями при выделении контура и ошибкой округления. При наличии шума на изображении и с возрастанием его уровня данные отношения составили соответственно уже 0,09, 0,21 и 0,29.

Данная методика может быть использована для оценки уровня шума на изображении. Кроме того, представленная методика может быть использована для оценки качества выделения контуров изображений. Причем оценка может быть представлена в числовом виде и отражать либо ширину спектра контура, либо отношение второй значащей по уровню гармонике к основной.

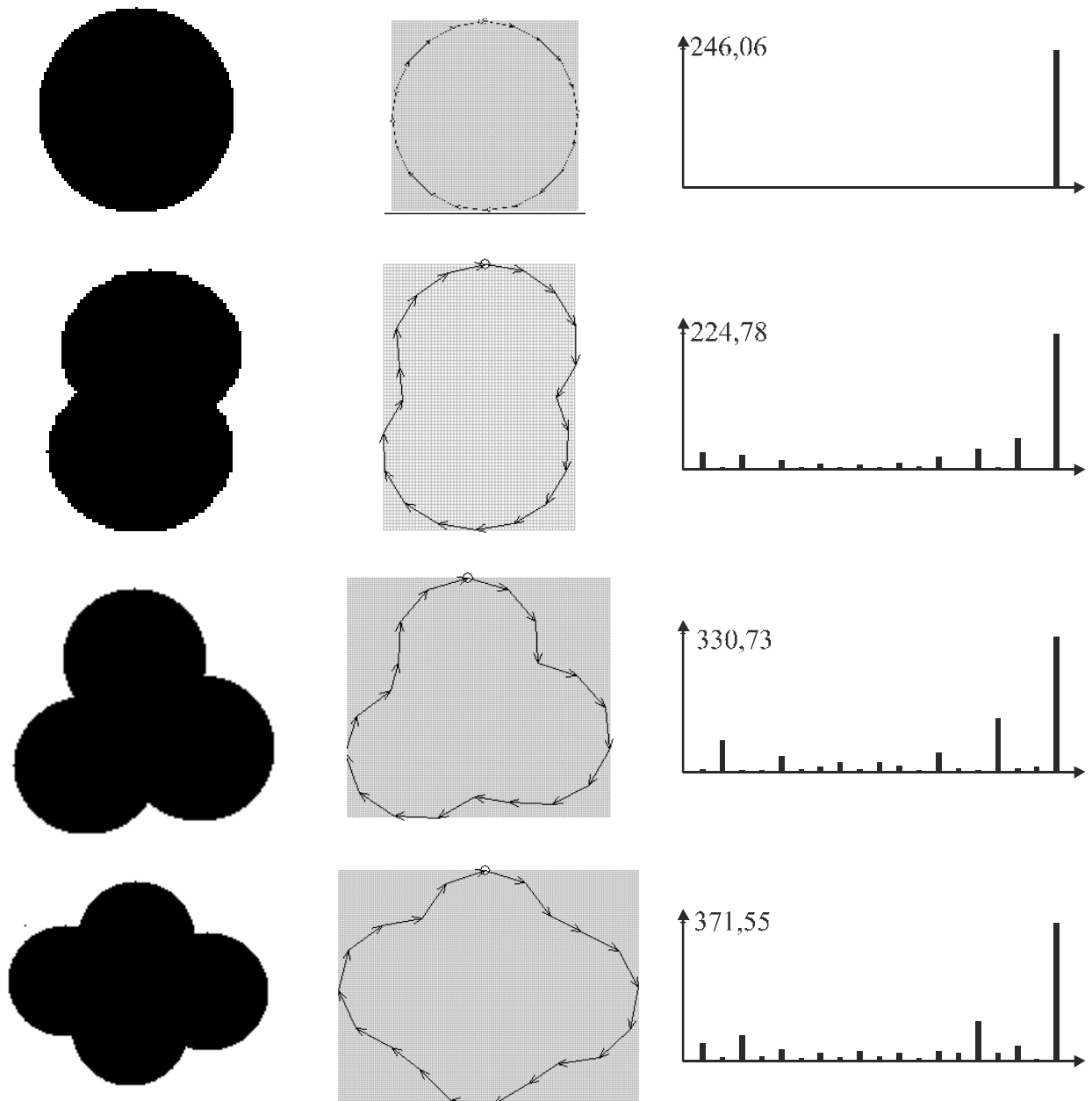

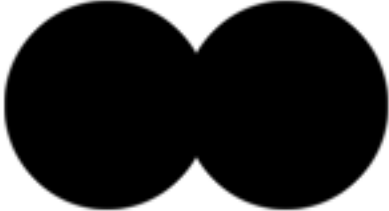
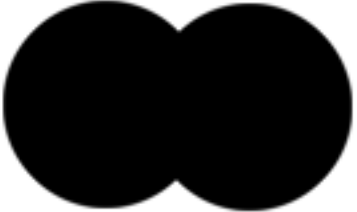




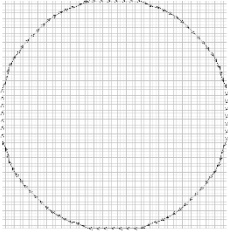
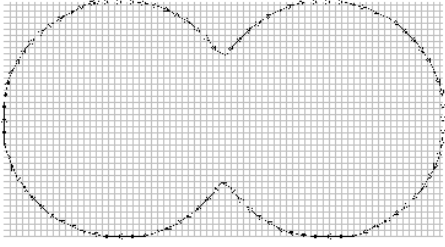
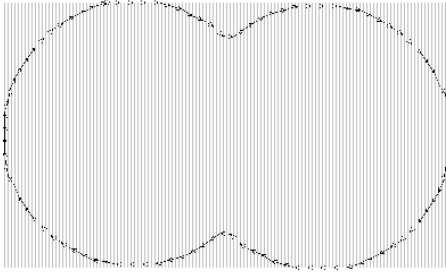
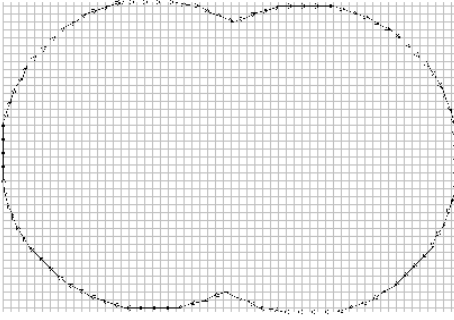
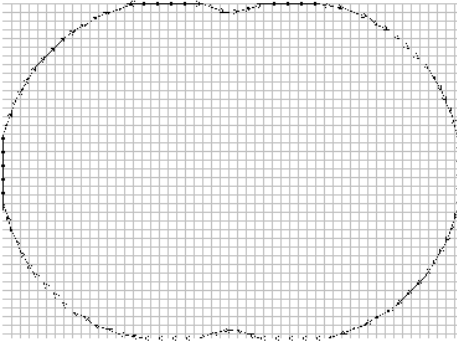
Рис. 3.13. Изображения перекрывающихся кругов, контуры изображений
и амплитудные спектры контуров

Свойства спектров контуров могут быть также применены при оценке перекрытия изображений объектов. Обнаружено, что от количества перерываемых изображений зависит вид спектра контура. Например, при анализе изображений круга перекрытие сопровождается появлением дополнительных гармоник в спектре. Причем наиболее значимая дополнительная гармоника отстоит от основной гармоника спектра на k отсчетов, где k – количество

перекрываемых изображений. На рис. 3.13 показаны изображения перекрывающихся кругов, их контуры и амплитудные спектры.

Табл. 3.1

Исходное изображение	S	S_{Π}
	4890	0
	9464	316
	8807	973
	7848	1932
	7132	2648

Контур	Первая значащая гармоника	Вторая значащая гармоника
	243,86	0
	336,61	159,97
	327,48	106,09
	310,4	62,15
	295,5	38,601

Кроме непосредственного факта перекрытия изображений кругов по спектрам их контуров можно также определить и степень перекрытия. В табл. 3.1 представлены исходные числовые данные и изображения, в которых наблюдается перекрытие двух объектов (S - площадь всего изображения, S_{Π} - площадь

перекрытия). В табл. 3.2 показаны выделенные контуры и результаты оценки уровней первой и второй значащих гармоник в спектре контура.

На рис. 3.14 представлена зависимость отношения амплитуды первой значащей гармоники к амплитуде второй от относительной величины площади перекрытия изображений.

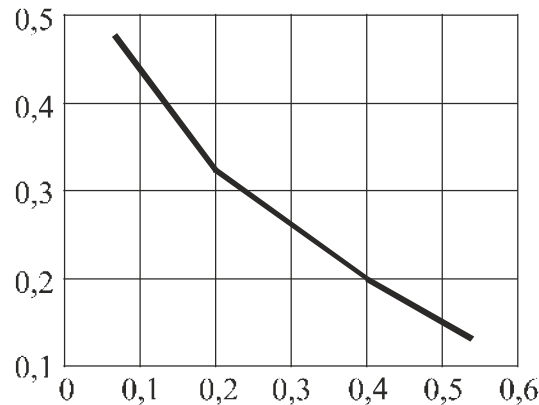

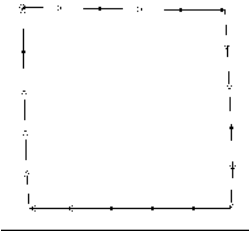
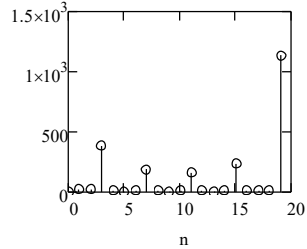
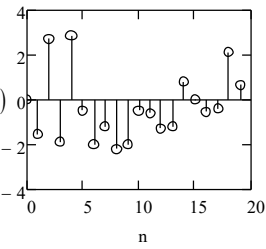
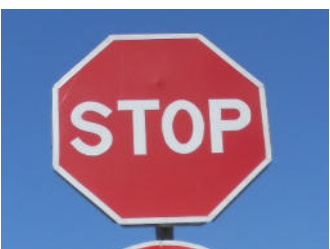
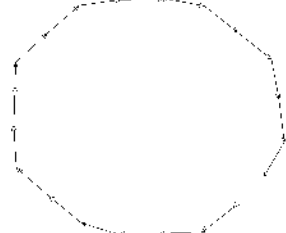
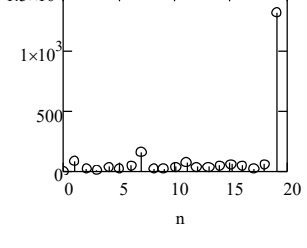
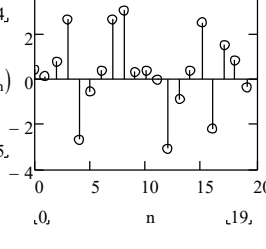

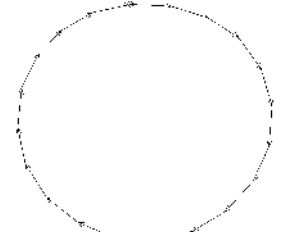
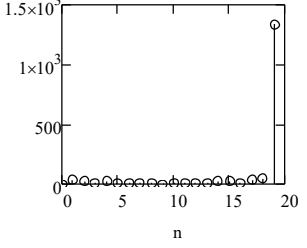
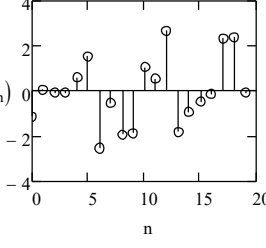

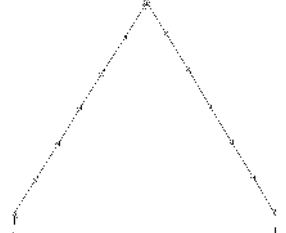
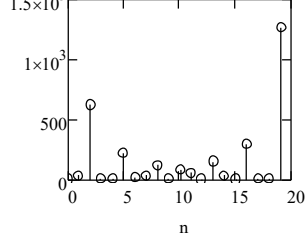
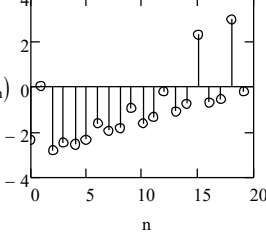


Рис. 3.14. Отношение амплитуды первой значащей гармоники к амплитуде второй значащей гармоники в зависимости от S_{Π}

Полученная зависимость близка к линейной. Таким образом, анализ спектрального состава контуров изображений и использование их свойств позволяет решать прикладные задачи.

Рассмотрим пример с изображениями дорожных знаков. Форма дорожных знаков определяется ГОСТ Р 52290—2004 [101]. В табл. 3.3. приведены примеры изображений дорожных знаков, полученных контуров изображений и спектральных диаграмм контуров изображений. Получено, что дорожный знак круглой формы в составе спектра имеет одну ярко выраженную гармонику. Спектр знака шестиугольной формы в своем составе имеет две ярко выраженные гармоники. Спектр знака квадратной формы содержит пять гармоник расположенные друг от друга через одинаковое количество отчетов. Спектр знака треугольной формы содержит 6 выраженных гармоник. Можно сделать вывод, что по спектру контура можно классифицировать форму изображения объекта, что можно использовать при создании систем распознавания дорожных знаков.

Табл. 3.3.

Исходное изображение	Выделенный контур	Амплитудный спектр	Фазовый спектр
			
			
			
			

3.5. Корреляционный анализ контуров, заданных в комплекснозначном виде

Корреляционная функция НК выражается через СП (\mathbf{X}, \mathbf{Y}) контуров $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,L}$ и $\mathbf{Y} = \{\nu(l)\}_{0,L}$. На основании выражения (2.2.5)

$$(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \int_0^L \chi(l) \nu^*(l) dl.$$

Совокупность СП образуют ВКФ контуров НК \mathbf{X} и \mathbf{Y} :

$$\tau_{\mathbf{XY}}(r) = \int_0^L \nu(l) \chi^*(l+r) dl, \quad (3.5.1)$$

где $\mathbf{T}_{\mathbf{XY}} = \{\tau_{\mathbf{XY}}(r)\}$ - ВКФ НК \mathbf{X} и \mathbf{Y} , r изменяется в диапазоне от 0 до L . Если НК \mathbf{X} и \mathbf{Y} равны, т.е. $\mathbf{X} = \mathbf{Y}$, то выражение (3.5.1) представляет собой АКФ $\mathbf{T}_{\mathbf{X}} = \{\tau_{\mathbf{X}}(r)\}$ НК \mathbf{X} и \mathbf{Y} :

$$\tau_{\mathbf{X}}(r) = \int_0^L \chi(l) \chi^*(l+r) dl. \quad (3.5.2)$$

Корреляционная функция позволяет определить степень схожести НК \mathbf{X} и \mathbf{Y} . Эта степень схожести инвариантна к линейным преобразованиям взаимного поворота НК относительно друг друга, а также сдвигу начальной точки и масштабированию. Корреляционная функция (авто- и взаимная) НК \mathbf{X} и \mathbf{Y} в общем случае является комплекснозначной и, как и спектр НК, может быть представлена на комплексной плоскости в виде НК. На рис. 3.15 представлены НК \mathbf{X} и \mathbf{Y} , НК их АКФ и НК их ВКФ.

АКФ НЭК \mathbf{X}_m , $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ представляет собой СП НЭК \mathbf{X}_m и $\mathbf{X}_m^{(s)}$, где $\mathbf{X}_m^{(s)}$ - НЭК со сдвинутым на s отсчетов начальной точкой, $s \in [0, L]$:

$$\begin{aligned} \tau_m(s) = (\mathbf{X}_m, \mathbf{X}_m^{(s)}) &= \int_0^L \chi_m(l) \chi_m^*(l+s) dl = \int_0^L \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} ml\right\} \times \\ &\times \exp\left\{-i \frac{2\pi}{L} m(l+s)\right\} dl = \int_0^L \exp\left\{-i \frac{2\pi}{L} ms\right\} dl = L \mathbf{X}_m^*. \end{aligned} \quad (3.5.3)$$

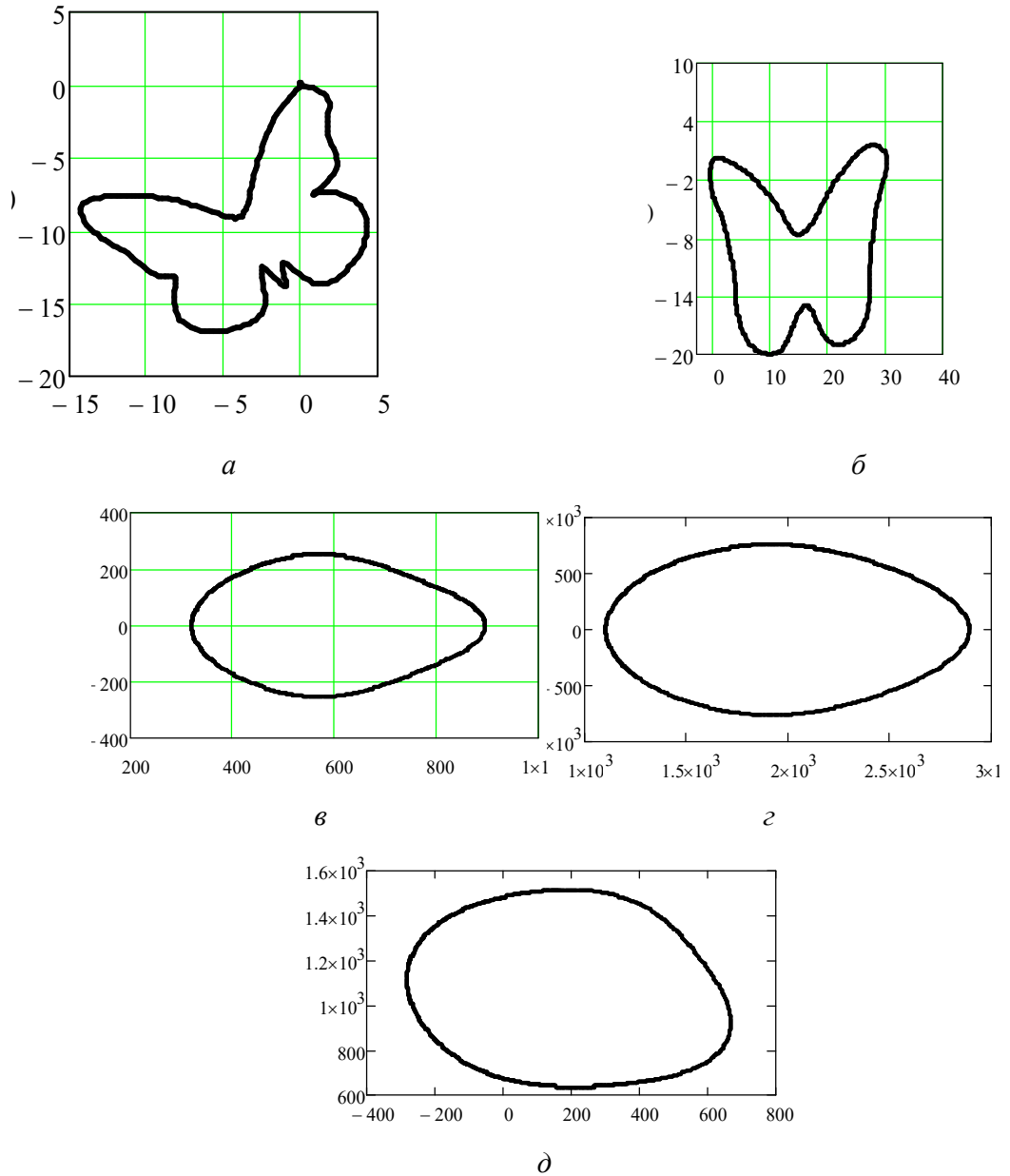


Рис. 3.15. НК X и Y (а и б), НК их АКФ (в и г) и НК их ВКФ (д)

Таким образом, АКФ $T_m = \{\tau_m\}_{0,L}$ НЭК X_m представляет собой комплексно-сопряженный НЭК X_m с измененным масштабом в L раз.

ВКФ НЭК:

$$\begin{aligned} \tau_{mn}(s) &= (X_m, X_n^{(s)}) = \int_0^L \chi_m(l) \chi_n(l+s) dl = \\ &= \int_0^L \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} ml\right\} \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} n(l+s)\right\} dl = \int_0^L \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} ml\right\} \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} nl\right\} \times \end{aligned}$$

$$\times \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} ns\right\} dl = \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} ns\right\} \int_0^L \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} l(m-n)\right\} dl. \quad (3.5.4)$$

С учетом свойства НЭК (3.1.12):

$$\tau_{mn}(s) = \begin{cases} L\mathbf{X}_m^* & \text{при } m = n, \\ 0 & \text{при } m \neq n. \end{cases} \quad (3.5.5)$$

Таким образом, ВКФ НЭК равна нулю, за исключением случая $m = n$. В этом случае получаем АКФ НЭК (3.5.3).

Исследуем связь между энергетическим спектром и АКФ НК. Подставим в выражение для АКФ НК (3.5.2) вместо отсчетов НК их ПФ:

$$\chi(l) = \frac{1}{L} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho(m) \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} ml\right\}, \quad (3.5.6)$$

$$\chi(l+s) = \frac{1}{L} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho(m) \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} m(l+s)\right\}. \quad (3.5.7)$$

Получим

$$\begin{aligned} \tau(s) = \int_0^L \left[\frac{1}{L} \sum_{h=-\infty}^{\infty} \rho(h) \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} hl\right\} \right] \times \\ \times \left[\frac{1}{L} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho(m) \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} m(l+s)\right\} \right]^* dl. \end{aligned} \quad (3.5.8)$$

С учетом того, что комплексно-сопряженное произведение равно произведению комплексно-сопряженных сомножителей, преобразуем второй сомножитель в выражении (3.5.8):

$$\begin{aligned} \tau(s) = \int_0^L \left[\frac{1}{L} \sum_{h=-\infty}^{\infty} \rho(h) \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} hl\right\} \right] \times \\ \times \left[\frac{1}{L} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho^*(m) \exp\left\{-i \frac{2\pi}{L} ml\right\} \exp\left\{-i \frac{2\pi}{L} ms\right\} \right] dl. \end{aligned} \quad (3.5.9)$$

После перегруппировки слагаемых получим:

$$\tau(s) = \frac{1}{L^2} \sum_{h=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho(h) \rho^*(m) \exp\left\{-i \frac{2\pi}{L} ms\right\} \int_0^L \exp\left\{i \frac{2\pi}{L} (h-m)l\right\} dl. \quad (3.5.10)$$

Интеграл в этом выражении не равен нулю лишь при $h = m$ и представляет собой сумму отсчетов НЭК порядка $h - m$. Поэтому выражение (3.5.10) не будет равен нулю лишь при $h = m$:

$$\tau(s) = \frac{1}{L^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |\rho(m)|^2 \exp\left\{-i \frac{2\pi}{L} ms\right\}. \quad (3.5.11)$$

Таким образом, АКФ НК есть результат ПФ его энергетического спектра.

ВКФ ДК $\mathbf{N} = \{\nu(n)\}$ и $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma(n)\}$:

$$\tau_{\mathbf{N}\mathbf{\Gamma}}(m) = \sum_{n=0}^{s-1} \nu(n) \gamma^*(n+m), \quad (3.5.12)$$

и АКФ ДК $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma(n)\}$:

$$\tau_{\mathbf{\Gamma}}(m) = \sum_{n=0}^{s-1} \gamma(n) \gamma^*(n+m), \quad m = 0, 1, \dots, s-1. \quad (3.5.13)$$

Корреляционная функция $\mathbf{T} = \{\tau(m)\}_{0,s-1}$ комплекснозначных ДК представляет собой упорядоченный набор СП ДК $\mathbf{\Gamma}$ и ДК $\mathbf{N}^{(m)}$ со смещенными на m ЭВ. ДК $\mathbf{T} = \{\tau(m)\}_{0,s-1}$ АКФ ДК $\mathbf{\Gamma}$ является сопряжено-симметричным. ЭВ $\tau(0) = \|\mathbf{\Gamma}\|^2$. ЭВ $\tau(0)$ на комплексной плоскости расположен горизонтально и направлен вправо. Ось симметрии ДК АКФ $\mathbf{T} = \{\tau(m)\}_{0,s-1}$ представляет собой вертикаль, проходящая через середину ЭВ $\tau(0)$.

На рис. 3.16. представлены АКФ дискретных контуров $\mathbf{\Gamma}$ и \mathbf{N} , а также их ВКФ:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\mathbf{\Gamma}} = \{ & 41,909; 17,906 + 7,245i; -1,434 + 5,175i; -8,696 + 3,741i; 1,086 + 5,802i; \\ & 8,452 + 19,166i; 3,483 + 25,781i; -11,035 + 11,807i; -15,736 - 5,865i; \\ & -11,212 - 11,282i; 7,535; -11,212 + 11,282i; -15,736 + 5,865i; -11,035 - 11,807i; \\ & 3,483 - 25,781i; 8,452 - 19,166i; 1,086 - 5,802i; -8,696 - 3,741i; -1,434 - 5,175i; \\ & 17,906 - 7,245i \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\mathbf{N}} = \{ & 55,882; 19,838 + 13,72i; -10,545 + 5,226; -9,644 - 2,107i; -0,042 + 10,554i; \\ & 10,001 + 19,879i; 10,269 + 24,91i; -4,24 + 19,518; -22,228 - 6,95i; \\ & -18,292 - 16,258i; -5,998; -18,292 + 16,258i; -22,288 + 6,95i; -4,24 - 19,518i; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\Gamma N} = \{ & 26,726 - 2,633i; 1,21 + 7,796i; -9,852 + 6,144i; 3,613 + 0,993i; \\ & 19,062 + 13,248i; 13,718 + 29,907i; -4,372 + 17,27i; -15,729 - 3,146i; \\ & -16,101 - 7,641i; -10,418 + 1,514i; -7,47 + 13,931i; -15,899 + 16,661i; \\ & 0,325 - 9,871i; -14,715 + 0,622i; -6,85 - 4,451i; 15,707 - 12,156i; 34,802 - 9,137i \} \\ & -16,396 - 7,728i; 0,115 - 25,909i; 2,495 - 25,381i; 0,325 - 9,871i; \\ & -14,715 + 0,622i; -6,85 - 4,451i; 15,707 - 12,156i; 34,802 - 9,137i \}. \end{aligned}$$

Корреляционная функция СК $X(l)$ есть неслучайная функция $K_X(l_1, l_2)$ двух независимых аргументов l_1 и l_2 . Корреляционный момент сечений представляет собой значение корреляционная функция при каждой паре фиксированных значений аргументов:

$$K_X(l_1, l_2) = M \left[\overset{\circ}{X}(l_1) \overline{\overset{\circ}{X}(l_2)} \right], \quad (3.5.14)$$

где $\overline{\overset{\circ}{X}(l_2)}$ – комплексно-сопряженный центрированный СК. При $l_1 = l_2 = l$:

$$K_X(l, l) = D_X(l). \quad (3.5.15)$$

Если $\text{Re}(X(l))$ и $\text{Im}(X(l))$ коррелированы, то:

$$\begin{aligned} K_X(l_1, l_2) = & K_{\text{Re}(X)}(l_1, l_2) + K_{\text{Im}(X)}(l_1, l_2) + \\ & + i \left[R_{\text{Re}(X)\text{Im}(X)}(l_2, l_1) - R_{\text{Re}(X)\text{Im}(X)}(l_1, l_2) \right], \quad (3.5.16) \end{aligned}$$

где $K_{\text{Re}(X)}(l_1, l_2)$ и $K_{\text{Im}(X)}(l_1, l_2)$ – корреляционные функции вещественной и мнимой составляющих СК $X(l)$; $R_{\text{Re}(X)\text{Im}(X)}(l_2, l_1)$ и $R_{\text{Re}(X)\text{Im}(X)}(l_1, l_2)$ – ВКФ вещественной и мнимой составляющих СК $X(l)$ с разным порядком следования аргументов.

ВКФ СК $X(l)$ и $Y(l)$ $Y(l)$ [6]:

$$R_{XY}(l_1, l_2) = M \left[\overset{\circ}{X}(l_1) \overline{\overset{\circ}{Y}(l_2)} \right]. \quad (3.5.17)$$

ВКФ двух СК выражается через ВКФ их действительных и мнимых частей:

$$R_{XY}(l_1, l_2) = R_{\text{Re}(X)\text{Re}(Y)}(l_1, l_2) + R_{\text{Im}(X)\text{Im}(Y)}(l_1, l_2) +$$

$$+ i [R_{\text{Im}(X)\text{Re}(Y)}(l_2, l_1) - R_{\text{Re}(X)\text{Im}(Y)}(l_1, l_2)]. \quad (3.5.16)$$

Если составляющие $\text{Re}(X(l))$ и $\text{Im}(X(l))$ СК не коррелированы:

$$K_X(l_1, l_2) = K_{\text{Re}(X)}(l_1, l_2) + K_{\text{Im}(X)}(l_1, l_2). \quad (3.5.17)$$

Нормированная корреляционная функция $\rho_X(l_1, l_2)$ СК $X(l)$ есть неслучайная функцию двух независимых переменных l_1 и l_2 :

$$\rho_X(l_1, l_2) = \frac{K_X(l_1, l_2)}{D_X(l_1)D_X(l_2)}. \quad (3.5.18)$$

На рис. 3.17 представлен пример корреляционной функции СК, представленного на рис. 2.12.

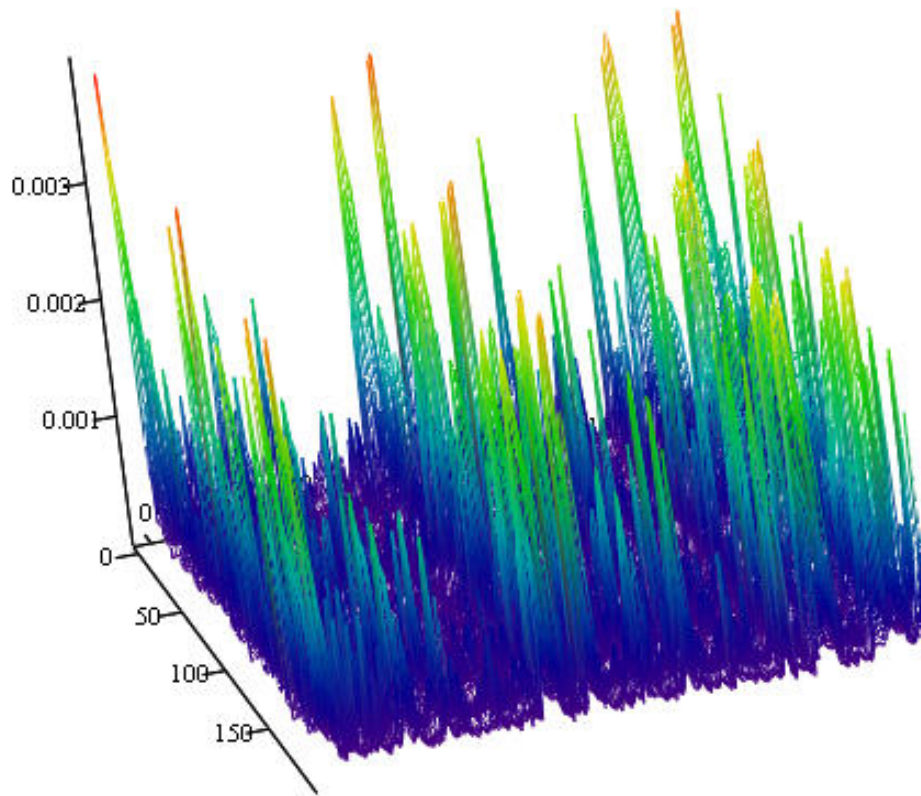


Рис. 3.17. Корреляционная функция СК

При $l_1=l_2=l$ корреляционная функция $K_X(l, l)$ СК равна дисперсии $D_X(l)$ СК $X(l)$. На рис. 3.18 представлена корреляционная функция $K_X(l, l)$ СК, представленного на рис. 2.12.

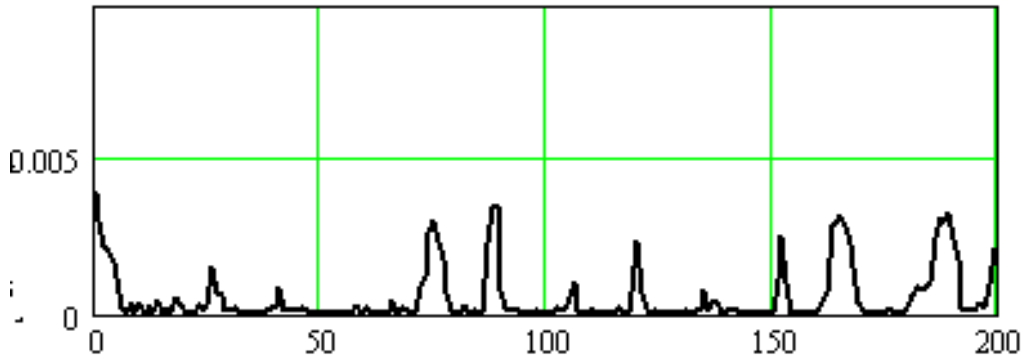


Рис. 3.18. Корреляционная функция СК при равных значениях аргументов

Если СК $X(l)$ представляет собой стационарный процесс, то корреляционная функция есть функция одного аргумента $r = l_2 - l_1$:

$$K_X(l_1, l_2) = K_X(l_2 - l_1) = K_X(r). \quad (3.5.19)$$

При этом дисперсия стационарного СК постоянна при всех значениях аргумента l . Дисперсия стационарного СК равна значению её корреляционной функции при $r = 0$:

$$D_X(l) = K_X(l, l) = K_X(l - l) = K_X(0). \quad (3.5.20)$$

На рис. 3.19 представлен ДК корреляционной функции и график зависимости модуля корреляционной функции от r для СК, представленного на рис. 2.12. При этом $K_X(0) = 5,398 \cdot 10^{-4}$.

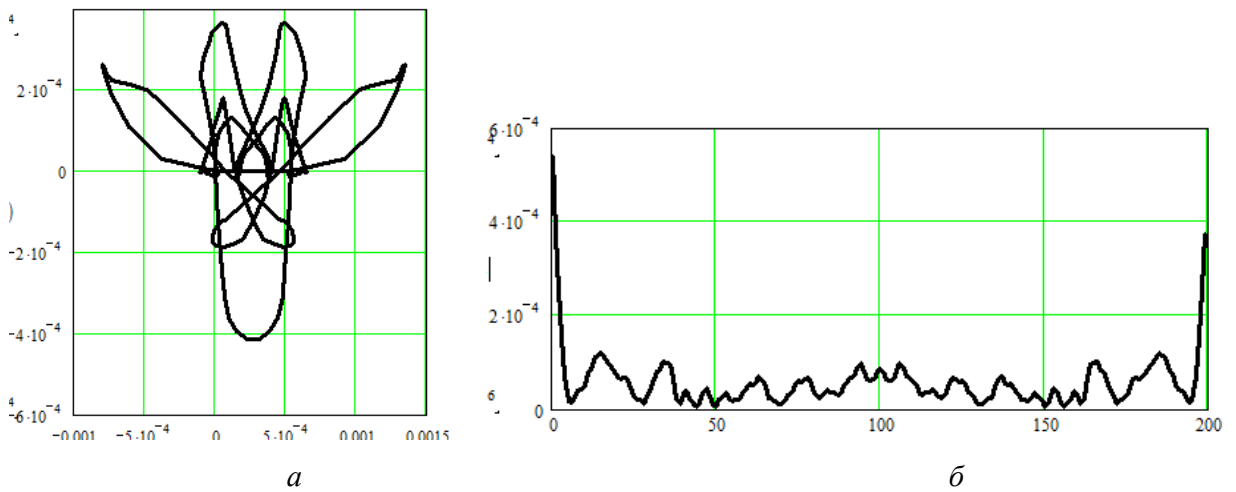


Рис. 3.19. ДК (а) и зависимость модуля корреляционной функции от r (б) для СК, представленного на рис. 2.12

3.6. Выводы по главе 3

1. Предложены математические модели НК и ДК изображений объектов. Показано, что мера схожести в виде нормированного СП инвариантна к линейным преобразованиям масштабирования и изменения угловой ориентации анализируемых контуров.

2. Исследованы вопросы спектрального и корреляционного анализа НК и ДК изображений. Показано, что НЭК, образующие ортонормированный базис, периодичны с периодом 2π и представляют собой окружности. Базисные функции высших порядков представляют собой также окружности с количеством витков, равным номеру гармоники. Дискретный ЭК может быть получен как результат дискретизации НЭК.

3. Корреляционная функция комплекснозначных НК и ДК вводится как упорядоченный набор СП контуров. По сравнению с определением корреляционной функции вещественных сигналов отличие состоит в том, что один из контуров берется комплексно сопряженным.

4. Получена корреляционная функция СК $X(l)$ как функция двух независимых аргументов, значение которой при каждой паре фиксированных значений аргументов равно корреляционному моменту сечений, соответствующих этим же фиксированным значениям аргументов.

5. Для стационарного СК $X(l)$ получен спектр, представляющий собой совокупность дисперсий всех составляющих её гармоник.

4. СПЕЦИАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ, ЗАДАННЫХ В КОМПЛЕКСНОЗНАЧНОМ ВИДЕ

4.1. Введение к главе

В работе [3] рассмотрены основные вопросы анализа ДК изображений. При этом не только сами ДК, но и их спектры, корреляционные функции и характеристики контурных фильтров представляются в виде ДК. В данной главе разрабатываются дополнительные специальные методы и алгоритмы обработки ДК изображений:

- метод передискретизации ДК;
- алгоритм БПФ для ДК изображений, заданных в комплекснозначном виде;
- алгоритм быстрой сверки ДК изображений, заданных в комплекснозначном виде;
- алгоритм обратной быстрой сверки ДК изображений, заданных в комплекснозначном виде;

Эти методы и алгоритмы достаточно подробно рассмотрены для вещественных сигналов и успешно применяются для решения различных задач обработки сигналов. При этом, их применение для обработки контуров изображений, заданных в комплекснозначном виде, не в достаточной мере проработаны (см., например, [3]).

Передискретизация контуров изображений приводит к изменению их размерности, что востребовано, например, при проведении согласованной фильтрации контуров. Условия формирования (дальность до объекта, пространственная угловая ориентация и т.п.) наблюдаемого контура могут быть различны. При этом размерности наблюдаемого и эталонного, хранящегося в памяти устройства обработки, контуров могут различаться.

Вопросы применения алгоритма БПФ для ДК изображений, заданных в комплекснозначном виде, а также алгоритмов быстрой и обратной сверток ДК изображений, заданных в комплекснозначном виде, представляются

необходимыми при решении задач аппаратной и программной реализаций методов и алгоритмов обработки изображений по их контурам.

4.2. Передискретизация ДК изображений объектов, заданных в комплекснозначном виде

Применительно к ДК изображений объектов передискретизация требуется для изменения размерности ДК, необходимость в которой возникает достаточно часто [1-3,7-9,84].

По введенному в ОЗУ изображению стандартные ЭВ ДК формируются естественным образом (рис. 4.1,*а*).

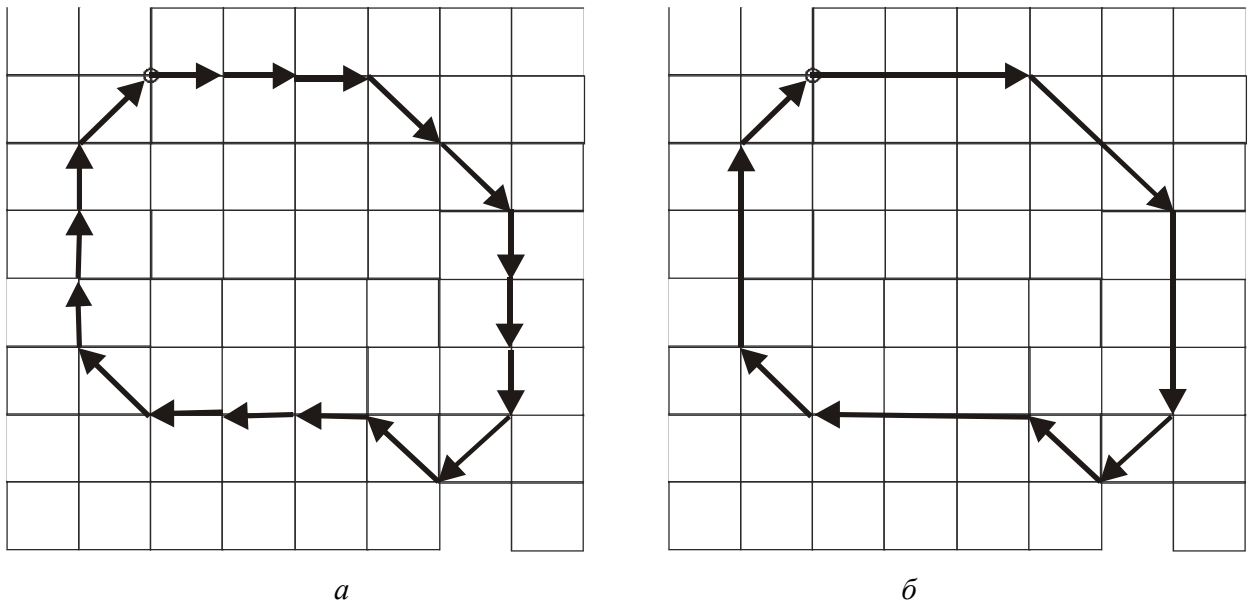


Рис. 4.1. Представление ДК: *а* – стандартные ЭВ, *б* – полигональный ДК

Полигональное представление ДК формируется путем аппроксимации ДК, представленного стандартными ЭВ, линейными сегментами (рис. 4.1,*б*). Благодаря компактности получаемого описания ДК этот способ получил широкое распространение [3]. При этом переход от представления ДК в стандартном коде к полигональному вызывает изменения спектра ДК (см, например, рис. 4.2).

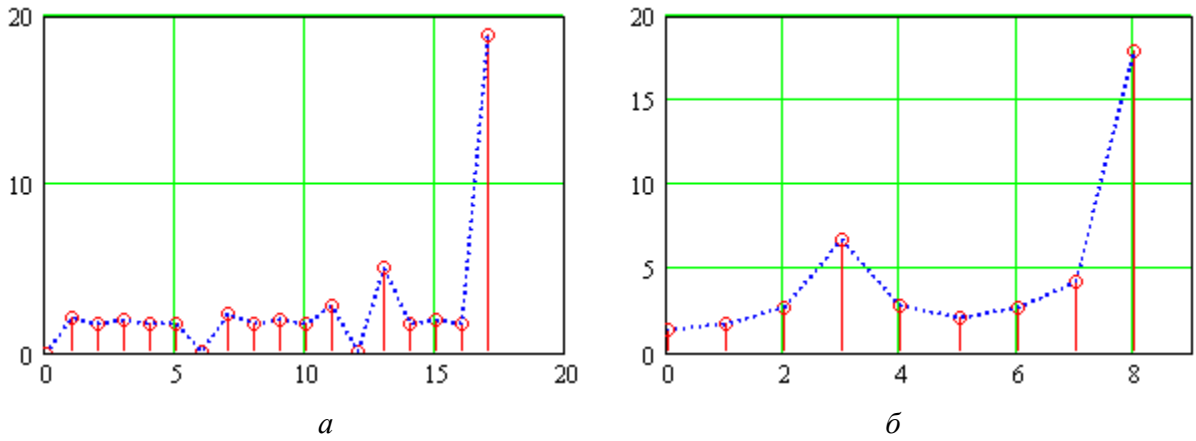


Рис. 4.2. Амплитудные спектры ДК, показанных на рис. 4.1

В работе [3] предложен подход к изменению размерности ДК на основе операции эквализации ДК, основанный делении ДК $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ на заданное количество p одинаковых по длине ЭВ. На рис. 4.3 представлен ДК, полученный путем эквализации ДК при $p = 23$, показанного на рис. 4.1,б.

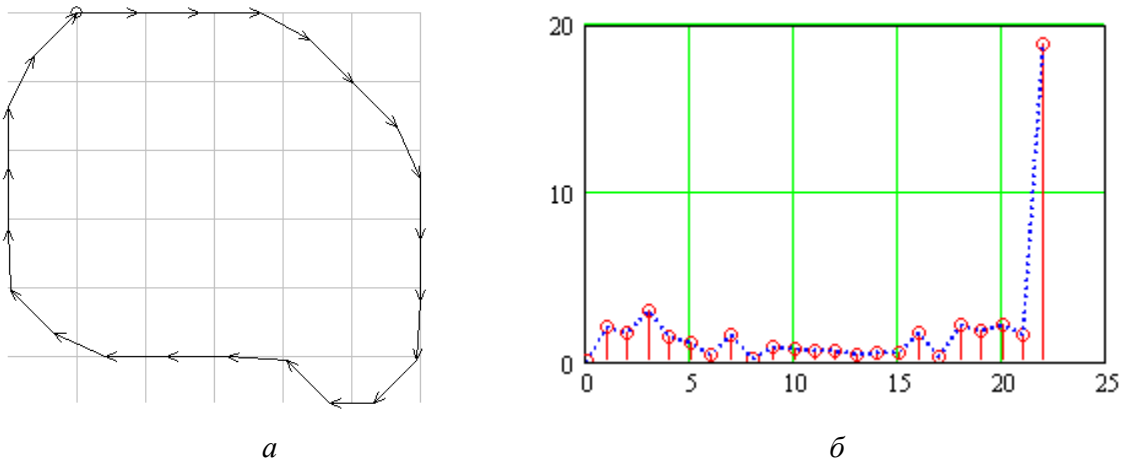


Рис. 4.3. Эквализированный контур (а) и амплитудный спектр (б)

Изменение размерности контура приводит к изменению его спектра. Как показано в работе [7], качественную передискретизацию можно получить учитывая не только с временные характеристики сигнала, но частотные. Рассмотрим применение алгоритма интерполяция/фильтрация /прореживание для изменения размерности ДК [87].

Пусть ДК $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ задан в виде последовательности из s ЭВ $\gamma(n)$, $n=0,1,\dots,s-1$. Пусть требуется «растянуть» контур от s ЭВ до p ЭВ, т.е. в s/p раз. На первом этапе производится интерполяция нулями ДК, увеличивающая его размерность в p раз. Для этого необходимо:

- умножить ЭВ исходного ДК $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ на p ,
- после каждого ЭВ ДК вставить $p-1$ нулей:

$$\Gamma = \left\{ p\gamma(0), \underbrace{0,0,\dots,0}_{p-1}, p\gamma(1), \underbrace{0,0,\dots,0}_{p-1}, \dots, p\gamma(s-1), \underbrace{0,0,\dots,0}_{p-1} \right\}.$$

Как показано в работе [87], такая процедура приводит к расширению спектра контура в p раз. При этом спектр представляет собой периодическое повторение копий спектра исходного ДК.

На втором этапе производится низкочастотная фильтрация полученного контура. Частота среза контурного ФНЧ должна быть равна $s/2$. Это позволит исключить повторение копий спектра исходного ДК. В результате мы получаем ДК в p раз длиннее исходного ДК, но сохранившего форму своего спектра.

На следующем этапе необходимо уменьшить длину ДК в s раз:

- удаляются все компоненты спектра выше половины будущей частоты дискретизации. Частота среза фильтра должна быть равной $1/s$ от текущей половины частоты дискретизации;
- производится прореживание ДК в s раз. Для этого выбираются из ДК каждый s -й ЭВ $\gamma(ms)$, $m = 0,1,\dots,p-1$. Остальные ЭВ отбрасываются.

На рис. 4.4 представлен пример передискретизации ДК, показанного на рис. 4.1,б, по алгоритму интерполяция/фильтрация/прореживание.

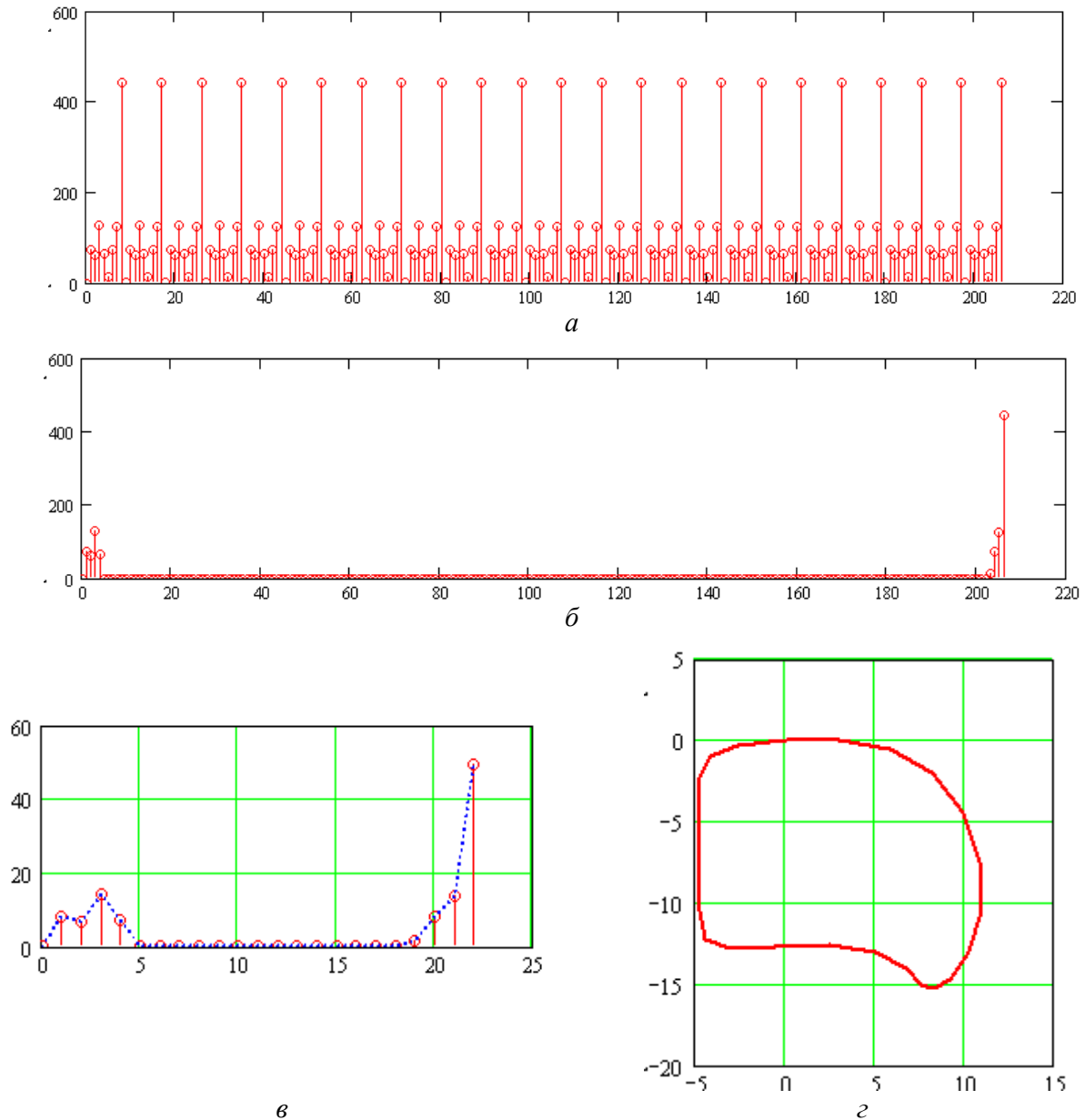
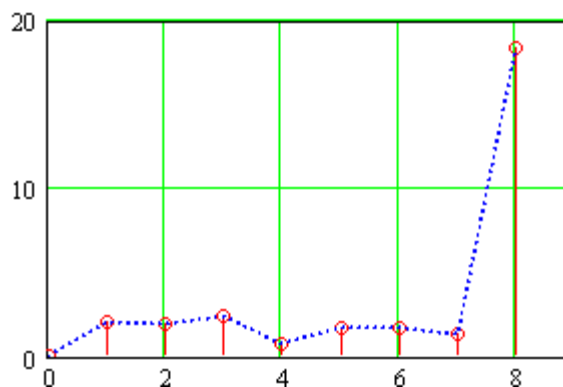
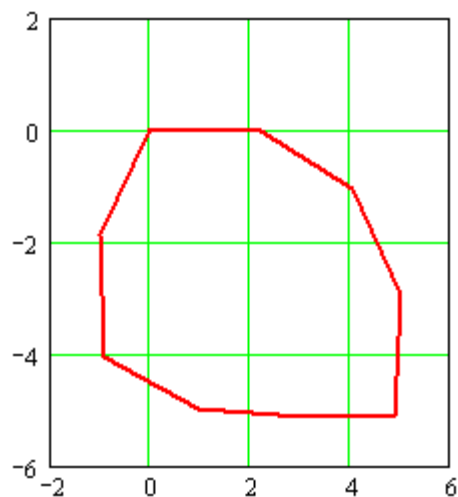
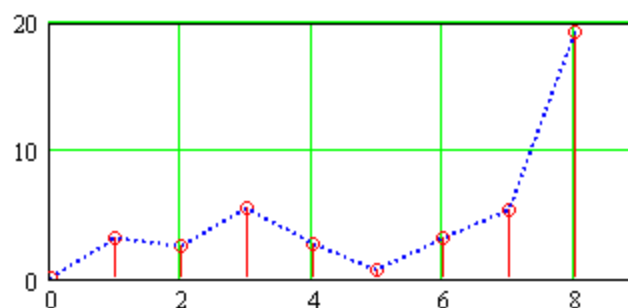
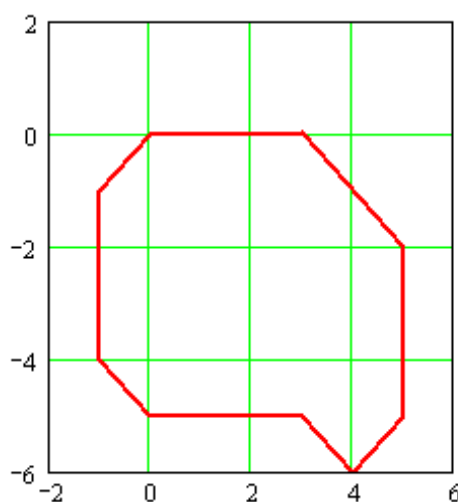


Рис. 4.4. Передискретизация контура: *a* – амплитудный спектр контура с интерполяцией нулями, *б* – амплитудный спектр контура после контурного ФНЧ, *в* – амплитудный спектр передискретизированного контура, *г* – контур с размерность $p = 23$

Исследовано влияние повторной передискретизации ДК на форму ДК. На рис. 4.5 представлен пример проведения повторной эквализации и передискретизации ДК по алгоритму интерполяция/фильтрация /прореживание. Пример приведен для ДК, показанного на рис. 4.3,*a*. При этом размерность ДК понижается с размерности $s = 23$ до размерности $p = 9$.



a



б

Рис. 4.5. ДК и их амплитудные спектры после повторной эквализации (а) и передискретизации по алгоритму интерполяция/фильтрация /прореживание (б)

Получено, что по форме ДК после повторной передискретизации по алгоритму интерполяция/фильтрация /прореживание (рис. 4.5,б) совпадает с исходным ДК (рис. 4.1,б). Амплитудные спектры на рис. 4.5,б и рис. 4.2,б отличается незначительно. Таким образом, максимальное сохранение информации в частотной области при передискретизации ДК по алгоритму интерполяция/фильтрация /прореживание позволяет практически без потерь сохранить форму контура.

Также исследовано влияние передискретизации ДК на форму ДК с повышением и с понижением размерности. На рис. 4.6, в качестве примера, представлены ДК после двойной эквализации и передискретизации контура по

алгоритму интерполяция/фильтрация /прореживание. Пример приведен для ДК, показанного на рис. 4.3,*а*. На рис. рис. 4.6,*а* и *в* представлены ДК с понижением размерности с $s = 9$ до $p = 7$, а на рис. 4.6,*б* и *г* - с повышением размерности с $s = 7$ до $p = 9$.

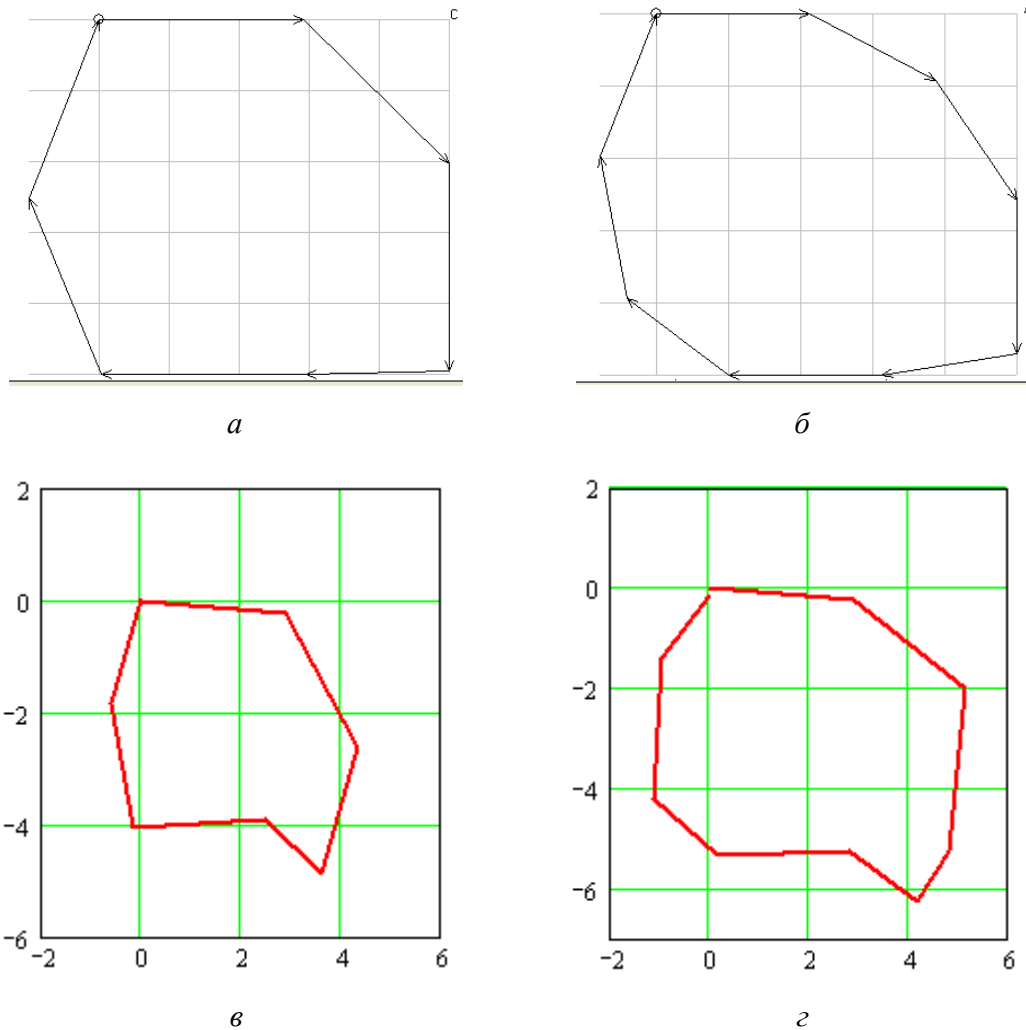


Рис. 4.6. Двойная эквализация (*а* и *б*) и передискретизация (*в* и *г*) ДК по алгоритму интерполяция/фильтрация /прореживание: с понижением размерности (*а* и *в*) и с повышением размерности (*б* и *г*)

4.3. Применение алгоритма БПФ для ДК изображений объектов

Способом быстрого вычисления ДПФ являются алгоритмы быстрого преобразования Фурье (БПФ) [7]. Они позволяют устранить свойственную ДПФ вычислительную избыточность и основываются на свойствах комплексной

экспоненты, использование которых в алгоритмах БПФ исключает большое число повторяющихся при вычислении ДПФ операций.

Суть алгоритмов БПФ заключается в разбиении ДПФ исходной последовательности на ДПФ последовательностей меньшей длины, вплоть до минимально возможной, через которые и вычисляется ДПФ исходной последовательности. Особенностью алгоритмов БПФ является возможность вычисления только по определенному числу точек, соответствующему целой степени его основания. Чаще всего применяют БПФ по основанию 2.

Реализация алгоритмов БПФ для ДК заданных в виде последовательности комплексных чисел, возможна двумя способами.

Способ первый. Представить реальную $\text{Re}\gamma(n)$ и мнимую $\text{Im}\gamma(n)$ составляющие ДК $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ как последовательности вещественные чисел [84]. Суммированием спектров последовательностей $\text{Re}\gamma(n)$ и $\text{Im}\gamma(n)$ получаем спектр ДК $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$. Соответственно алгоритм БПФ может быть применен для последовательностей $\text{Re}\gamma(n)$ и $\text{Im}\gamma(n)$ по отдельности, т.е. получаем двухканальную систему вычисления ДПФ ДК $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ по алгоритму БПФ для вещественных последовательностей. Алгоритмы БПФ для вещественных последовательностей достаточно подробно представлены в литературе.

Способ второй. Применение алгоритма БПФ непосредственно для ДК $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ в виде последовательности комплексных чисел. Пусть задан ДК $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ в виде последовательности из s комплексных чисел $\gamma(n)$, $n=0,1,\dots,s-1$. Для расчета ДПФ исходный ДК Γ разобьем на два ДК Γ_q и Γ_{nc} длиной $s/2$. ДК $\Gamma_q = \{\gamma_q(n)\}$ включает отсчеты $\gamma(n)$ с четными индексами n :

$$\gamma_q(n) = \gamma(2n), \quad (4.3.1)$$

а ДК $\Gamma_{nc} = \{\gamma_{nc}(n)\}$ – с нечетными индексами:

$$\gamma_{nc}(n) = \gamma(2n+1), \quad (4.3.2)$$

где $n = 0, 1, \dots, (s/2)-1$. Это соответствует первому прореживанию ДК (рис. 4.7).

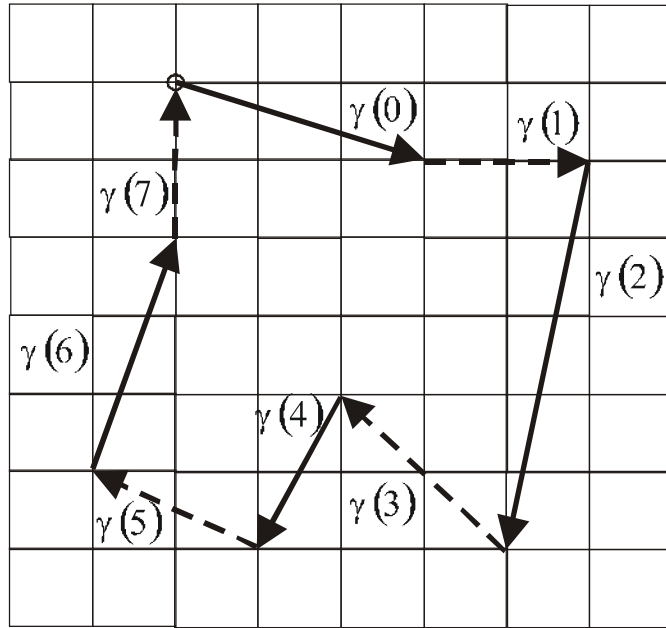


Рис. 4.7. К пояснению процесса прореживания контура

Обозначим ДПФ ДК Γ_q и Γ_{nc} как $\mathbf{P}_q = \{\rho_q(m)\}_{0, \frac{s}{2}-1}$ и $\mathbf{P}_{nc} = \{\rho_{nc}(m)\}_{0, \frac{s}{2}-1}$ соответственно. Выразим спектр исходного ДК Γ через спектры ДК Γ_q и Γ_{nc} :

$$\rho(m) = \sum_{n=0}^{\frac{s}{2}-1} \gamma_q(n) e^{-i \frac{2\pi mn}{s/2}} + \sum_{n=0}^{\frac{s}{2}-1} \gamma_{nc}(n) e^{-i \frac{2\pi mn}{s/2}} e^{-i \frac{2\pi mn}{s}},$$

$$m = 0, 1, \dots, \frac{s}{2} - 1. \quad (4.3.3)$$

Таким образом, получаем первые $s/2$ отсчета ДПФ. Следующие $s/2$ отсчета ДПФ:

$$\rho(m + s/2) = \sum_{n=0}^{\frac{s}{2}-1} \gamma_q(n) e^{-i \frac{2\pi mn}{s/2}} - \sum_{n=0}^{\frac{s}{2}-1} \gamma_{nc}(n) e^{-i \frac{2\pi mn}{s/2}} e^{-i \frac{2\pi mn}{s}},$$

$$m = 0, 1, \dots, \frac{s}{2} - 1. \quad (4.3.4)$$

Выражения (4.3.3) и (4.3.4) определяют операцию объединения БПФ.

Дальше каждый из ДК Γ_q и Γ_{nc} разбивается еще на два ДК вдвое меньшей длины: $\Gamma_{q,c}$, $\Gamma_{q,nc}$ и $\Gamma_{nc,c}$, $\Gamma_{nc,nc}$ (четный и нечетный) и операция объединения их ДПФ повторяется. Такое прореживание выполняется до получения $s/2$ двухточечных последовательностей.

Для размерности ДК $s=8$ получаем три этапа прореживания. Сигнальный граф для трех этапов прореживания контура представлен на рис. 4.8.

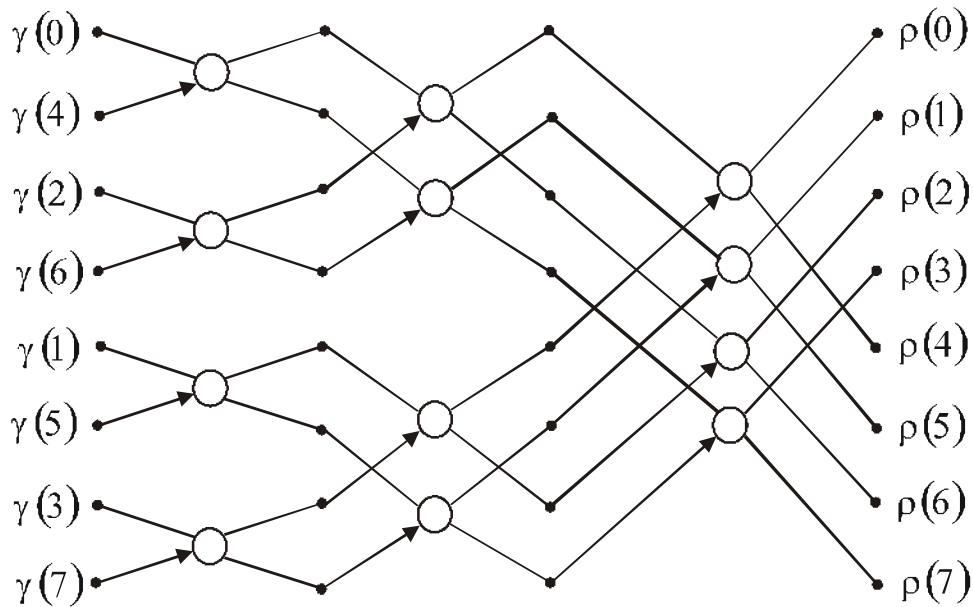


Рис. 4.8. Сигнальный граф БПФ ДК с размерностью $s = 8$

На рис. 4.8 верхний выход узла означает операцию сложения, а нижний выход – операцию вычитания. Стрелка соответствует умножению на поворачивающий множитель $e^{-i\frac{2\pi m}{s}}$. На каждом из этапов вычисления объединения ДПФ выполняются $s/2$ базовых операций.

Например, в результате прореживания контура $\Gamma = \{3 - i; 2, -1 - 5i; -2+2i; -1-2i; -2+i; 1+3i; 2i\}$, показанного на рис. 4.7, образуется два контура:

$$\Gamma_u = \{3 - i; -1 - 5i; -1 - 2i; 1 + 3i\} \text{ и } \Gamma_{nc} = \{2; -2 + 2i; -2 + i; 2i\}.$$

ДПФ $\mathbf{P} = \{\rho(m)\}_{0,s-1}$ исходного контура Γ :

$$\mathbf{P} = \{0; -0,464+0,879i; -1-3i; 7,05-1,707i; 4-10i; -7,536+5,121i; 5+i; 16,95-0,293i\}.$$

ДПФ контуров Γ_u и Γ_{nc} :

$$\mathbf{P}_u = \{2 - 5i; -4 + 3i; 2 - i; 12 - i\}, \quad \mathbf{P}_{nc} = \{-2 + 5i; 4 + i; 2 - 3i; 4 - 3i\}.$$

Выполняя в соответствии с выражениями (4.3.3) и (4.3.4) операцию объединения, получаем:

$$\mathbf{P} = \{0; -0,464+0,879i; -1-3i; 7,05-1,707i; 4-10i; -7,536+5,121i; 5+i; 16,95-0,293i\},$$

что полностью совпадает с ДПФ $\mathbf{P} = \{\rho(m)\}_{0,s-1}$ исходного ДК Γ .

На втором этапе прореживания получаем:

$$\begin{aligned}\Gamma_{c,c} &= \{3-i; -1-2i\}, \Gamma_{c,nc} = \{-1-5i; 1+3i\}, \\ \Gamma_{nc,c} &= \{2; -2+i\}, \Gamma_{nc,nc} = \{-2+2i; 2i\}.\end{aligned}$$

ДПФ этих ДК:

$$\mathbf{P}_{c,c} = \{2-3i; 4+i\}, \mathbf{P}_{c,nc} = \{-2i; -2-8i\}, \mathbf{P}_{nc,c} = \{i; 4-i\}, \mathbf{P}_{nc,nc} = \{-2+4i; -2\}.$$

Выполняя в соответствии с выражениями (4.3.3) и (4.3.4) операцию объединения, получаем:

$$\mathbf{P}_c = \{2-5i; -4+3i; 2-i; 12-i\}, \mathbf{P}_{nc} = \{-2+5i; 4+i; 2-3i; 4-3i\},$$

что совпадает с ДПФ \mathbf{P}_c и \mathbf{P}_{nc} ДК Γ_c и Γ_{nc} соответственно. Третий, заключительный, этап прореживания:

$$\begin{aligned}\Gamma_{c,c,c} &= \{3-i\}, \Gamma_{c,c,nc} = \{-1-2i\}, \Gamma_{c,nc,c} = \{-1-5i\}, \Gamma_{c,nc,nc} = \{1+3i\}, \\ \Gamma_{nc,c,c} &= \{2\}, \Gamma_{nc,c,nc} = \{-2+i\}, \Gamma_{nc,nc,c} = \{-2+2i\}, \Gamma_{nc,nc,nc} = \{2i\},\end{aligned}$$

ДПФ этих ДК совпадает с самими ДК. Операцию объединения также выполняют в соответствии с выражениями (4.3.3) и (4.3.4).

4.4. Свертка контуров изображений объектов

$\mathbf{H} = \{\eta(l)\}$, $l = \overline{0, 2\pi}$, представленный в виде свертки НК $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}$ и ИХ КИФ $\Lambda = \{\lambda(l)\}$, имеет вид:

$$\eta(t) = \int_0^{2\pi} \lambda(l) \chi^*(t-l) dl, \quad (4.4.1)$$

где $t = \overline{0, 2\pi}$. Для циклической свертки размерность НК $\mathbf{H} = \{\eta(l)\}$ равна 2π , а для ациклической свертки (без учета периодичности НК) равна 4π .

Для ДК $\Gamma = \{\gamma(n)\}$, $n=0,1,\dots,s-1$, и ИХ КЛФ $\Lambda = \{\lambda(n)\}$, $n=0,1,\dots,g-1$, в результате выполнения операции свертки образуется ДК $\mathbf{H}_{ac} = \{\eta_{ac}(m)\}$, $m=0,1,\dots,d-1$, или $\mathbf{H}_c = \{\eta_c(m)\}$:

ациклическая:

$$\eta_{ay}(m) = \sum_{k=0}^{s-1} \lambda(k) \gamma^*(m-k), \quad (4.4.2)$$

циклическая:

$$\eta_y(m) = \sum_{k=0}^{s-1} \lambda(k) \gamma^*((m-k) \bmod s), \quad (4.4.3)$$

где \bmod – операция деления по модулю. Результат свертки можно представить в виде ДК на комплексной плоскости.

Циклическая и ациклическая (или круговая и линейная) свертки связаны между собой соотношением [3]:

для ДК:

$$\eta_y(n) = \eta_{ay}(n) + \eta_{ay}(n+s), \quad n = 0, 1, \dots, s-1, \quad (4.4.4)$$

для НК:

$$\eta_y(t) = \eta_{ay}(t) + \eta_{ay}(t + 2\pi). \quad (4.4.5)$$

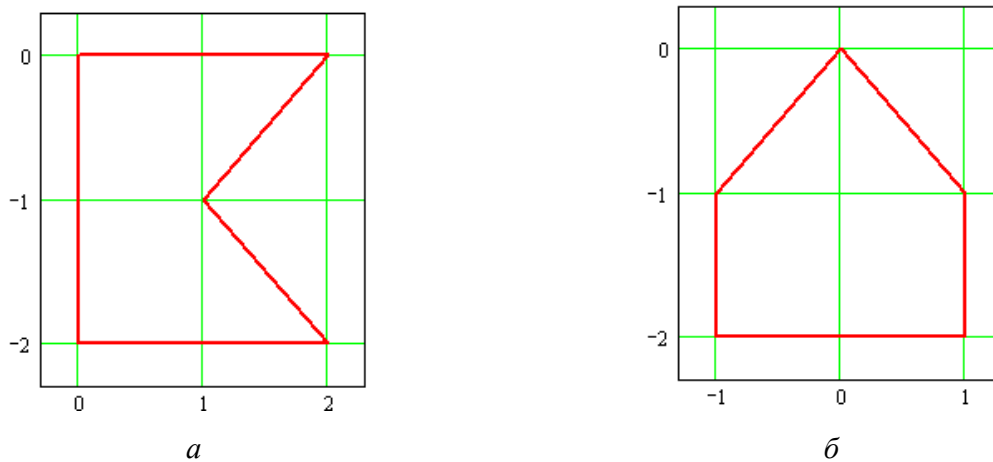


Рис. 4.9. Контуры $\Gamma(a)$ и $\Lambda(b)$

Рассмотрим пример свертки двух дискретных контуров Γ и Λ (рис. 4.9):

$$\Gamma = \{2; -1-i; 1-i; -2; 2i\}, \quad \Lambda = \{1-i; -i; -2; i; 1+i\}. \quad (4.4.6)$$

Циклическая свертка:

$$\mathbf{H}_y = \{1+i; -4i; -1+i; 3+i; -3+i\}, \quad (4.4.7)$$

и ациклическая свертка:

$$\mathbf{H}_{ay} = \{2+2i; 0; -1-i; 1-i; -3+i; -1-i; -4i; 2i; 2+2i\}. \quad (4.4.8)$$

Вычислим результат циклической свертки по результатам ациклической свертки:

$$\eta_u(0) = \eta_{au}(0) + \eta_{au}(5) = (2 + 2i) + (-1 - i) = 1 + i,$$

$$\eta_u(1) = \eta_{au}(1) + \eta_{au}(6) = 0 + (-4i) = -4i,$$

$$\eta_u(2) = \eta_{au}(2) + \eta_{au}(7) = (-1 - i) + (2i) = -1 + i,$$

$$\eta_u(3) = \eta_{au}(3) + \eta_{au}(8) = (1 - i) + (2 + 2i) = 3 + i,$$

$$\eta_u(4) = \eta_{au}(4) = -3 + i.$$

Получаем ДК циклической свертки: $\mathbf{H}_u = \{1 + i; -4i; -1 + i; 3 + i; -3 + i\}$.

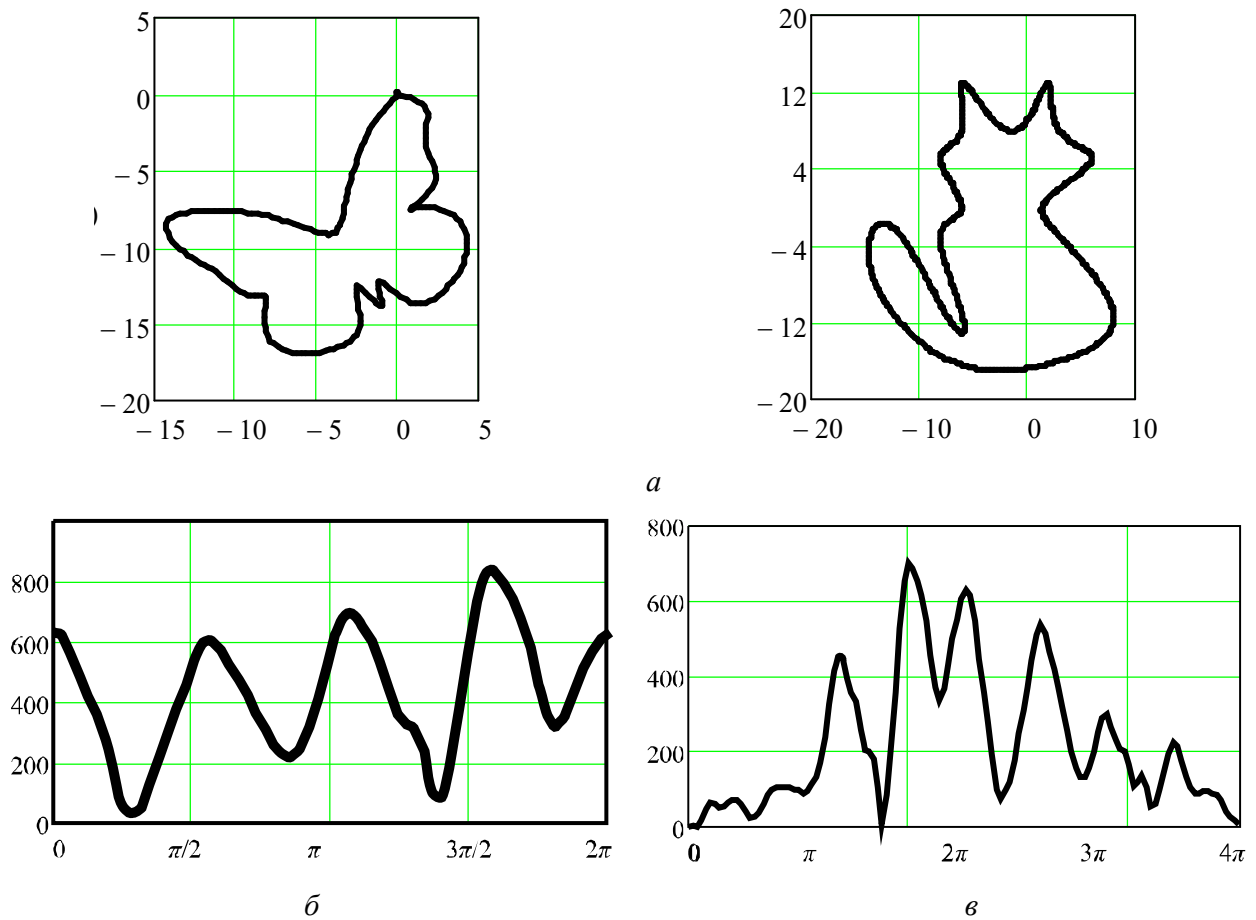


Рис. 4.10. НК X и Λ (а) и результаты циклической (б) и ациклической (в) свертки

На рис. 4.10 представлен пример свертки НК X и Λ. Вычислим результат циклической свертки по результатам ациклической свертки для мгновенных значений сверток:

$$\begin{aligned}\eta_y(0) &= 527,417 - 344,768 i, \\ \eta_y(\pi/8) &= 387,079 - 170,198 i, \\ \eta_y(\pi/4) &= 50,065 - 42,609 i, \\ \eta_y(3\pi/8) &= 196,307 - 46,347 i, \\ \eta_y(\pi/2) &= 497,987 + 135,459 i, \\ \eta_y(5\pi/8) &= 353,27 + 414,14 i,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_y(3\pi/4) &= -105,422 + 314,945 i, \\ \eta_y(7\pi/8) &= -118,25 + 195,686 i, \\ \eta_y(\pi) &= -220,922 + 522,481 i, \\ \eta_y(3\pi/2) &= -585,487 + 63,678 i, \\ \eta_y(2\pi) &= 527,417 - 344,768 i,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_{ay}(0) &= 0, \\ \eta_{ay}(\pi/8) &= 38,901 - 25,751 i, \\ \eta_{ay}(\pi/4) &= 45,063 + 29,716 i, \\ \eta_{ay}(3\pi/8) &= 8,586 + 64,595 i, \\ \eta_{ay}(\pi/2) &= 35,867 + 2,867 i, \\ \eta_{ay}(5\pi/8) &= 75,334 + 68,894 i, \\ \eta_{ay}(3\pi/4) &= -11,682 + 100,365 i, \\ \eta_{ay}(7\pi/8) &= -79,262 + 63,583 i, \\ \eta_{ay}(\pi) &= -71,265 + 264,656 i, \\ \eta_{ay}(3\pi/2) &= -367,701 + 103,331 i,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_{ay}(2\pi) &= 527,417 - 344,768 i, \\ \eta_{ay}(17\pi/8) &= 348,181 - 144,454 i, \\ \eta_{ay}(9\pi/4) &= 5,012 - 72,385 i, \\ \eta_{ay}(19\pi/8) &= 187,656 - 110,761 i, \\ \eta_{ay}(5\pi/2) &= 461,951 + 132,272 i, \\ \eta_{ay}(21\pi/8) &= 277,943 + 345,195 i, \\ \eta_{ay}(11\pi/4) &= -91,699 + 215,038 i, \\ \eta_{ay}(23\pi/8) &= -39,076 + 132,012 i, \\ \eta_{ay}(3\pi) &= -149,657 + 257,825 i, \\ \eta_{ay}(7\pi/2) &= -217,741 - 39,838 i, \\ \eta_y(4\pi) &= 0.\end{aligned}$$

Получаем:

$$\begin{aligned}\eta_y(0) &= \eta_{ay}(0) + \eta_{ay}(2\pi) = 527,417 - 344,768 i, \\ \eta_y(\pi/8) &= \eta_{ay}(\pi/8) + \eta_{ay}(17\pi/8) = 387,079 - 170,198 i, \\ \eta_y(\pi/4) &= \eta_{ay}(\pi/4) + \eta_{ay}(9\pi/4) = 50,065 - 42,609 i, \\ \eta_y(3\pi/8) &= \eta_{ay}(3\pi/8) + \eta_{ay}(19\pi/8) = 196,307 - 46,347 i, \\ \eta_y(\pi/2) &= \eta_{ay}(\pi/2) + \eta_{ay}(5\pi/2) = 497,987 + 135,459 i,\end{aligned}$$

$$\eta_u(5\pi/8) = \eta_{au}(5\pi/8) + \eta_{au}(21\pi/8) = 353,27 + 414,14 i,$$

$$\eta_u(3\pi/4) = \eta_{au}(3\pi/4) + \eta_{au}(11\pi/4) = -105,422 + 314,945 i,$$

$$\eta_u(7\pi/8) = \eta_{au}(7\pi/8) + \eta_{au}(23\pi/8) = -118,25 + 195,686 i,$$

$$\eta_u(\pi) = \eta_{au}(\pi) + \eta_{au}(3\pi) = -220,922 + 522,481 i,$$

$$\eta_u(3\pi/2) = \eta_{au}(3\pi/2) + \eta_{au}(7\pi/2) = -585,487 + 63,678 i,$$

$$\eta_u(2\pi) = \eta_u(2\pi) + \eta_u(4\pi) = 527,417 - 344,768 i.$$

Из выражения (4.4.2) следует, что для вычисления свертки требуется sg умножений. В теории цифровой обработки сигналов существуют методы быстрой свертки, которые также могут быть применены к контурам изображений, заданных в комплекснозначном виде. Быструю свертку контуров изображений можно получить, например, методами на основе ДПФ.

При использовании метода на основе ДПФ для выполнения свертки двух контуров находят их спектры, перемножают их и переходят обратно во временную (пространственную) область. Данный подход обусловлен существованием алгоритма БПФ, позволяющего быстро вычислять ДПФ.

Если вычислить спектры непосредственно самих контуров контуры Γ и Λ , перемножить их и произвести ОДПФ, то получим результат циклической свертки. Если требуется получить ациклическую свертку необходимо контур $\Gamma = \{\gamma(n)\}$, $n=0,1,\dots,s-1$, и контур $\Lambda = \{\lambda(n)\}$, $n=0,1,\dots,g-1$, дополнить нулями до длины q . Величина q выбирается из условия:

$$q \geq s + g - 1. \quad (4.4.9)$$

Желательно также, чтобы она была степенью двойки. Это необходимо для того, чтобы в дальнейшем мог быть применен алгоритм БПФ. Таким образом, получаем модифицированные контуры Γ_m и Λ_m :

$$\Gamma_m = \left\{ \gamma(0), \gamma(1), \dots, \gamma(s-1), \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{q-s} \right\}, \quad \Lambda_m = \left\{ \lambda(0), \lambda(1), \dots, \lambda(g-1), \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{q-g} \right\}.$$

Вычисляем ДПФ $\mathbf{P}_{\Gamma_m} = \{\rho_{\Gamma_m}(m)\}$, $m=0,1,\dots,q-1$, контура Γ_m и ДПФ $\mathbf{\Omega}_m = \{\omega_m(m)\}$, $m=0,1,\dots,q-1$, комплексно-сопряженного контура Λ_m , Спектры \mathbf{P}_{Γ_m} и $\mathbf{\Omega}_m$ модифицированных контуров Γ_m и Λ_m перемножаются и образуется спектр $\mathbf{P}_{\mathbf{H}_m} = \{\rho_{\mathbf{H}_m}(m)\}$ контура $\mathbf{H}_m = \{\eta_m(m)\}$, $m=0,1,\dots,q-1$. Из полученного спектра $\mathbf{P}_{\mathbf{H}_m}$ с помощью ОДПФ вычисляется контур $\mathbf{H}_m = \{\eta_m(m)\}$. Этот контур содержит результат свертки из $s+g-1$ ЭВ, дополненный нулями до размерности q :

$$\mathbf{H}_m = \left\{ \eta(0), \eta(1), \dots, \eta(s+g-1), \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{q-s-g} \right\}.$$

Рассмотрим пример свертки на основе ДПФ контуров, заданных выражением (4.4.6). Вычисляем спектры контура Γ и комплексно сопряженного контура Λ (рис. 4.11):

$$\mathbf{P}_{\Gamma} = \{0; -0,941 + 0,306i; 1,688 + 2,323i; 3,312 - 4,559i; 5,941 + 1,93i\},$$

$$\mathbf{\Omega} = \{0; 5,417 + 3,936i; -0,203 - 0,623i; -0,652 + 2,005i; 0,437 - 0,318i\}.$$

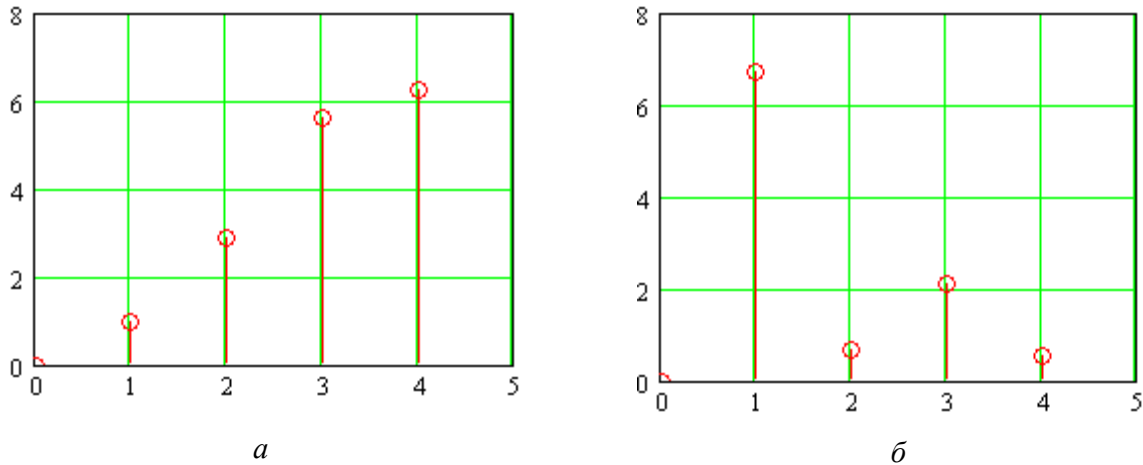


Рис. 4.11. Амплитудные спектры контура Γ (а) и комплексно сопряженного контура Λ (б)

При перемножении спектров \mathbf{P}_{Γ} и $\mathbf{\Omega}$ ДК Γ и Λ получим спектр $\mathbf{P}_{\mathbf{H}} = \{\rho_{\mathbf{H}}(m)\}$ ДК свертки $\mathbf{H}_m = \{\eta_m(m)\}$, $m=0,1,\dots,4$:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}} = \{0; -6,3 - 2,047i; 1,106 - 1,522i; 6,984 + 9,613i; 3,21 - 1,043i\}.$$

На рис. 4.12 представлен амплитудный спектр контура \mathbf{H}_u .

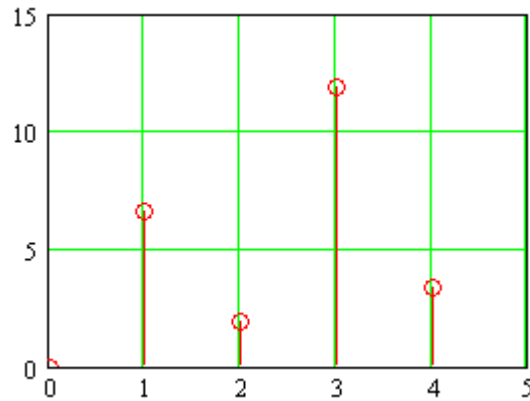


Рис. 4.12. Амплитудный спектр контура \mathbf{H}_u

С помощью ОДПФ вычисляем контур $\mathbf{H}_u = \{\eta_u(m)\}$, $m=0,1,\dots,4$:

$$\mathbf{H}_u = \{1+i; -4i; -1+i; 3+i; -3+i\},$$

который полностью совпадает с результатом циклической свертки (4.4.7).

Далее вычислим ациклическую свертку на основе ДПФ. Размерности этих контуров одинаковы и равны $s = g = 5$. Дополним нулями эти контуры до размерности q . Величину q выберем исходя из условия (4.4.9): $q \geq 9$. Ближайшее число, являющееся степенью двойки, является $q=16$. Вычисляем спектры модифицированного контура $\mathbf{\Gamma}_m$ и комплексно сопряженного модифицированного контура $\mathbf{\Lambda}_m$:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\mathbf{\Gamma}_m} = \{ & 0; 1,928 - 0,108i; 1 - 1,586i; -0,873 - 0,224i; 2i; 1,611 + 1,955i; \\ & 1,586 + 1,828i; 2,721 + 3,154i; 6 + 2i; 6,072 - 2,721i; 1 - 4,414i; -1,955 + 0,224i; \\ & 2 + 4i; 6,389 + 0,873i; 4,414 - 3,828i; 0,108 - 3,154i \}, \\ \mathbf{\Omega}_m = \{ & 0; -1,955 + 1,955i; 5,414i; 4,721 + 4,721i; 6; 2,721 - 2,721i; \\ & -1,414i; 0,045 + 0,045i; 0; -0,873 + 0,873i; 2,586i; 2,108 + 2,108i; \\ & 2; 0,108 - 0,108i; 1,414i; 1,127 + 1,127i \}. \end{aligned}$$

На рис. 4.13 представлены амплитудные спектры модифицированных контуров.

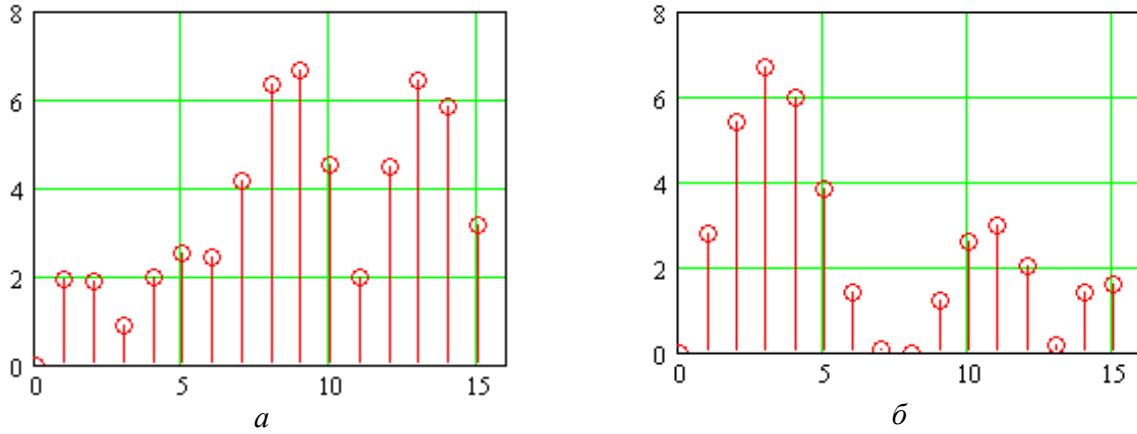


Рис. 4.13. Амплитудные спектры модифицированного контура Γ_m (а) и комплексно сопряженного модифицированного контура Λ_m (б)

Перемножением спектров \mathbf{P}_{Γ_m} и $\mathbf{\Omega}_{\Lambda_m}$ модифицированных контуров Γ_m и Λ_m , вычисляем спектр $\mathbf{P}_{\mathbf{H}_m} = \{\rho_{\mathbf{H}_m}(m)\}$ контура $\mathbf{H}_m = \{\eta_m(m)\}$, $m=0,1,\dots,15$:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}_m} = \{0; -3,56 + 3,981i; 8,586 + 5,414i; -3,063 - 5,18i; 12i; 9,704 + 0,937i; 2,586 - 2,243i; -0,019 + 0,262i; 0; -2,926 + 7,676i; 11,414 + 2,586i; -4,594 - 3,649i; 4 + 8i; 0,782 - 0,594i; 5,414 + 6,243i; 3,676 - 3,434i\},$$

На рис. 4.14 представлен амплитудный спектр контура \mathbf{H}_m .

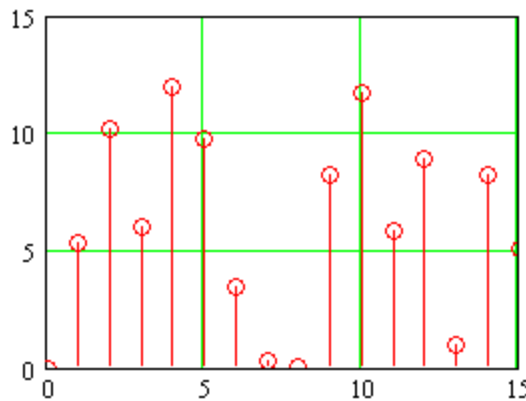


Рис. 4.14. Амплитудный спектр контура \mathbf{H}_m

С помощью ОДПФ вычисляем контур $\mathbf{H}_m = \{\eta_m(m)\}$, $m=0,1,\dots,15$:

$$\mathbf{H}_m = \{2 + 2i; 0; -1 - i; 1 - i; -3 + 1; -1 - i; -4i; 2i; 2 + 2i; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0\}.$$

Контур \mathbf{H}_m в первых девяти своих отсчетах содержит результат свертки и дополнен нулями до размерности $q=16$.

Рассмотрим пример свертки НК \mathbf{X} и Λ (рис. 4.10) в частотной области. На рис. 4.15 приведены спектры НК \mathbf{X} , Λ , \mathbf{H}_μ , а также модуль результата свертки \mathbf{H}_μ .

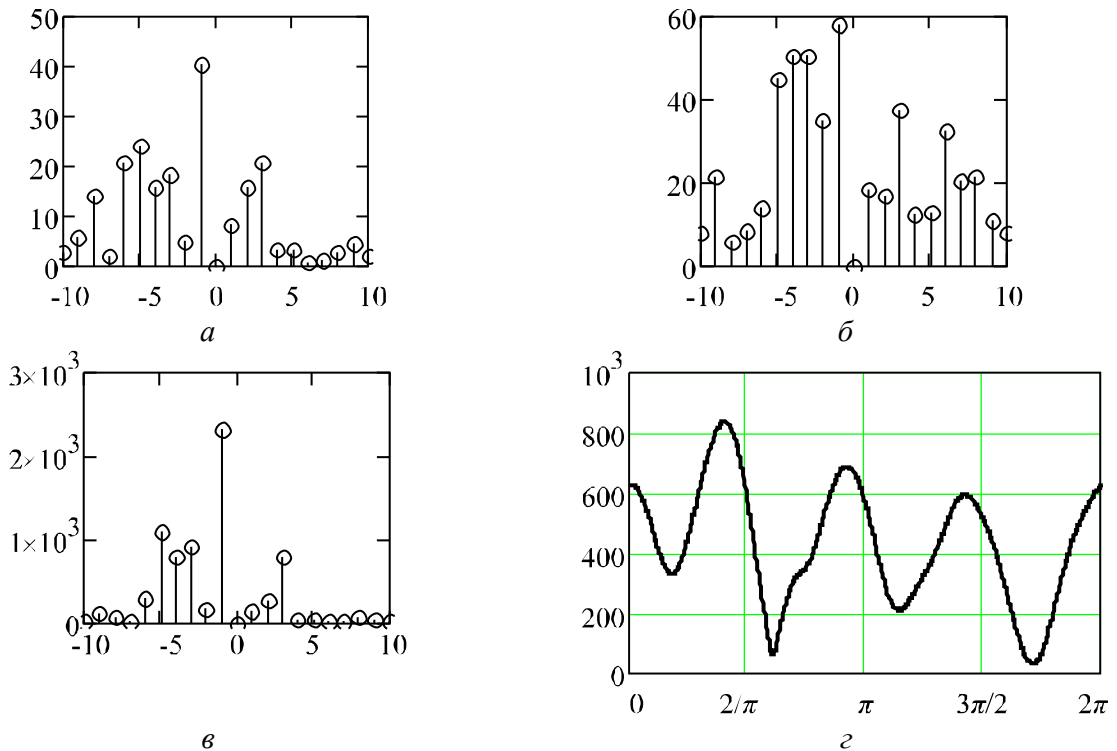


Рис. 4.15. Амплитудные спектры НК \mathbf{X} (а), Λ (б) и \mathbf{H}_μ (в) и график модуля свертки \mathbf{H}_μ (з)

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}_\Lambda = \{ & 1,548 - 7,74 i; -14,039 - 15,998 i; -5,948 - 1,529 i; 8,177 - 1,933 i; \\
 & -4,758 + 13,149 i; 12,384 + 43,347 i; -29,523 - 41,157 i; 49,224 + 11,406 i; \\
 & -31,236 + 15,818 i; 49,512 + 29,767 i; 0; -5,403 + 17,837 i; -11,296 + \\
 & + 13,008 i; -20,055 - 31,981 i; 11,193 + 5,266 i; -3,096 + 12,383 i; \\
 & -24,263 + 21,268 i; 19,39 + 6,904 i; 19,887 - 8,02 i; 10,712 + 2,659 i; \\
 & \left. -1,549 + 7,742 i \right\}, \\
 \mathbf{P}_X = \{ & 2,46 + 1,587 i; -0,494 - 5,99 i; -11,884 + 7,695 i; 0,353 + 2,136 i; \\
 & 2,953 + 20,446 i; 11,303 - 21,584 i; 7,935 - 13,696 i; 15,275 + 10,425 i; \\
 & -3,328 + 3,74 i; 36,424 - 17,229 i; 0; -1,172 + 8,317 i; -14,503 + 6,101 i; \\
 & -19,01 - 8,634 i; 2,981 - 1,407 i; -2,613 + 2,013 i; -0,212 - 0,807 i; \\
 & \left. 0,13 - 1,228 i; -2,961 - 0,191 i; -0,865 - 4,533 i; -0,97 - 1,681 i \right\},
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}_y} = \{-8,474 + 21,502 i; 102,77 + 76,183 i; 58,916 - 63,933 i; -1,243 + 18,147 i; \\ 254,792 - 136,117 i; -795,622 - 757,243 i; 329,409 + 730,904 i; 870,82 + \\ + 338,929 i; 163,096 - 64,185 i; 1291 - 1937 i; 0; 154,685 - 24,036 i; \\ 243,184 + 119,741 i; 657,363 - 434,798 i; 25,957 - 31,447 i; 33,018 + \\ + 26,117 i; -12,024 + 24,095 i; -5,968 - 24,714 i; -57,352 - 27,542 i; \\ -21,313 - 46,254 i; -11,51 + 10,113 i\}.$$

Для вычисления ациклической свертки \mathbf{H}_{ay} двух НК дополним нулями НК \mathbf{X} и $\mathbf{\Lambda}$ до размерности 4π . Тогда (рис. 4.16):

$$\mathbf{P}_{\mathbf{X}_m} = \{11,303 - 21,584 i; -0,691 + 2,952 i; 7,935 - 13,696 i; -15,1 + 4,937 i; \\ 15,275 + 10,425 i; 4,683 - 8,914 i; -3,328 + 3,74 i; 13,5 + 17,739 i; \\ 36,424 - 17,229 i; -11,011 - 29,268 i; 0; -7,751 - 15,656 i; -1,172 + 8,317 i; \\ 2,372 - 18,425 i; -14,503 + 6,101 i; 10,957 - 6,8 i; -19,01 - 8,634 i; \\ -2,477 + 13,09 i; 2,981 - 1,407 i; -1,877 - 0,598 i; -2,613 + 2,013 i\};$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{\Lambda}_m} = \{12,384 + 43,347 i; 33,436 + 1,612 i; -29,523 - 41,157 i; -45,671 + 63,822 i; \\ 49,224 + 11,406 i; -27,278 - 19,964 i; -31,236 + 15,818 i; -23,55 + 58,939 i; \\ 49,512 + 29,767 i; 5,556 - 15,225 i; 0; -16,595 + 0,664 i; -5,403 + 17,837 i; \\ 0,669 + 5,167 i; -11,296 + 13,008 i; 19,006 + 11,168 i; -20,055 - 31,981 i; \\ -33,803 + 36,68 i; 11,193 + 5,266 i; -23,137 + 11,208 i; -3,096 + 12,383 i\};$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{ay}} = \{-795,622 - 757,243 i; -18,354 + 99,808 i; 329,409 + 730,904 i; \\ 1005 + 738,278 i; 870,82 + 338,929 i; 50,21 + 336,652 i; 163,096 - 64,185 i; \\ 727,582 - 1213 i; 1291 - 1937 i; 384,444 - 330,245 i; 0; 118,223 + 264,942 i; \\ 154,685, -24,036 i; -96,794 + 0,066 i; 243,184 + 119,741 i; 132,315 - 251,613 i; \\ 657,363 - 434,798 i; 563,89 - 351,619 i; 25,957 - 31,447 i; \\ 36,726 + 34,868 i; 33,018 + 26,117 i\}.$$

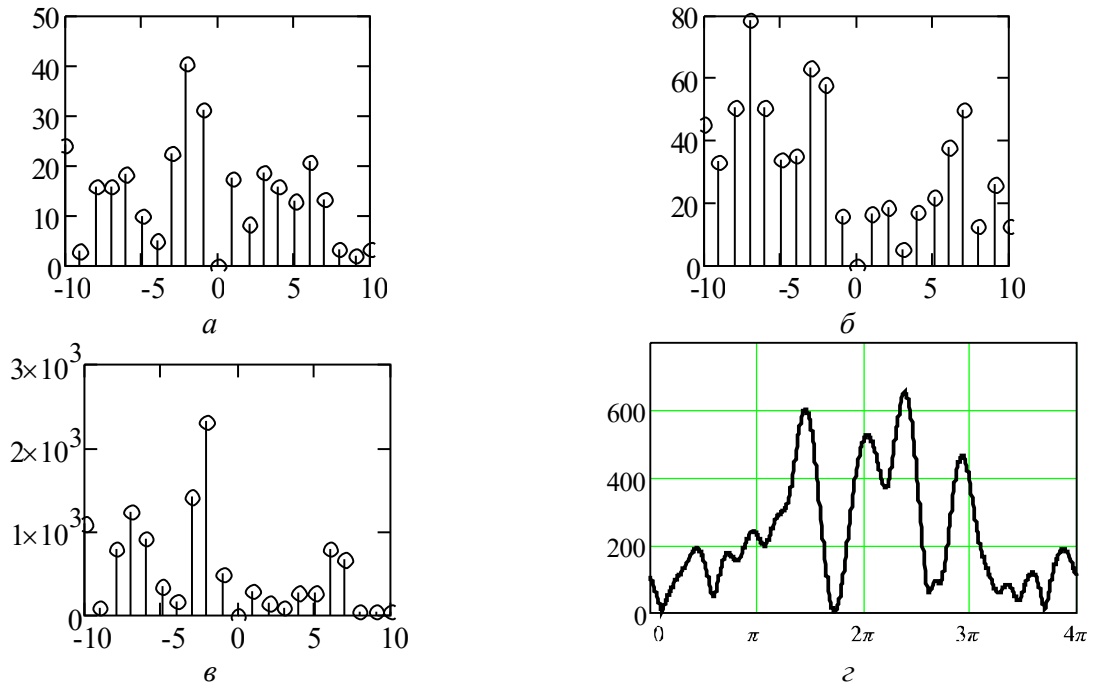


Рис. 4.16. Амплитудные спектры модифицированных НК X_m (а) и Λ_m (б), амплитудный спектр результата свертки $H_{\text{all}}(\theta)$ и график модуля результата свертки $H_{\text{all}}(z)$

Свертка может быть выполнена также на основе z -преобразования. Z -преобразование дискретных сигналов получило широкое применение при решении задач анализа и синтеза цифровых устройств обработки сигналов [11]. По своей значимости z -преобразование при анализе и обработке дискретных сигналов сопоставимо с преобразованиями Фурье и Лапласа при анализе и обработке непрерывных сигналов.

Применительно к контурам изображений $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ z -преобразование будем представлять в виде:

$$\Gamma(z) = \sum_{n=0}^{s-1} \gamma(n)z^{-n} = \gamma(0) + \frac{\gamma(1)}{z} + \frac{\gamma(2)}{z^2} + \dots + \frac{\gamma(s-1)}{z^{s-1}}. \quad (4.4.10)$$

Обратное z -преобразование возможно путем представления функции $\Gamma(z)$ в ряд вида (4.4.10). В общем случае обратное z -преобразование находится путем интегрирования по замкнутому контуру функции $\Gamma(z)$ с учетом множителя z^{m-1} . Например, для элементарного контура $\Gamma = \{1; i; -1; -i\}$ его z -преобразование, полученное непосредственно по выражению (4.4.10):

$$\Gamma(z) = 1 + \frac{i}{z} - \frac{1}{z^2} - \frac{i}{z^3} = \frac{z^3 + iz^2 - z - i}{z^3}.$$

Как известно, z -преобразование является линейным, а символ z^{-1} служит оператором единичной задержки в z -области. Одним из важнейших свойств z -преобразования также является свойство z -преобразования свертки: свертке двух дискретных сигналов отвечает произведение z -преобразований.

Вычислим свертку двух контуров Γ и Λ , заданных выражениями (4.4.6). Z -преобразования контуров Γ и Λ^* :

$$\Gamma(z) = \frac{2z^4 + (-1-i)z^3 + (1-i)z^2 - 2z + 2i}{z^4},$$

$$\Lambda(z) = \frac{(1+i)z^4 + iz^3 - 2z^2 - iz + (1-i)}{z^4}.$$

Произведение z -преобразований контуров Γ и Λ , представленное в ряд вида (4.4.10):

$$\Gamma(z)\Lambda(z) = \frac{1}{z^8} \left((2+2i)z^8 + (-1-i)z^6 + (1-i)z^5 + (-3+i)z^4 + (-1-i)z^3 - 4iz^2 + 2iz + (2+2i) \right).$$

Откуда

$$\mathbf{H}_{\text{ac}} = \{2+2i; 0; -1-i; 1-i; -3+i; -1-i; -4i; 2i; 2+2i\},$$

что полностью совпадает с результатом, полученным методом дискретной свертки (4.4.8).

4.5. Обратная свертка контуров изображений объектов

Обратная свертка (или деконволюция) контуров изображений объектов представляет собой процесс восстановления формы исходного контура по результату его обработки некоторой линейной системой. Так же может быть использована и для решения других задач. Так, например, в работе [3] деконволюция применена для решения задачи повышения пространственного разрешения сигналов, заданных в виде контуров. Синтезированный фильтр был назван сопряжено-согласованным.

Для восстановления формы исходного контура требуется знание импульсной или частотной характеристик контурного линейного фильтра. Восстановление формы исходного контура в пространственной области выполнить, как правило, достаточно сложно. Решение задачи деконволюции в частотной области вполне выполнимо при соблюдении некоторых условий. При этом учитываем, что свертка контуров изображений в пространственной области соответствует перемножению спектров контуров. Для выполнения деконволюции синтезируется контурный фильтр, частотная характеристика которого обратна частотной характеристике анализируемой линейной системы. На практике построение таких фильтров не всегда возможно. Объясняется это тем, что в принципе невозможно восстановить в спектре контура те гармоники, которые были полностью подавлены. Также, восстановление гармоник в спектре контура, ослабленных до уровня шума, приводит к значительному усилению уровня шума, который может полностью исказить форму исходного контура.

Свертка контура Γ и импульсной характеристики линейной системы Λ определяется выражениями (4.4.2)-(4.4.3). Свертка может быть получена также с использованием ДПФ или z-преобразования. Обратная свертка для случая нахождения контура Γ на входе системы при известном отклике на выходе \mathbf{H} и импульсной характеристики линейной системы Λ может быть представлена как:

$$\mathbf{P}_{\Gamma} = \frac{\mathbf{P}_{\mathbf{H}}}{\mathbf{\Omega}} = \mathbf{P}_{\mathbf{H}} \mathbf{\Omega}^{-1}, \quad (4.5.1)$$

а для случая нахождения импульсной характеристики линейной системы Λ при известном контуре Γ на входе системы и отклике на выходе фильтра \mathbf{H} :

$$\mathbf{\Omega} = \frac{\mathbf{P}_{\mathbf{H}}}{\mathbf{P}_{\Gamma}} = \mathbf{P}_{\mathbf{H}} \mathbf{P}_{\Gamma}^{-1}, \quad (4.5.2)$$

где $\mathbf{P}_{\Gamma} = \{\rho_{\Gamma}(m)\}_{0,s-1}$ – спектр входного контура Γ , $\mathbf{P}_{\mathbf{H}} = \{\rho_{\mathbf{H}}(m)\}_{0,s-1}$ – спектр выходного контура \mathbf{H} , $\mathbf{\Omega} = \{\omega(m)\}_{0,s-1}$ – частотная характеристика линейной системы, символ «-1» – оператор деконволюции. Операторы деконволюции $\mathbf{\Omega}^{-1} = \{\omega^{-1}(m)\}_{0,s-1}$ и $\mathbf{P}_{\Gamma}^{-1} = \{\rho_{\Gamma}^{-1}(m)\}_{0,s-1}$ представляют собой обратную частотную

характеристику $\mathbf{\Omega}^{-1} = \frac{1}{\mathbf{\Omega}}$ линейной системы и обратный спектр $\mathbf{P}_{\Gamma}^{-1} = \frac{1}{\mathbf{P}_{\Gamma}}$

входного контура Γ соответственно. Операторам деконволюции в частотной области соответствуют операторы деконволюции в пространственной области:

$$\mathbf{\Omega}^{-1} \Rightarrow \mathbf{\Lambda}^{-1}, \quad \mathbf{\Lambda}^{-1} = \{\lambda^{-1}(n)\}_{0,s-1}, \quad (4.5.3)$$

$$\mathbf{P}_{\Gamma}^{-1} \Rightarrow \mathbf{\Gamma}^{-1}, \quad \mathbf{\Gamma}^{-1} = \{\gamma^{-1}(n)\}_{0,s-1}. \quad (4.5.4)$$

С учетом этого, обратная свертка выражается как:

$$\gamma(n) = \sum_{m=0}^{s-1} \lambda^{-1}(m) \eta^*(m-n), \quad (4.5.5)$$

$$\lambda(n) = \sum_{m=0}^{s-1} \gamma^{-1}(m) \eta^*(m-n). \quad (4.5.6)$$

Обратная свертка может быть также представлена с помощью z -преобразования:

$$\mathbf{\Gamma}(z) = \frac{\mathbf{H}(z)}{\mathbf{\Lambda}(z)} = \mathbf{H}(z) \mathbf{\Lambda}^{-1}(z), \quad (4.5.7)$$

$$\mathbf{\Lambda}(z) = \frac{\mathbf{H}(z)}{\mathbf{\Gamma}(z)} = \mathbf{H}(z) \mathbf{\Gamma}^{-1}(z), \quad (4.5.8)$$

$\mathbf{\Lambda}^{-1}(z)$ и $\mathbf{\Gamma}^{-1}(z)$ – операторы деконволюции.

Рассмотрим пример решения задачи деконволюции. Пусть контурный линейный фильтр задан ИХ $\mathbf{\Lambda}$, а контур на входе $\mathbf{\Gamma}$:

$$\mathbf{\Lambda} = \{2; -1-i; 1-i; -2; 2i\}, \quad \mathbf{\Gamma} = \{1-i; -i; -2; i; 1+i\}.$$

Результат прохождения контура $\mathbf{\Gamma}$ через фильтр в виде циклической свертки:

$$\mathbf{H}_y = \{1+i; -4i; -1+i; 3+i; -3+i\},$$

и в виде ациклической свертки:

$$\mathbf{H}_{ay} = \{2+2i; 0; -1-i; 1-i; -3+i; -1-i; -4i; 2i; 2+2i\}.$$

По контуру ИХ КЛФ $\mathbf{\Lambda}$ и результату свертки \mathbf{H}_y необходимо найти контур $\mathbf{\Gamma}$. ЧКП КЛФ как ДПФ от ИХ $\mathbf{\Lambda}$ КЛФ (рис. 4.17,а):

$$\mathbf{\Omega} = \{0; -0,941+0,306i; 1,688+2,323i; 3,312-4,559i; 5,941+1,93i\}.$$

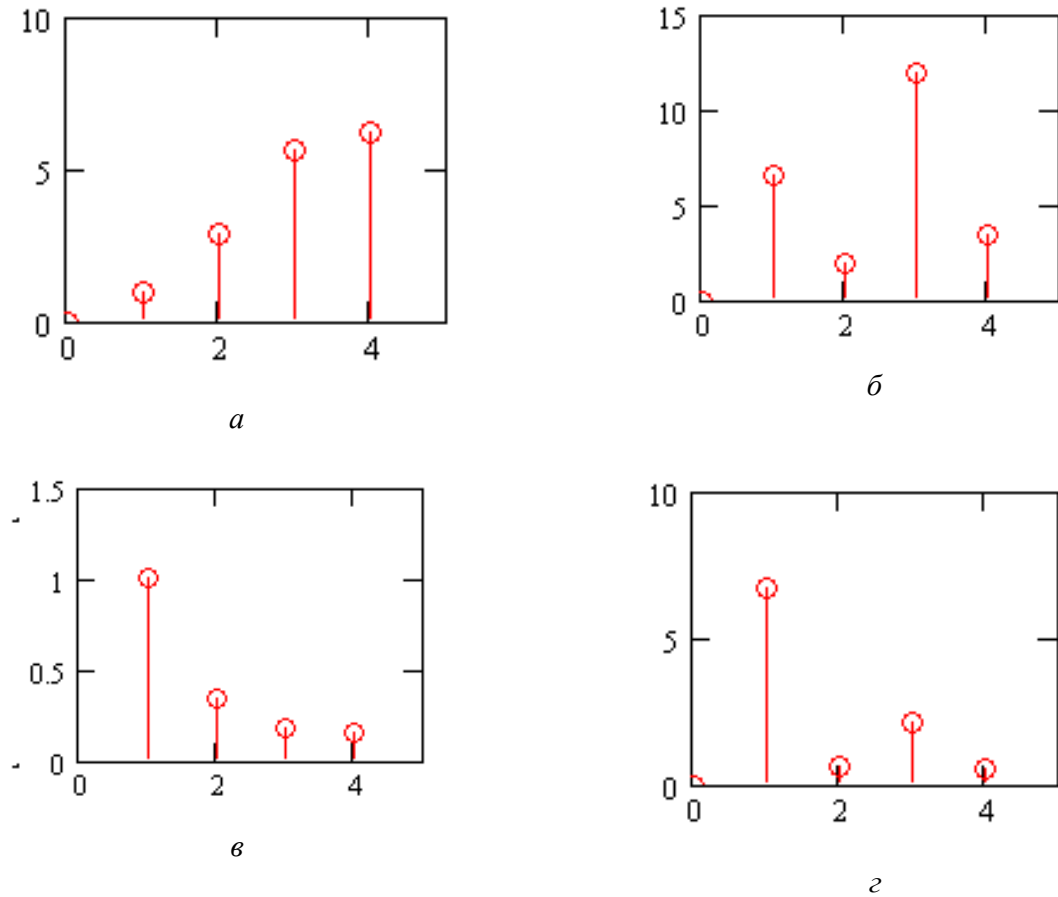


Рис. 4.17. Амплитудно-частотная характеристика фильтра (а), амплитудный спектр \mathbf{P}_{H_u} контура \mathbf{H}_u (б), амплитудно-частотная характеристика обратного фильтра, амплитудный спектр \mathbf{P}_N контура $\mathbf{N}(z)$

Спектр контура \mathbf{H}_u (рис. 4.17,б):

$$\mathbf{P}_{H_u} = \{0; -6,3 - 2,047i; 1,106 - 1,522i; 6,984 + 9,613i; 3,21 - 1,043i\}.$$

Найдем оператор деконволюции в частотной области (рис. 4.17,в):

$$\mathbf{\Omega}^{-1} = \{0; -0,961 - 0,312i; 0,205 - 0,282i; 0,104 + 0,144i; 0,152 - 0,049i\}.$$

Спектр контура \mathbf{N} получаем путем перемножения спектра \mathbf{P}_{H_u} контура \mathbf{H}_u и оператора деконволюции $\mathbf{\Omega}^{-1}$ (рис. 4.17,г):

$$\mathbf{P}_N = \mathbf{P}_{H_u} \mathbf{\Omega}^{-1} = \{0; 5,417 + 3,936i; -0,203 - 0,623i; -0,652 + 2,005i; 0,437 - 0,318i\}.$$

ОДПФ спектра \mathbf{P}_N :

$$\mathbf{N}^* = \{1 + i; i; -2; -i; 1 - i\}.$$

Тогда контур \mathbf{N} :

$$\mathbf{N} = \{1 - i; -i; -2; i; 1 + i\}.$$

Теперь пусть в нашем распоряжении имеются контур ИХ фильтра Λ и результат ациклической свертки \mathbf{H}_{au} . Также требуется найти контур Γ . Размерность ациклической свертки \mathbf{H}_{au} равна $s=9$. Дополним контур ИХ фильтра Λ нулями до размерности $s=9$:

$$\Lambda_m = \{2, -1 - i, 1 - i, -2, 2i, 0, 0, 0, 0\}.$$

Частотная характеристика фильтра для модифицированной ИХ (рис. 4.18,а):

$$\Omega_m = \{0; 1,464 - 1,429i; -0,726 + 1,209i; 1,732 + 1,732i; 3,037 + 3,238i; \\ 6,375 - 2,196i; -1,732 - 1,732i; 4,499 + 3,387i; 3,351 - 4,209i\}.$$

Спектр контура \mathbf{H}_{au} (рис. 4.18,б):

$$\mathbf{P}_{H_{au}} = \{0; 5,659 + 8,294i; -7,157 + 5,8i; 7,098 - 1,902i; 0,033 + 0,592i; \\ -3,713 + 6,181i; 1,902 - 7,098i; 6,602 + 2,016i; 7,575 + 4,117i\}.$$

Оператор деконволюции (рис. 4.18,в):

$$\Omega_m^{-1} = \frac{1}{\Omega_m} = \{0; 0,35 + 0,341i; -0,365 - 0,608i; 0,289 - 0,289i; 0,154 - 0,164i; \\ 0,14 + 0,048i; -0,289 + 0,289i; 0,142 - 0,107i; 0,116 + 0,145i\}.$$

Спектр контура \mathbf{N} получаем путем перемножения спектра $\mathbf{P}_{H_{au}}$ контура \mathbf{H}_{au} и оператора деконволюции (рис. 4.18,г):

$$\mathbf{P}_N = \mathbf{P}_{H_{au}} \Omega_m^{-1} = \{0; -0,852 + 4,833i; 6,139 + 2,234i; 1,5 - 2,598i; 0,102 + 0,086i; \\ -0,819 + 0,687i; 1,5 + 2,598i; 1,152 - 0,419i; 0,278 + 1,578i\}.$$

Контур \mathbf{N} находим как ОДПФ спектра \mathbf{P}_N :

$$\mathbf{N} = \{1 - i; -i; -2; i; 1 + i; 0; 0; 0; 0\}.$$

Пусть на вход КЛФ подан контур Γ . Необходимо определить ИХ КЛФ Λ , обеспечивающую на выходе отклик в виде:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases} \quad (4.5.9)$$

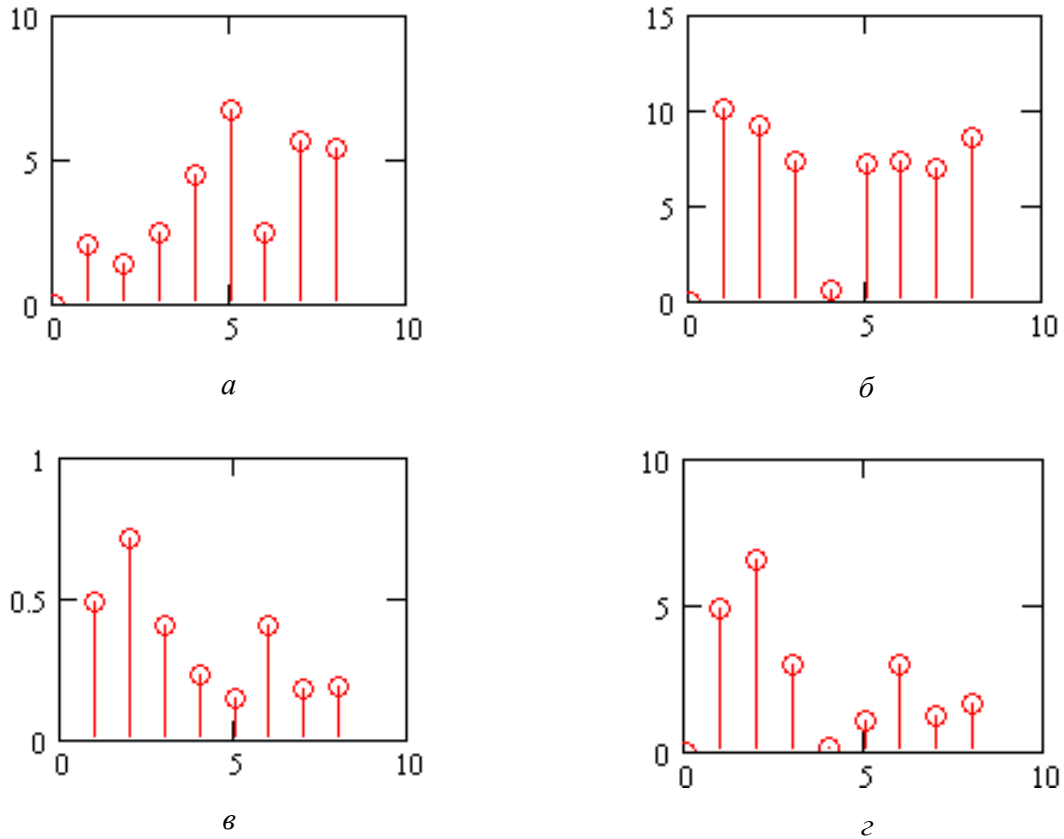


Рис. 4.18. Амплитудно-частотная характеристика фильтра с модифицированной ИХ (а), амплитудный спектр $\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{au}}$ контура \mathbf{H}_{au} (б), амплитудно-частотная характеристика обратного фильтра, (в), амплитудный спектр $\mathbf{P}_{\mathbf{N}}$ контура \mathbf{N} (г)

Свертка с помощью z-преобразования будет иметь вид:

$$\Gamma(z)\Lambda(z) = 1. \quad (4.5.10)$$

Таким образом, ИХ Λ КЛФ, обеспечивающая на выходе отклик в виде символа Кронекера Δ , задается выражением:

$$\Lambda(z) = \frac{1}{\Gamma(z)} = \Gamma^{-1}(z), \quad (4.5.11)$$

или в спектральном представлении:

$$\mathbf{\Omega} = \frac{1}{\mathbf{P}_{\Gamma}} = \mathbf{P}_{\Gamma}^{-1}. \quad (4.5.11)$$

При этом возможна ситуация, когда в спектре \mathbf{P}_Γ контура Γ имеются нулевые компоненты, например, для случая равнодольного контура и контура с поворотной симметрией [3]. Компоненты спектра равнодольного ДК с четными номерами равны нулю, а спектр ДК с поворотной симметрией степени r может иметь отличные от нуля компоненты лишь при значениях $(m+1)$, кратных r . В этом случае может быть использовано выражение для вычисления ИХ инверсного фильтра:

$$\lambda(n) = -\frac{1}{\gamma(0)} \sum_{k=0}^{n-1} \lambda(k) \gamma(n-k). \quad (4.5.12)$$

Ошибка восстановления исходного контура определяется как:

$$\sigma^2 = \sum_{n=0}^{N-1} (\delta(n) - \eta(n))^2, \quad (4.5.13)$$

где N – длина ИХ (4.5.12).

Пусть, например, задан контур Γ (рис. 4.19, а):

$$\Gamma = \{1 + 3i; 1 - 3i; 3,162 - 0,024i; -2,544 - 1,878i; 0,954 - 3,015i; -2,572 + 1,84i; \\ -2,572 - 1,84i; 0,954 + 3,015i; -2,544 + 1,878i; 3,162 + 0,024i\}.$$

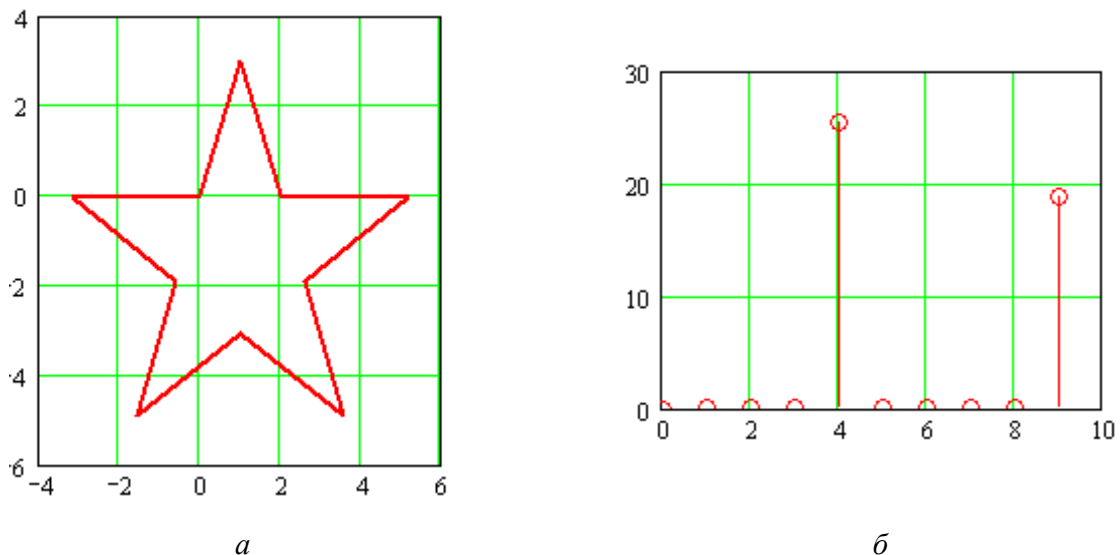


Рис. 4.19. Контур Γ (а), амплитудный спектр (б)

Спектр контура Γ (рис. 4.19, б):

$$\mathbf{P}_\Gamma = \{0; 0; 0; 0; -7,862 + 24,197i; 0; 0; 0; 0; 17,861 + 5,803i\},$$

содержит нулевые компоненты, что делает невозможным применение выражения (4.5.2) для расчета ЧКП КЛФ.

Воспользуемся для расчета ИХ инверсного фильтра выражением (4.5.12):

$N=10$ (рис. 4.20, а):

$$\Lambda = \{0,1 - 0,3i; 0,26 - 0,18i; 0,57 + 0,2i; 0,336 + 0,502i; -0,032 + 0,603i; -0,388 + 0,464i; -0,588 + 0,138i; -0,554 - 0,242i; -0,297 - 0,526i; 0,078 - 0,599i\},$$

$N=15$ (рис. 4.20, б):

$$\Lambda = \{0,1 - 0,3i; 0,26 - 0,18i; 0,57 + 0,2i; 0,336 + 0,502i; -0,032 + 0,603i; -0,388 + 0,464i; -0,588 + 0,138i; -0,554 - 0,242i; -0,297 - 0,526i; 0,078 - 0,599i; 0,522 - 0,733i; 0,857 - 0,273i; 1,104 + 0,483i; 0,593 + 1,049i; -0,155 + 1,195i\},$$

$N=20$ (рис. 4.20, в):

$$\Lambda = \{0,1 - 0,3i; 0,26 - 0,18i; 0,57 + 0,2i; 0,336 + 0,502i; -0,032 + 0,603i; -0,388 + 0,464i; -0,588 + 0,138i; -0,554 - 0,242i; -0,297 - 0,526i; 0,078 - 0,599i; 0,522 - 0,733i; 0,857 - 0,273i; 1,104 + 0,483i; 0,593 + 1,049i; -0,155 + 1,195i; -0,841 + 0,863i; -1,19 + 0,186i; -1,064 - 0,565i; -0,512 - 1,09i; 0,244 - 1,18i\}.$$

Результат фильтрации контура Γ в виде ациклической свертки:

$N=10$:

$$\mathbf{H}_{au} = \{1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0\},$$

$N=15$:

$$\mathbf{H}_{au} = \{1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0\},$$

$N=20$:

$$\mathbf{H}_{au} = \{1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0\}.$$

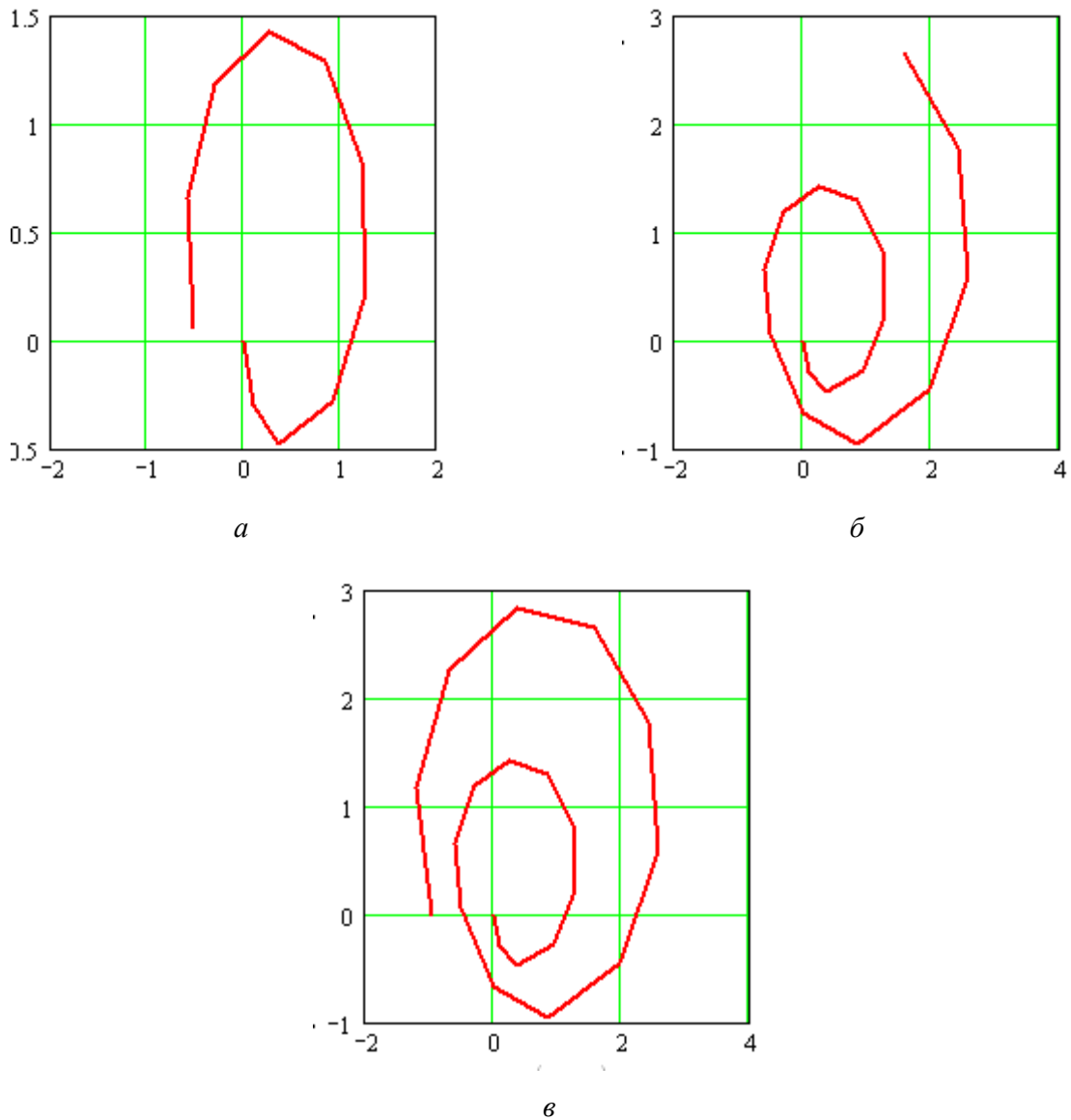


Рис. 4.20. Контур ИХ инверсного фильтра при: $a - N=10$, $б - N=15$, $в - N=20$

4.6. Выводы по главе 4

1. Исследованы вопросы применения методов передискретизации ДК изображений объектов. Рассмотрен метод эквализации ДК. Показано, что преобразование ДК, связанное с изменением размерности, приводит к изменению его спектра. Показано, что качественную передискретизацию можно получить при использовании алгоритмов, учитывающих необходимость работы не только с временной, но и с частотной областью сигнала. Рассмотрено применение алгоритма интерполяция/фильтрация /прореживание для изменения размерности ДК. Исследовано влияние повторной передискретизации на форму ДК как с понижением размерности, так и с повышением размерности. Получено, что по

форме ДК после повторной передискретизации по алгоритму интерполяция/фильтрация/прореживание совпадает с исходным ДК. Определено, что метод передискретизации, обеспечивающий сохранение информативности контурного изображения не менее чем на 9,5 % по сравнению с алгоритмом эквализации при изменении размерности контура в большую/меньшую сторону в 1,5 раза. Таким образом, максимальное сохранение информации в частотной области при передискретизации ДК по алгоритму интерполяция/фильтрация/прореживание позволяет практически без потерь сохранить форму контура.

2. Исследованы вопросы применения алгоритма БПФ для обработки ДК изображений объектов. Рассмотрены два способа реализации алгоритма БПФ для контуров заданных в виде последовательности комплексных чисел. Первый способ предполагает рассмотрение реальной $\text{Re}\gamma(n)$ и мнимой $\text{Im}\gamma(n)$ составляющих контура $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ как последовательности вещественных чисел и применение алгоритма БПФ для последовательностей $\text{Re}\gamma(n)$ и $\text{Im}\gamma(n)$ по отдельности. Спектры $\rho_{\text{Re}\gamma(n)}(m)$ и $\rho_{\text{Im}\gamma(n)}(m)$ вещественной и мнимой составляющих ДК обладают свойством симметричности (комплексной сопряженности) относительно оси ординат. В результате суммирования спектров последовательностей $\text{Re}\gamma(n)$ и $\text{Im}\gamma(n)$ можно получить спектр контура $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$. Второй способ заключается в применении алгоритма БПФ непосредственно для контура $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ в виде последовательности комплексных чисел.

3. Исследован вопрос организации свертки ДК изображений объектов, заданных в комплекснозначном виде, в том числе, быстрой свертки. Быструю свертку ДК изображений можно получить, например, методами на основе ДПФ. При использовании метода на основе ДПФ для выполнения свертки двух ДК находят их спектры, перемножают их и переходят обратно во временную (пространственную) область. Данный подход обусловлен существованием алгоритма БПФ, позволяющего быстро вычислять ДПФ. Если вычислить спектры

непосредственно самих контуров контуры Γ и Λ , перемножить их и произвести ОДПФ, то получим результат циклической свертки. Если требуется получить ациклическую свертку необходимо контур $\Gamma = \{\gamma(n)\}$, $n=0,1,\dots,s-1$, и контур $\Lambda = \{\lambda(n)\}$, $n=0,1,\dots,g-1$, дополнить нулями до длины q . Исследована возможность вычисления циклической свертки по результатам ациклической свертки, для ДК и НК изображений объектов, заданных в комплекснозначном виде. Также рассмотрены методы быстрой свертки применительно к ДК изображений объектов, заданных в комплекснозначном виде, на основе z -преобразования.

4. Исследован вопрос организации обратной свертки контуров изображений объектов, заданных в комплекснозначном виде, используемый для восстановления формы исходного контура по результату обработки его КЛФ. При этом для восстановления формы исходного ДК требуется знание ИХ или ЧКП КЛФ. Решение задачи деконволюции в частотной области вполне выполнимо при соблюдении некоторых условий. При этом учитываем, что свертка контуров изображений в пространственной области соответствует перемножению спектров контуров. Для выполнения деконволюции синтезируется КЛФ, частотная характеристика которого обратна частотной характеристике анализируемой линейной системы. На практике построение таких фильтров не всегда возможно. Объясняется это тем, что в принципе невозможно восстановить в спектре контура те гармоники, которые были полностью подавлены.

5. НЕЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ЗАДАНЫХ В КОМПЛЕКСНОЗНАЧНОМ ВИДЕ

5.1. Введение к главе

Вопросы синтеза и применения КЛФ достаточно подробно рассмотрены в целом ряде работ по контурному анализу изображений, например, в работах [3, 81, 136]. В работах рассмотрены вопросы применения КЛФ для подавления флуктуационных шумов, сжатием описания контуров, извлечением информативных признаков для распознавания изображений объектов, вычислением меры схожести двух изображений по их форме. Указывается, что особенностью работы КЛФ является комплекснозначный характер контурного описания изображений объектов.

Применение методов линейной фильтрации предполагает аддитивную модель зашумления. Когда модель зашумления предполагается мультипликативной, линейная фильтрация не всегда показывает хорошие результаты. В таких ситуациях оправданным является применение методов нелинейной фильтрации. Кроме того, применение методов линейной фильтрации в ряде случаев не позволяет получать требуемый результат, например, в случае, когда закон распределения шума отличен от нормального или представляет собой импульсный шум. Шум в контурах возникает при выделении контуров изображений объектов и может носить как флуктуационный характер, так и проявляться в виде импульсного шума из-за включения части фона в изображение объекта.

В настоящее время известны различные методы нелинейной фильтрации. К ним можно отнести, например, гомоморфные фильтры, фильтры, основанные на порядковых статистиках, морфологические фильтры, нейронные сети, полиномиальные фильтры [2,10,30-39,168]. Нелинейные контурные фильтры (КНлФ) также работают в скользящем окне. Однако при линейной фильтрации контуров изображений вычисляется линейная комбинация ЭВ, а при нелинейной

фильтрации выполняются нелинейные преобразования ЭВ контура в окрестности, определяемой апертурой фильтра.

В данной главе исследуются следующие КНлФ:

- контурные фильтры, основанные на порядковых статистиках;
- контурные адаптивные фильтры;
- контурный сигма-фильтр;
- контурная гомоморфная фильтрация.

В таких фильтрах, основанных на порядковых статистиках, отклик определяется предварительным упорядочиванием элементов, входящих в апертуру фильтра. Далее в упорядоченной последовательности производится выбор значения, находящегося на определенной позиции. Таким образом, фильтрация, основанная на порядковых статистиках, производится путем замены исходного значения элемента на полученное значение отклика фильтра. Исследуются следующие контурные фильтры, основанные на порядковых статистиках:

- медианный;
- основанный на вычислении усеченного среднего;
- максимума и минимума;
- срединной точки.

Особенностью контурного адаптивного фильтра является изменение его параметров в зависимости от статистических свойств обрабатываемых контуров. В результате этого усложняется алгоритм обработки, но при этом можно добиться улучшения качества обработки контуров изображений объектов. Исследуются следующие контурные адаптивные фильтры:

- контурный адаптивный локальный фильтр подавления шума;
- контурный адаптивный медианный фильтр.

5.2. Контурные фильтры, основанные на порядковых статистиках

Основной сложностью организации работы контурных фильтров, основанных на порядковых статистиках, является процедура упорядочивания ЭВ, заданных в комплекснозначном виде. Для комплексных чисел не определено понятие «медиана». Предлагается производить упорядочивание ЭВ контура по одному из четырех параметров:

- модуль ЭВ;
- аргумент ЭВ;
- вещественная компонента ЭВ;
- мнимая компонента ЭВ.

5.2.1. Контурный медианный фильтр

Контурный медианный фильтр при обработке контуров изображений объектов заменяет центральный ЭВ медианой упорядоченной выборки. Выборка формируется из ЭВ, входящих в апертуру $F_{w,m}$ фильтра с размером w и с центром в текущей точке m :

$$v(m) = \underset{\alpha}{med} \{ \gamma(n) \mid n \in F_{w,m} \}. \quad (5.2.1)$$

где α - принцип упорядочивания ЭВ контура.

Как известно, применение медианной фильтрации приводит к подавлению импульсной помехи. Медианную фильтрацию также применяют и для ослабления флуктуационного шума. Однако, как показано в работе [111], ее эффективность при этом ниже по сравнению с линейным сглаживающим фильтром.

Исследуем влияние линейных преобразований масштабирования и поворота контура на результат работы контурного медианного фильтра. Результат контурной фильтрации, основанной на порядковых статистиках, определяется, в основном, процедурой упорядочивания ЭВ контура. Следовательно, необходимо определить, как на результат упорядочивания ЭВ контура влияют линейные преобразования масштабирования и поворота контура.

Очевидно, что при масштабировании ДК, т.е. когда $v(n)=|\mu|\gamma(n)$, упорядочивание по любому параметру не изменяется. Модули, вещественные и мнимые части ЭВ ДК при масштабировании изменяются пропорционально величине $|\mu|$. Аргументы ЭВ ДК при масштабировании не изменяются.

При повороте ДК на угол $\arg \mu$ модули ЭВ ДК не изменяются. Следовательно не изменяется упорядочивание по модулю. Вещественные и мнимые части ДК изменяются:

$$\begin{aligned} v(n) &= \gamma(n)e^{i\arg \mu} = \gamma(n)(\cos(\arg \mu) + i\sin(\arg \mu)) = \\ &= \gamma_1(n)\cos(\arg \mu) + i\gamma_2(n)\cos(\arg \mu) + i\gamma_1(n)\sin(\arg \mu) - \gamma_2(n)\sin(\arg \mu) = \\ &= (\gamma_1(n)\cos(\arg \mu) - \gamma_2(n)\sin(\arg \mu)) + i(\gamma_2(n)\cos(\arg \mu) + \gamma_1(n)\sin(\arg \mu)). \end{aligned}$$

Таким образом, при повороте ДК на угол $\arg \mu$ может приводить к изменению упорядочивания по вещественной и мнимой частям ЭВ ДК. Аргументы ЭВ ДК при повороте ДК на угол $\arg \mu$ получают одинаковое приращение. Поэтому, упорядочивание по аргументу $\alpha = \arg \gamma(n)$ не изменяется если выполняется условие:

$$\arg v(n) = \arg \gamma(n) + \arg \mu \leq 2\pi.$$

Рассмотрим фрагмент ДК:

$$\Gamma = \{3,844-2,185i; 3,065-4,065i; 1,75-4,609i; 2,965-4,106i; 0,035-5,32i; 3-4,092i; 1-4,92i\},$$

или в показательной форме:

$$\Gamma = \{4,422e^{-29,615^\circ i}; 5,091e^{-52,984^\circ i}; 4,93e^{-69,209^\circ i}; 5,065e^{-54,166^\circ i}; 5,32e^{-89,623^\circ i}; 5,074e^{-53,753^\circ i}; 5,021e^{-78,511^\circ i}\}.$$

Результат упорядочивания по модулю:

$$\Gamma_{\alpha=|\gamma(n)|} = \{3,844-2,185i; 1,75-4,609i; 1-4,92i; 2,965-4,106i; 3-4,092i; 3,065-4,065i; 0,035-5,32i\}.$$

Упорядочивание по аргументу, вещественной и мнимой частям в данном примере приводит к одинаковому результату:

$$\Gamma_{\alpha=\varphi(n)} = \Gamma_{\alpha=\gamma_1(n)} = \Gamma_{\alpha=\gamma_2(n)} = \{0,035-5,32i; 1-4,92i; 1,75-4,609i; 2,965-4,106i; 3-4,092i; 3,065-4,065i; 3,844-2,185i\}.$$

Далее пусть контур N образован путем умножения контура Γ на величину $\mu=1,299+0,75i$, или в показательной форме $\mu=1,5e^{30^\circ i}$. Таким образом, над контуром Γ осуществлены преобразования масштабирования на величину $|\mu|=1,5$ и поворота на угол $\arg\mu=30^\circ$. В результате получаем контур N :

$$N=\{6,632+0,045i; 7,03-2,982i; 5,73-4,675i; 6,931-3,11i; 4,035-6,885i; \\ 6,966-3,066i; 4,989-5,641i\},$$

или в показательной форме:

$$N=\{6,632e^{0,385^\circ i}; 7,637e^{-22,984^\circ i}; 7,395e^{-39,209^\circ i}; 7,597e^{-24,166^\circ i}; 7,98e^{-59,623^\circ i}; \\ 7,611e^{-23,753^\circ i}; 7,531e^{-48,511^\circ i}\}.$$

В результате упорядочивания по модулю получаем:

$$N_{\alpha=|\gamma(n)|}=\{3,844-2,185i; 1-4,92i; 0,035-5,32i; 2,965-4,106i; 3,065-4,065i; \\ 1,75-4,609i; 3-4,092i\}.$$

С учетом контура $\Gamma_{\alpha=|\gamma(n)|}$ и величины $|\mu|=1,5$, имеем, что $N_{\alpha=|\gamma(n)|}=|\mu|\Gamma_{\alpha=|\gamma(n)|}$, т.е. процедура масштабирования контура не влияет на результат упорядочивания контура по модулю.

Контур N упорядоченный по аргументу:

$$N_{\alpha=\varphi(n)}=\{4,035-6,885i; 4,989-5,641i; 5,73-4,675i; 6,931-3,11i; 6,966-3,066i; \\ 7,03-2,982i; 6,632+0,045i\},$$

и упорядоченный по мнимой части:

$$N_{\alpha=\gamma 2(n)}=\{4,035-6,885i; 4,989-5,641i; 5,73-4,675i; 6,931-3,11i; 6,966-3,066i; \\ 7,03-2,982i; 6,632+0,045i\},$$

равны между собой и с учетом множителя $\mu=1,299+0,75i$ совпадают с контурами $\Gamma_{\alpha=\varphi(n)}$ и $\Gamma_{\alpha=\gamma 2(n)}$ соответственно. В данном примере преобразование масштабирования на $|\mu|=1,5$ и поворота на угол $\arg\mu=30^\circ$ не повлияли на результаты упорядочивания по аргументу и мнимой части.

ДК N упорядоченный по вещественной части:

$$N_{\alpha=\gamma 1(n)}=\{4,035-6,885i; 4,989-5,641i; 5,73-4,675i; 6,632+0,045i; \\ 6,931-3,11i; 6,966-3,066i; 7,03-2,982i\},$$

отличен от контура $\Gamma_{\alpha=\gamma 1(n)}$ даже с учетом множителя $\mu=1,299+0,75i$, т.к. изменился порядок следования ЭВ контура. Если для контура $\Gamma_{\alpha=\gamma 1(n)}$ порядок следования ЭВ в результате упорядочивания по вещественной части был следующим:

$$\Gamma_{\alpha=\gamma 1(n)}=\{\gamma(4); \gamma(6); \gamma(2); \gamma(3); \gamma(5); \gamma(1); \gamma(0)\},$$

то для контура $N_{\alpha=\gamma 1(n)}$:

$$N_{\alpha=\gamma 1(n)}=\{v(4); v(6); v(2); v(0); v(3); v(5); v(1)\}.$$

В работе [111] показано, что медианная фильтрация лучше сохраняет границы изображения объекта, что объясняется тем, что если окно фильтра находится вблизи границы, разделяющей светлый и темный участки изображения, и при этом его центр располагается в области темного участка, то выборка будет содержать большее количество элементов с малыми значениями яркости. Тогда, медиана будет находиться среди элементов с малыми значениями яркости. А если центр окна смещен в область более высокой яркости, то и медиана будет находиться в области более высокой яркости. Это позволяет при применении медианной фильтрации сохранить перепады яркости. Такой же эффект обнаружен и для контурных медианных фильтров. Рассмотрим медианную фильтрацию контура (рис. 5.1,а):

$$\Gamma=\{1; 1; 1; -0,5-i; -0,5-i; -i; 0,5-i; 0,5-i; -1; -1; -1; 0,5+i; 0,5+i; i; -0,5+i; -0,5+i\}.$$

Используем фильтр с апертурой 3 элемента и с упорядочиванием по модулю. Результат медианной фильтрации (рис. 5.1,б):

$$N=\{1; 1; -0,5-i; -0,5-i; 0,5-i; 0,5-i; 0,5-i; -1; -1; -1; 0,5+i; 0,5+i; -0,5+i; -0,5+i; -0,5+i; 1\}.$$

Для сравнения произведем фильтрацию контура Γ контурным сглаживающим фильтром (фильтр скользящего среднего) также с апертурой 3 элемента. Результат фильтрации (рис. 5.1,в):

$$N=\{0,5+0,333i; 1; 0,5-0,333i; -0,667i; -0,333-i; -i; 0,333-i; -0,667i; -0,5-0,333i; -1; -0,5+0,333i; 0,667i; 0,333+i; i; -0,333+i; 0,667i\}.$$

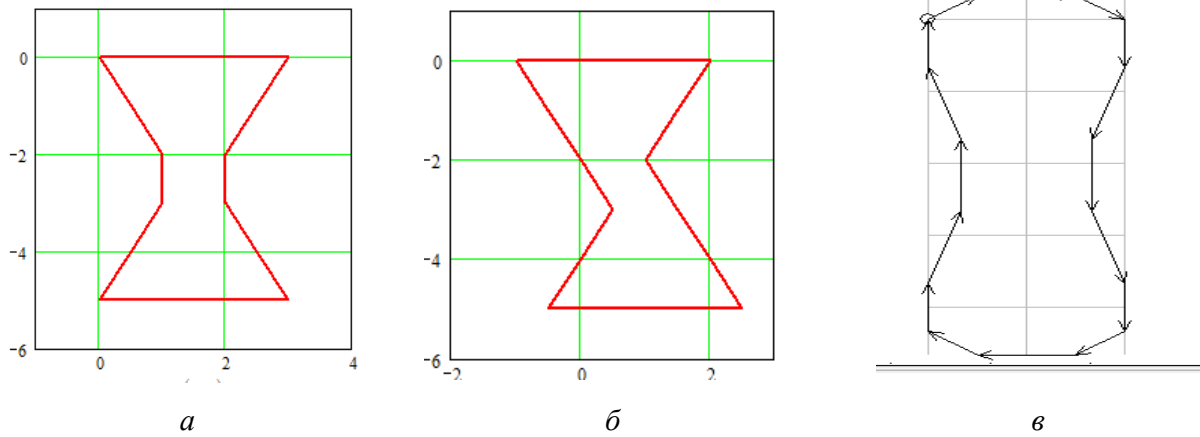


Рис. 5.1. Фильтрация с апертурой 3 элемента контура с острыми углами: *a* – исходный контур, *б* – медианная, *в* – линейная сглаживающая

При фильтрации непрерывного контура медиана определяется как величина, для которой выполняется равенство вероятностей событий. При этом для участка непрерывного контура, входящего в маску фильтра, плотность вероятностей справа и слева одинакова и равна половине.

5.2.2. Контурный фильтр, основанный на вычислении усеченного среднего

При фильтрации в пределах маски $F_{w,m}$ с размером w и с центром в точке m удаляются $d/2$ наименьших и $d/2$ наибольших ЭВ. Результат фильтрации:

$$v(m) = \frac{1}{w-d} \sum_{n \in F_{w,m}} \gamma'(n). \quad (5.2.2)$$

Здесь $\gamma'(n)$ - это оставшиеся ЭВ в пределах маски фильтра после удаления d ЭВ. Параметр d может задаваться от 0 до $w-1$. При $d=0$ контурный фильтр усеченного среднего представляет собой контурный сглаживающий фильтр, а при $d=w-1$ - контурный медианный фильтр.

Данный фильтр может быть использован при одновременное воздействие флуктуационного и импульсного шумов. На рис. 5.2 представлен пример применения контурного фильтра, основанного на вычислении усеченного среднего. При этом упорядочивание производилось по вещественной части ЭВ, т.е. $\alpha = \gamma_1(n)$, апертюра фильтра $w=5$, параметр $d=2$.

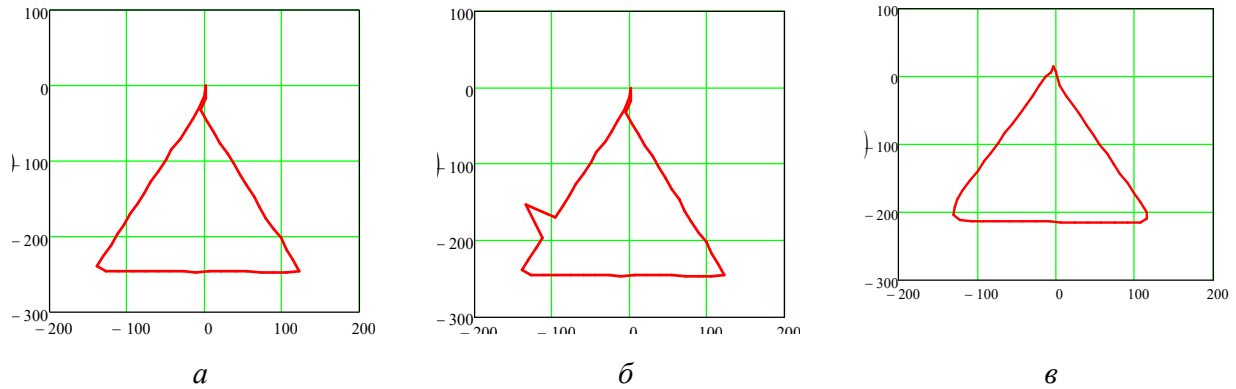


Рис. 5.2. Пример фильтрации, основанной на вычислении усеченного среднего: *a* – исходный контур с флуктуационным шумом, *б* – воздействие на контур импульсного шума, *в* – результат фильтрации

5.2.3. Контурный фильтр максимума и минимума

Предназначен для поиска максимальных и минимальных значений ЭВ в пределах окна фильтра:

$$v(m) = \max_{\alpha} \{ \gamma(n) | n \in F_{w,m} \}, \quad v(m) = \min_{\alpha} \{ \gamma(n) | n \in F_{w,m} \}. \quad (5.2.3)$$

5.2.4. Контурный фильтр срединной точки

Производится вычисление среднего между максимальным и минимальным значениями в пределах окна фильтра:

$$v(m) = \frac{1}{2} \left[\max_{\alpha} \{ \gamma(n) | n \in F_{w,m} \} - \min_{\alpha} \{ \gamma(n) | n \in F_{w,m} \} \right]. \quad (5.2.4)$$

На рис. 5.3 представлен пример применения фильтра максимума, минимума и срединной точки для ДК (окно фильтра $w = 3$, для фильтров максимума и минимума упорядочивание по модулю ЭВ $\alpha = |\gamma(n)|$).

Исследовано изменение спектра контура на выходе контурных фильтров, основанных на порядковых статистиках. На вход фильтров при этом подавался ДЭК (рис. 5.4).

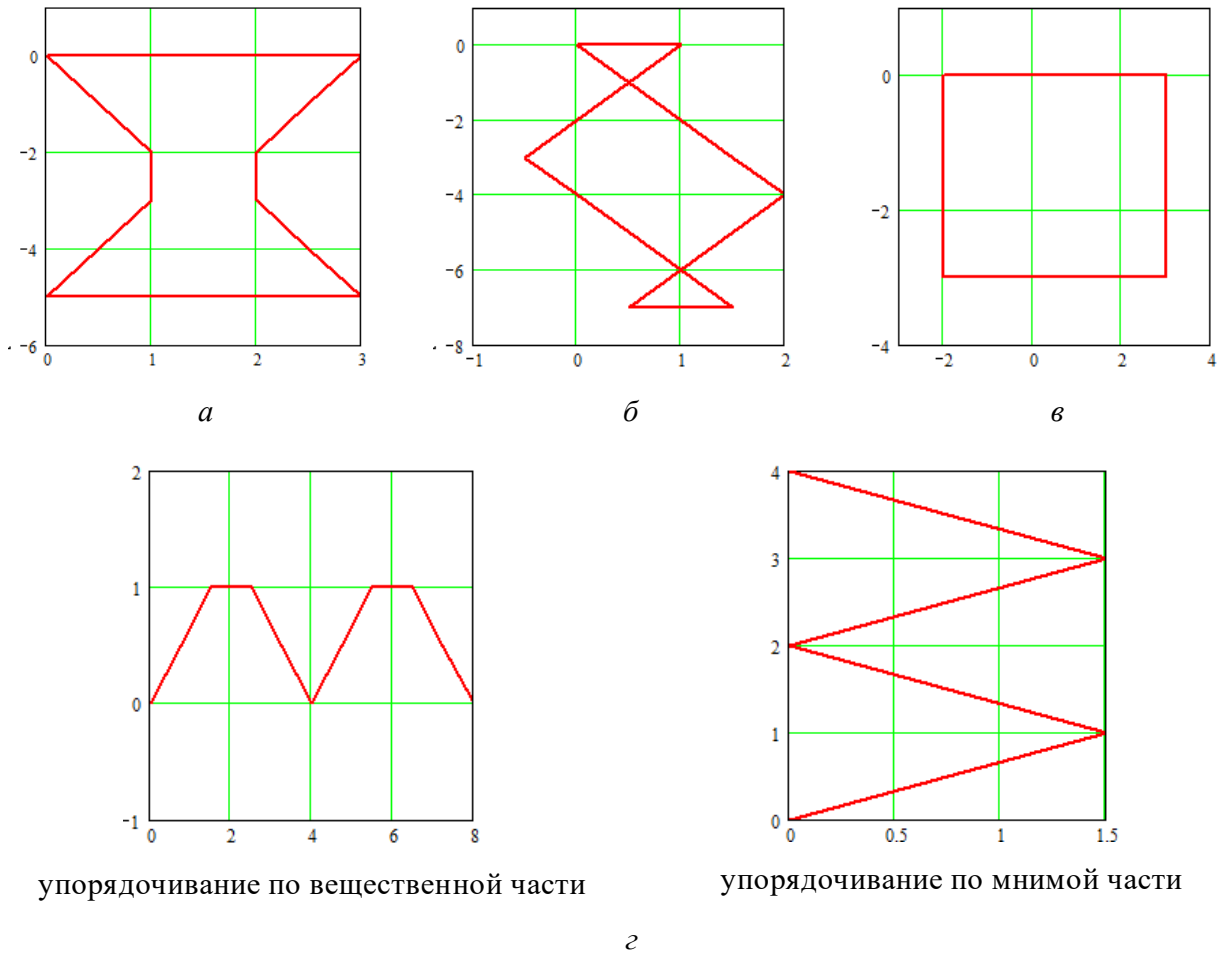


Рис. 5.3. Фильтрации максимума, минимума и срединной точки: *a* – исходный контур, *б* – контур на выходе фильтра максимума, *в* – контур на выходе фильтра минимума, *г* – контур на выходе фильтра срединной точки

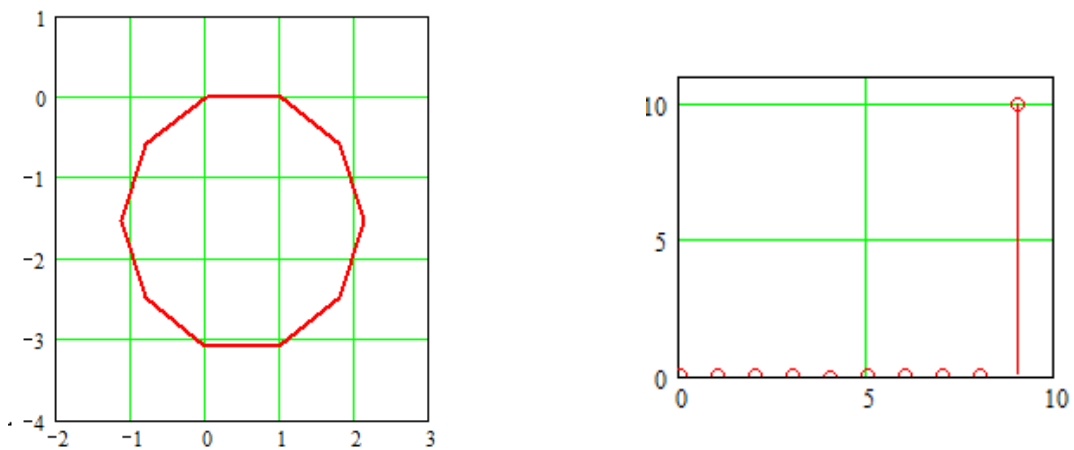


Рис. 5.4. ДЭЖ порядка 9 ($s=10$) и его амплитудный спектр

На рис. 5.5 представлен результат контурной медианной фильтрации ДЭЖ при $w = 3$, а на рис. 5.6 – $w = 5$.

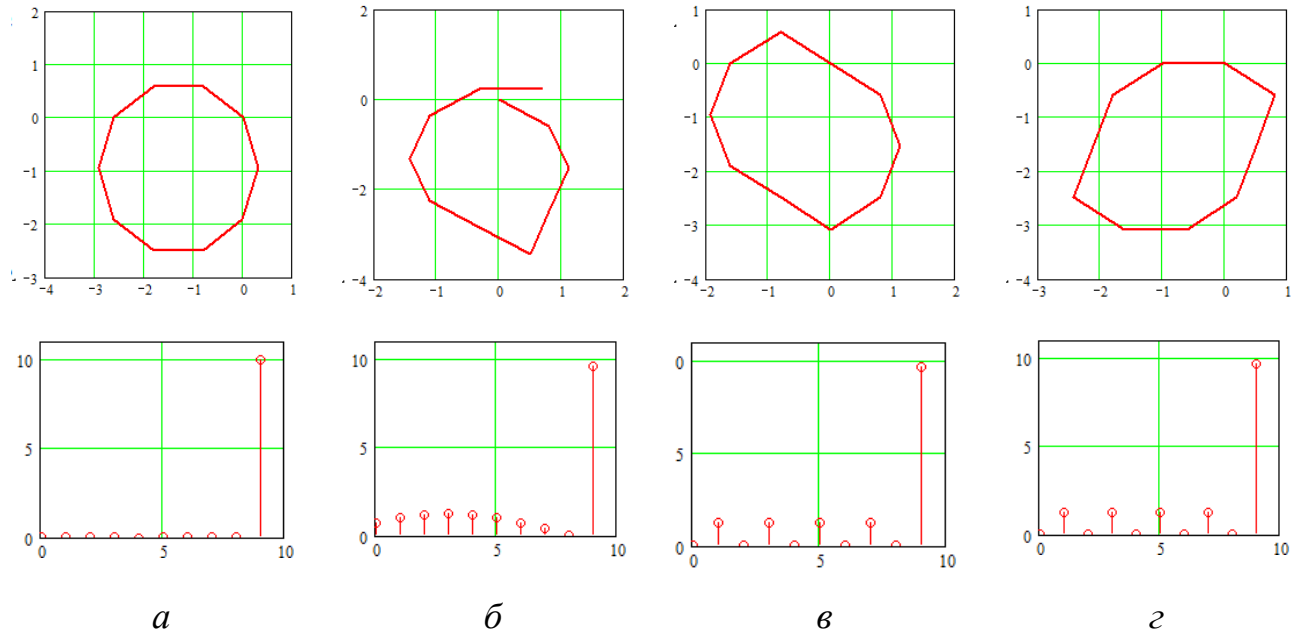


Рис. 5.5. Медианная фильтрация ДЭК при упорядочивании по: a – модулю, $б$ – аргументу, $в$ – вещественной части, $г$ – мнимой части

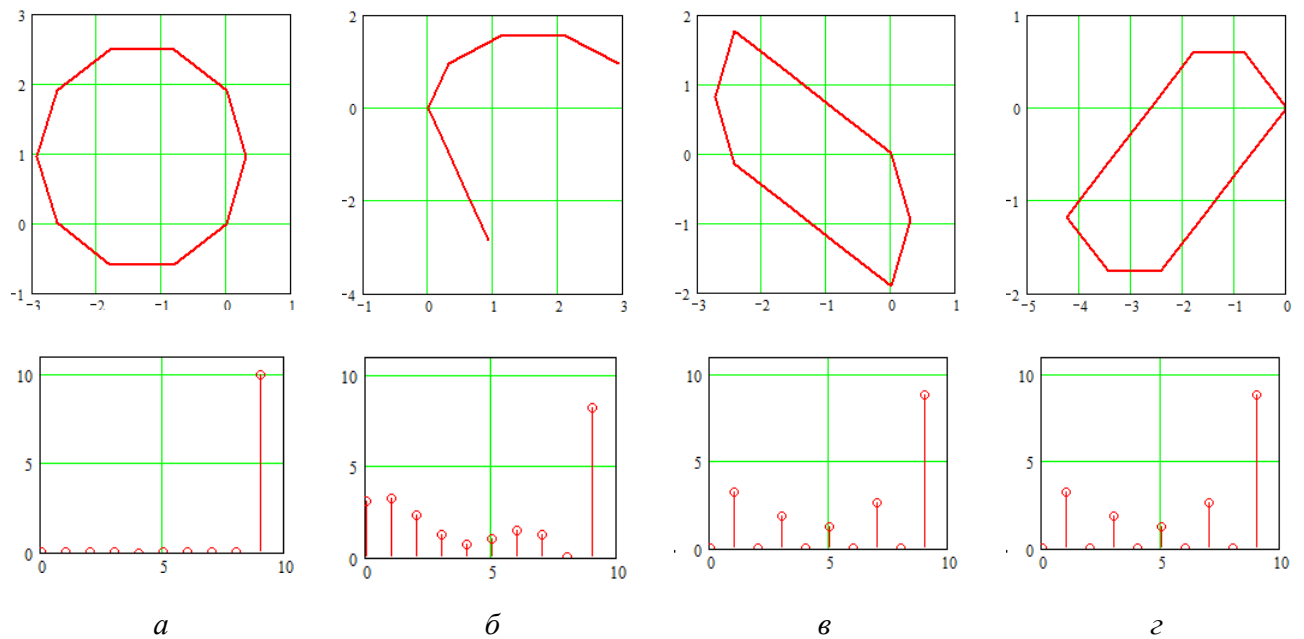


Рис. 5.6. Медианная фильтрация ДЭК при упорядочивании по: a – модулю, $б$ – аргументу, $в$ – вещественной части, $г$ – мнимой части

На рис. 5.7 представлен результат контурной фильтрации ДЭК фильтрами максимума и минимума ($w = 3$).

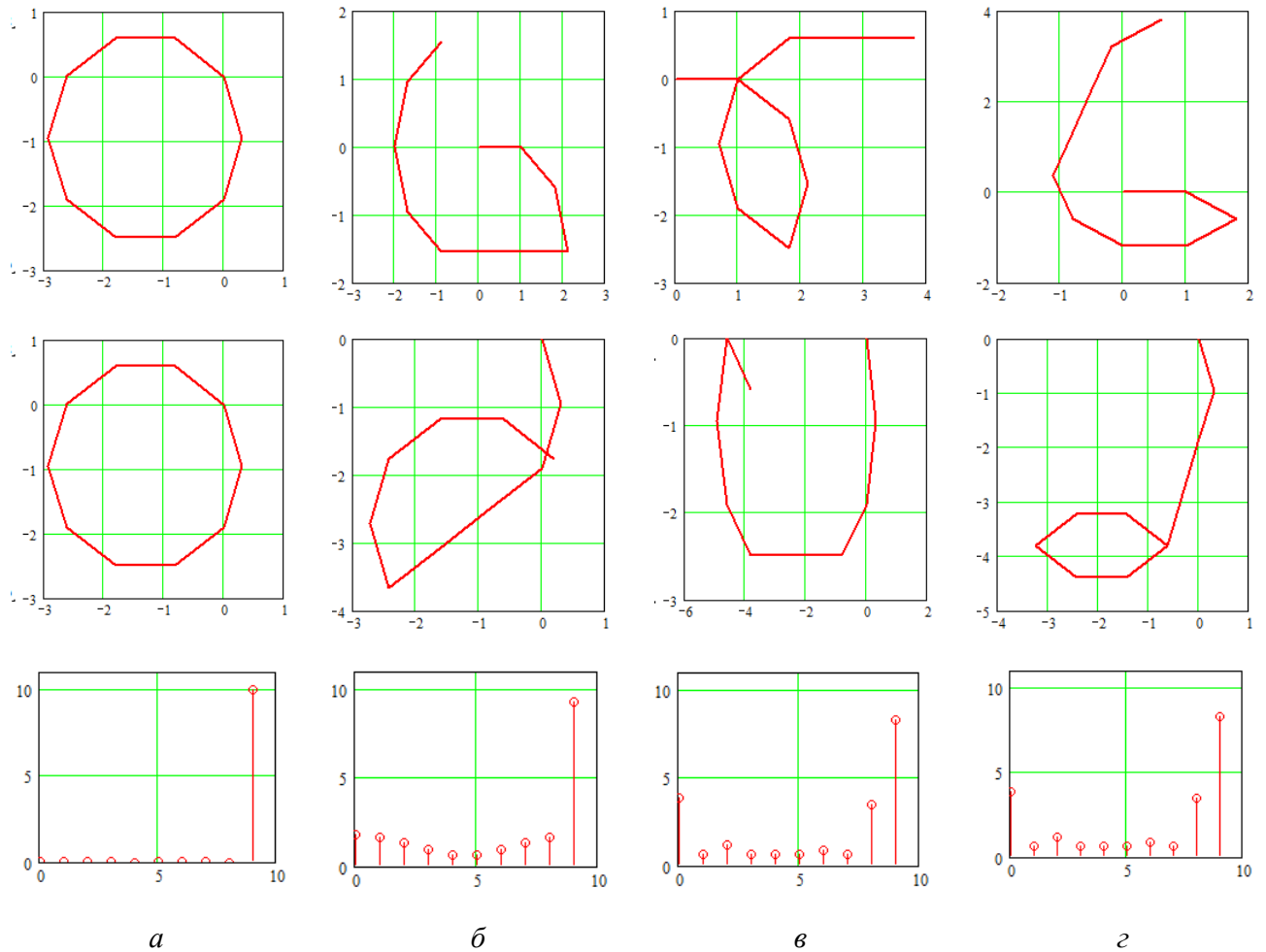


Рис. 5.7. Фильтрация максимума (первая строка) и минимума (вторая строка) с апертурой фильтра $w = 3$ ДЭК и их амплитудные спектры при упорядочивании по: a – модулю, b – аргументу, c – вещественной части, d – мнимой части

В результате исследования изменения спектра контура на выходе контурных фильтров, основанных на порядковых статистиках, получено:

- 1) при медианной фильтрации и фильтрации максимума и минимума ДЭК, упорядоченного по модулю, не приводит к изменению формы выходного контура;
- 2) спектр выходного контура при упорядочивании по модулю содержит только одну гармонику;
- 3) контурные фильтры, основанные на порядковых статистиках, при упорядочивании по модулю работают как линейные фильтры;
- 4) изменение способа упорядочивания приводит к тому, в спектре выходного контура появляются гармоники, которых изначально не было в спектре входного контура.

5.3. Контурные адаптивные фильтры

5.3.1. Контурный адаптивный локальный фильтр подавления шума

Принцип действия контурного адаптивного локального фильтра подавления шума задается формулой:

$$v(m) = \gamma(m) - \frac{\sigma^2}{\sigma_F^2} (\gamma(m) - m_F), \quad (5.3.1)$$

где σ^2 - дисперсия флуктуационного шума в контуре, m_F - среднее значение ЭВ в пределах окна фильтра, σ_F^2 - дисперсия шума в пределах окна фильтра. Фильтр задается маской $F_{w,m}$ размером w и с центром в текущей точке m .

Если дисперсия σ^2 флуктуационного шума в контуре равна нулю, то результат фильтрации $\mathbf{N} = \{v(m)\}$ равен входному контуру $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma(m)\}$. Если $\sigma_F^2 \gg \sigma^2$, то результат фильтрации $\mathbf{N} = \{v(m)\}$ примерно равен входному контуру $\mathbf{\Gamma}$. Это объясняется тем, что большое значение дисперсии шума σ_F^2 вызвано наличием существенных изменений аргументов следующих друг за другом ЭВ контура. Это может быть, например, из-за острых углов в форме контура изображения объекта.

Если $\sigma_F^2 \approx \sigma^2$, то требуется уменьшить шум за счет усреднения ЭВ в пределах окна фильтра. Отклик фильтра равен m_F , т.е. среднему значению ЭВ в пределах окна фильтра. Таким образом, для корректной работы контурного адаптивного локального фильтра подавления шума должно выполняться условие в виде $\sigma_F^2 \approx \sigma^2$. Иначе, отношение σ^2 / σ_F^2 приравнивается к единице.

На рис. 5.8 представлен пример контурной адаптивной локальной фильтрации ДК.

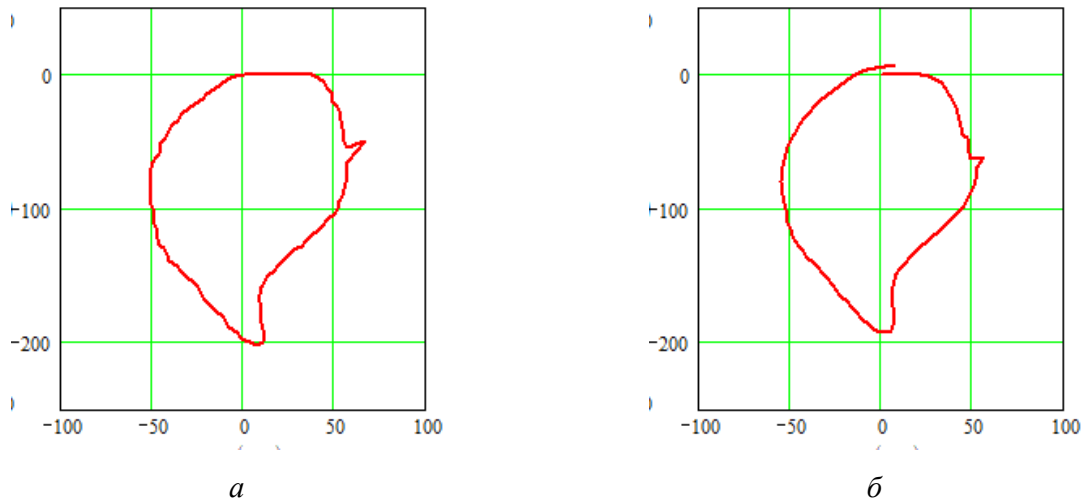


Рис. 5.8. Контурная адаптивная локальная фильтрация ДК: a – входной ДК, b – выходной ДК при $w=5$

Пусть задан фрагмент Γ_ϕ длиной $s=10$ ЭВ ДК Γ , представленного на рис. 5.9, a . Код контура фрагмента:

$$\Gamma_\phi = \{0,45-5,143i; 0,561-5,119i; 0,992-4,899i; -0,014-5,378i; 1,53-4,676i; 10,49+4,861i; -9,996-15,325i; 0,008-5,329i; -0,022-5,347i; -0,69-5,032i\}.$$

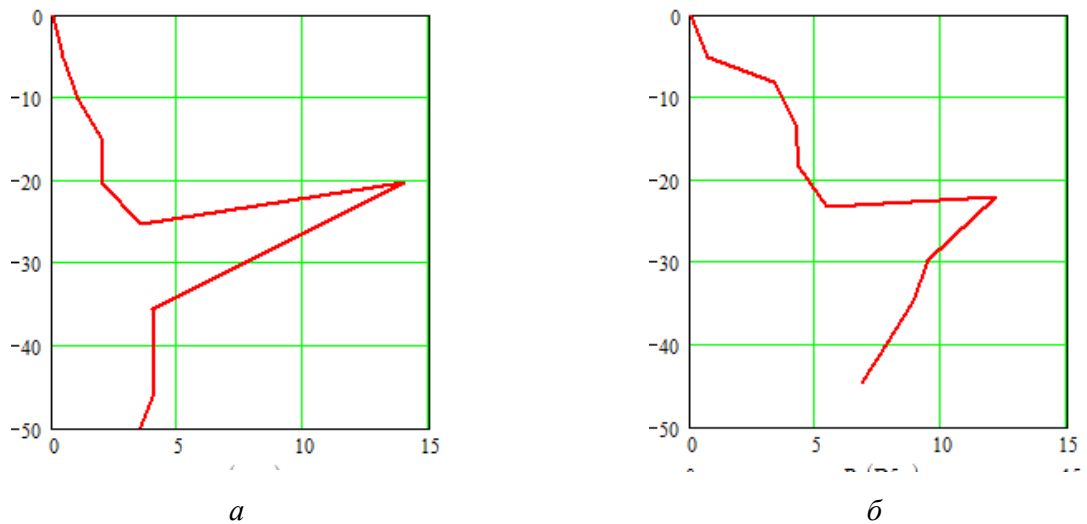


Рис. 5.9. Контурная адаптивная локальная фильтрация фрагмента контура: a – фрагмент, b – результат обработки

Дисперсия σ^2 контура Γ равна 29,835. При размерности фрагмента контура $s=10$ ЭВ и апертуры фильтра $w=5$ для контура Γ_ϕ можно наблюдать шесть положений фильтра:

- I: $\Gamma_{\phi, I} = \{0,45-5,143i; 0,561-5,119i; 0,992-4,899i; -0,014-5,378i; 1,53-4,676i\};$
 $\bar{y}_I = 0,704-5,043i; \sigma_I^2 = 0,33; \text{т.к. } \sigma^2/\sigma_I^2 > 1, \text{ то } \eta_I = \bar{y}_I = 0,704-5,043i;$
- II: $\Gamma_{\phi, II} = \{0,561-5,119i; 0,992-4,899i; -0,014-5,378i; 1,53-4,676i; 10,49+4,861i\};$
 $\bar{y}_{II} = 2,712-3,042i; \sigma_{II}^2 = 31,051; \text{т.к. } \sigma^2/\sigma_{II}^2 = 0,96 < 1, \text{ то}$
 $\eta_{II} = 0,561-5,119i - 0,96(0,561-5,119i - 2,712-3,042i) = 2,628-3,123i;$
- III: $\Gamma_{\phi, III} = \{0,992-4,899i; -0,014-5,378i; 1,53-4,676i; 10,49+4,861i; -9,996-15,325i\};$
 $\bar{y}_{III} = 0,6-5,083i; \sigma_{III}^2 = 83,107; \text{т.к. } \sigma^2/\sigma_{III}^2 = 0,359 < 1, \text{ то}$
 $\eta_{III} = 0,992-4,899i - 0,359(0,992-4,899i - 0,6-5,083i) = 0,851-4,965i;$
- IV: $\Gamma_{\phi, IV} = \{-0,014-5,378i; 1,53-4,676i; 10,49+4,861i; -9,996-15,325i; 0,008-5,329i\};$
 $\bar{y}_{IV} = 0,404-5,169i; \sigma_{IV}^2 = 83,105; \text{т.к. } \sigma^2/\sigma_{IV}^2 = 0,359 < 1, \text{ то}$
 $\eta_{IV} = -0,014-5,378i - 0,359(-0,014-5,378i - 0,404-5,169i) = 0,136-5,303i;$
- V: $\Gamma_{\phi, V} = \{1,53-4,676i; 10,49+4,861i; -9,996-15,325i; 0,008-5,329i; -0,022-5,347i\};$
 $\bar{y}_V = 0,402-5,163i; \sigma_V^2 = 83,104; \text{т.к. } \sigma^2/\sigma_V^2 = 0,359 < 1, \text{ то}$
 $\eta_V = 1,53-4,676i - 0,359(1,53-4,676i - 0,402-5,163i) = 1,125-4,851i;$
- VI: $\Gamma_{\phi, VI} = \{10,49+4,861i; -9,996-15,325i; 0,008-5,329i; -0,022-5,347i; -0,69-5,032i\};$
 $\bar{y}_{VI} = -0,042-5,234i; \sigma_{VI}^2 = 82,842; \text{т.к. } \sigma^2/\sigma_{VI}^2 = 0,36 < 1, \text{ то}$
 $\eta_{VI} = 10,49+4,861i - 0,36(10,49+4,861i + 0,042-5,234i) = 6,697+1,225i.$

Результат адаптивной локальной фильтрации фрагмента контура представлен на рис. 5.9,б.

5.3.2. Контурный адаптивный медианный фильтр

Особенностью адаптивного медианного фильтра является изменение размера маски $F_{w,m}$ фильтра во время работы в соответствии с условиями:

$$\text{med}(\gamma(n)) - \min(\gamma(n)) > 0 \wedge \text{med}(\gamma(n)) - \max(\gamma(n)) < 0. \quad (5.3.2)$$

$$\gamma(n) - \min(\gamma(n)) > 0 \wedge \gamma(n) - \max(\gamma(n)) < 0. \quad (5.3.3)$$

В пределах маски фильтра оцениваются минимальное $\min(\gamma(n))$, максимальное $\max(\gamma(n))$ и медианное $\text{med}(\gamma(n))$ значения упорядоченных ЭВ. Если выполняется условие (5.3.2), т.е. значение медианы $\text{med}(\gamma(n))$ больше минимального $\min(\gamma(n))$ и меньше максимального $\max(\gamma(n))$ значений, то значение медианы $\text{med}(\gamma(n))$ не может быть импульсом. Если выполняется условие (5.3.3), т.е. центральное значение маски фильтра $\gamma(n)$ больше минимального $\min(\gamma(n))$ и меньше максимального $\max(\gamma(n))$ значений, то значение $\gamma(n)$ не может быть импульсом. В этом случае на выходе фильтра имеем неизменное значение ЭВ $\gamma(n)$ и таким образом минимизируем искажения, вносимые обработкой.

Если условие (5.3.3) не выполняется, т.е. значение $\gamma(n)$ является экстремальным, то на выходе фильтра имеем медианное $\text{med}(\gamma(n))$ значение ЭВ, которое, исходя из выполнения условия (5.3.2), не является значением импульсного шума. Если же не выполняется условие (5.3.2), т.е. медианное $\text{med}(\gamma(n))$ значение ЭВ является значением импульсного шума, то увеличивается размер w маски $F_{w,m}$ фильтра. Процесс фильтрации повторяется до тех пор, пока не будет найдено медианное $\text{med}(\gamma(n))$ значение ЭВ не являющееся значением импульсного шума. В том случае если размер w маски $F_{w,m}$ фильтра достигнул максимально допустимого значения w_{\max} , в качестве отклика фильтра принимается последнее найденное медианное $\text{med}(\gamma(n))$ значение ЭВ.

Применение адаптивного медианного фильтра позволяет удалить импульсную помеху, обеспечить сглаживание шумов и уменьшить подавление высокочастотной части спектра ДК.

5.4. Контурный сигма-фильтр

Принцип работы контурного сигма-фильтра заключается в замещении средним значением ЭВ в пределах окна $F_{w,m}$. При этом вычисления производятся только по тем ЭВ в пределах окна сигма-фильтра, значения которых попадают в $k\sigma$ -область относительно $\bar{\gamma}$ среднего ЭВ. Параметр σ выбирается как СКО подавляемого шума или как СКО шума в окне фильтра. Средний ЭВ $\bar{\gamma}$ определяется как [134]:

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{w} \sum_{k=0}^{w-1} \gamma(m - [w/2]k), \quad (5.4.1)$$

где $[*]$ – целая часть числа. На комплексной плоскости произведение $k\sigma$ задает радиус окружности, которая ограничивает область с центром в конце вектора $\bar{\gamma}$. Попадание в область ЭВ определяет будет ли учитываться этот ЭВ для формирования выходного сигнала сигма-фильтра. Выбор величины k определяет результат сигма-фильтрации (рис. 5.10).

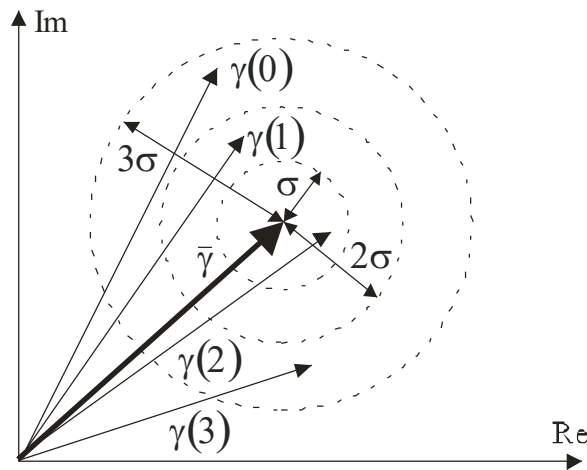


Рис. 5.10. Образование области принятия решения

На рис. 5.11 представлен пример сигма-фильтрации ДК при $w = 5$ и $k = 1$.

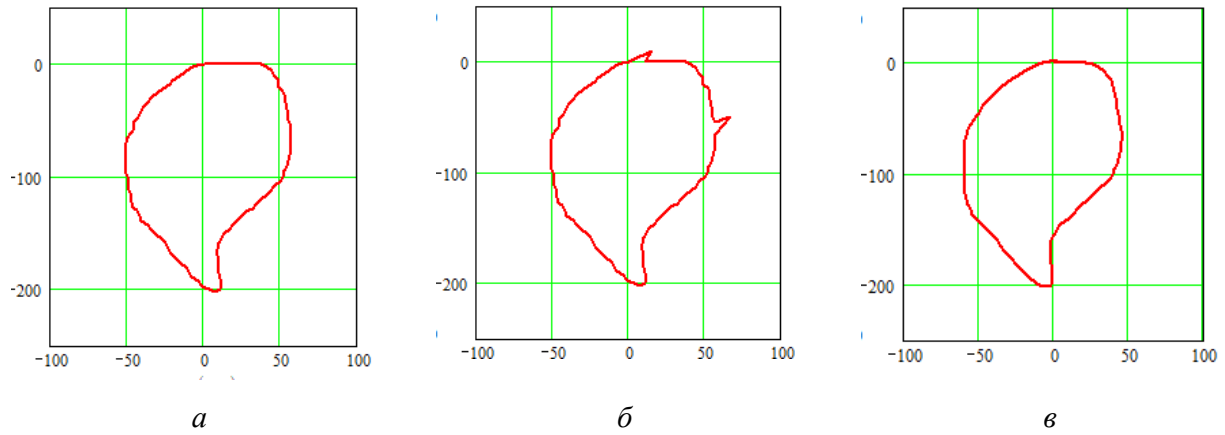


Рис. 5.11. Сигма-фильтрация ДК: *a* – исходный ДК, *б* – зашумленный ДК, *в* – результат фильтрации

Применением сигма-фильтрации подавлены импульсные включения. Модуль НСП исходного ДК и ДК на выходе фильтра составил 0,959. Это свидетельствует о хорошем подавлении импульсного шума.

Пример. Пусть задан фрагмент Γ_ϕ длиной $s = 8$ ЭВ ДК Γ , показанного на рис. 5.11,б (рис. 5.12):

$$\Gamma_\phi = \{0,447-5,149i; 0,533-5,105i; 1-4,92i; -5,334i; 1,514-4,707i; 10,486+4,867i; -10-15,334i; -5,334i\}.$$

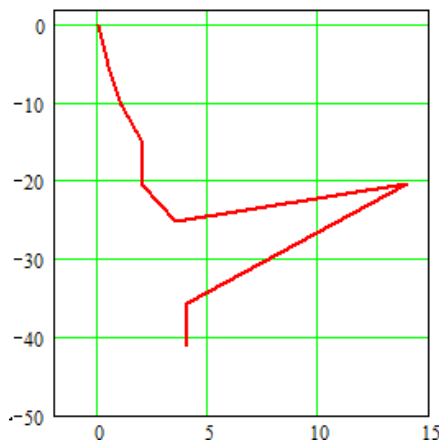


Рис. 5.12. Фрагмента Γ_ϕ контура Γ , показанного на рис. 5.11,б

Пусть апертура контурного сигма-фильтра $w = 5$. Данный фрагмент Γ_ϕ выбран из области контура Γ , находящегося под воздействием импульсного

шума. При размерности $s = 8$ ЭВ и апертуры фильтра $w = 5$ для контура Γ_Φ можно наблюдать четыре положения фильтра:

$$\text{I: } \Gamma_{\Phi, \text{I}} = \{0,447-5,149i; 0,533-5,105i; 1-4,92i; -5,334i; 1,514-4,707i\};$$

$$\bar{\gamma}_{\text{I}} = 0,703-5,043i; \sigma_{\text{I}} = 0,558.$$

$$\text{II: } \Gamma_{\Phi, \text{II}} = \{0,533-5,105i; 1-4,92i; -5,334i; 1,514-4,707i; 10,486+4,867i\};$$

$$\bar{\gamma}_{\text{II}} = 2,711-3,04i; \sigma_{\text{II}} = 5,571.$$

$$\text{III: } \Gamma_{\Phi, \text{III}} = \{1-4,92i; -5,334i; 1,514-4,707i; 10,486+4,867i; -10-15,334i\};$$

$$\bar{\gamma}_{\text{III}} = 0,6-5,086i; \sigma_{\text{III}} = 9,119.$$

$$\text{IV: } \Gamma_{\Phi, \text{IV}} = \{-5,334i; 1,514-4,707i; 10,486+4,867i; -10-15,334i; -5,334i\};$$

$$\bar{\gamma}_{\text{IV}} = 0,4-5,168i; \sigma_{\text{IV}} = 9,119.$$

Определим ЭВ фрагментов Γ_Φ попадающие в $k\sigma$ -область относительно средних ЭВ при k равным 1 и 2. Также рассчитаем средние значения η , вычисленные только по тем ЭВ, значения которых попадают в $\pm k\sigma$ -область относительно среднего:

$$\text{I: } k=1: \Gamma_{\Phi, \text{I}} = \{0,447-5,149i; 0,533-5,105i; 1-4,92i; 0; 0\};$$

$$\eta_{\text{I}} = 0,667-5,058i;$$

$$k=2: \Gamma_{\Phi, \text{I}} = \{0,447-5,149i; 0,533-5,105i; 1-4,92i; -5,334i; 1,514-4,707i\};$$

$$\eta_{\text{I}} = 0,703-5,043i;$$

$$\text{II: } k=1: \Gamma_{\Phi, \text{II}} = \{0,533-5,105i; 1-4,92i; -5,334i; 1,514-4,707i; 0\};$$

$$\eta_{\text{II}} = 0,767-5,016i;$$

$$k=2: \Gamma_{\Phi, \text{II}} = \{0,533-5,105i; 1-4,92i; -5,334i; 1,514-4,707i; 0\};$$

$$\eta_{\text{II}} = 2,711-3,04i;$$

$$\text{III: } k=1: \Gamma_{\Phi, \text{III}} = \{1-4,92i; -5,334i; 1,514-4,707i; 0; 0\};$$

$$\eta_{\text{III}} = 0,838-4,987i;$$

$$k=2: \Gamma_{\Phi, \text{III}} = \{1-4,92i; -5,334i; 1,514-4,707i; 10,486+4,867i; -10-15,334i\};$$

$$\eta_{\text{III}} = 0,6-5,086i;$$

$$\text{IV: } k=1: \Gamma_{\Phi, \text{IV}} = \{-5,334i; 1,514-4,707i; 0; 0; -5,334i\};$$

$$\eta_{\text{IV}} = 0,505-5,125i;$$

$$k=2: \Gamma_{\Phi, \text{IV}} = \{-5,334i; 1,514-4,707i; 10,486+4,867i; -10-15,334i; -5,334i\};$$

$$\eta_{VI}=0,4-5,168i;$$

При $k=3$ получаются результаты аналогичные как при $k=2$. На рис. 5.13 представлены контуры на выходе сигма-фильтра при фильтрации фрагментов Γ_Φ попадающие в $k\sigma$ -область относительно средних ЭВ при k равным 1 и 2.

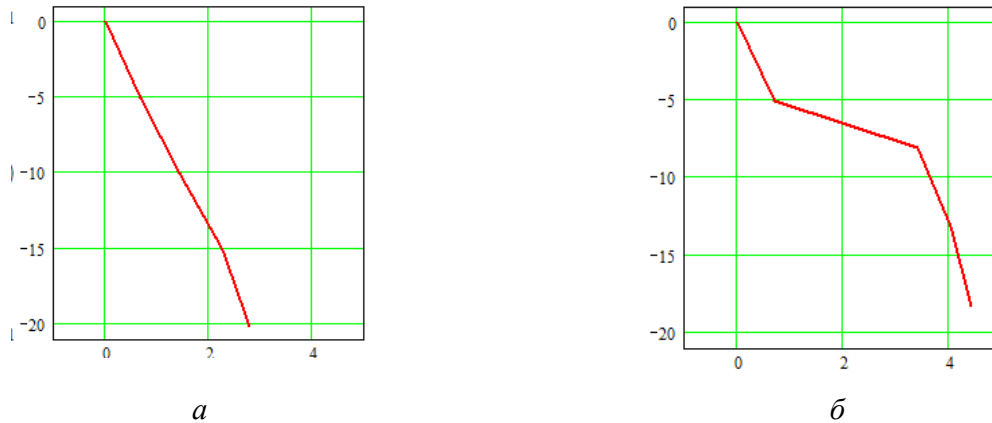


Рис. 5.13. Контурсы на выходе сигма-фильтра при фильтрации фрагментов Γ_Φ при k равным: $a - 1$, $b - 2$

С увеличением параметра k $k\sigma$ -область расширяется и отбор ЭВ становится менее строгим и, как следствие, влияние шума усиливается. На практике конкретное значение параметра k для случая, когда статистические характеристики шума не известны и не могут быть оценены, может быть определено экспериментальным путем.

Влияние импульсного шума на результат фильтрации контура сигма-фильтром можно уменьшить, если при расчете использовать не средний ЭВ $\bar{\gamma}$ в пределах текущего положения маски фильтра, а усредненное значение текущего среднего ЭВ $\bar{\gamma}$ и значение среднего ЭВ $\bar{\gamma}$, полученного при предыдущем положении маски фильтра.

Для контура на рис. 5.12 рассмотрим возможность уменьшения влияния импульсного шума при использовании контурного сигма-фильтра с апертурой фильтра $w = 5$. Произведем расчет скорректированных значений средних ЭВ для четырех положений фильтра:

$$\text{I: } \bar{\gamma}_I = 0,703 - 5,043i;$$

$$\text{II: } \bar{\gamma}_{II} = 2,711 - 3,041i; \quad \bar{\gamma}_{II}^I = 1,707 - 4,041i;$$

$$\text{III: } \bar{\gamma}_{III} = 0,6 - 5,086i; \quad \bar{\gamma}_{III}^{II} = 1,153 - 4,563i;$$

$$\text{IV: } \bar{\gamma}_{IV} = 0,4 - 5,168i; \quad \bar{\gamma}_{IV}^{III} = 0,777 - 4,866i.$$

Тогда средние значения η при $k = 2$:

$$\text{I: } \eta_I = 0,703 - 5,043i;$$

$$\text{II: } \eta_{II} = 0,767 - 5,016i;$$

$$\text{III: } \eta_{III} = 0,6 - 5,086i;$$

$$\text{IV: } \eta_{IV} = 0,4 - 5,168i;$$

Полученный контур на выходе сигма-фильтра показан на рис. 5.14.

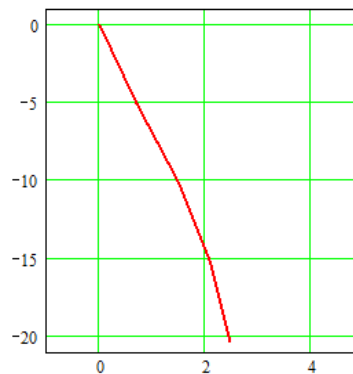


Рис. 5.14. Контур на выходе сигма-фильтра при $k=2$ и использовании скорректированных средних значений

Сравнивая полученный результат с результатом можно убедиться, что использование скорректированных значений средних ЭВ вызывает уменьшение влияние импульсного шума при использовании контурного сигма-фильтра.

5.5. Контурная гомоморфная фильтрация

В случае мультипликативной модели зашумления контура, т.е.

$$\mathbf{N} = \mathbf{\Gamma Z}, \quad v(n) = \gamma(n)\zeta(n), \quad (5.5.1)$$

то использование спектрального метода анализа при фильтрации контуров проблематично. Это связано с тем, что ПФ произведения не равно произведению ПФ сомножителей, т.е.

$$\mathbf{P}_N \neq \mathbf{P}_\Gamma \mathbf{P}_Z.$$

В данном разделе рассмотрен подход [135], заключающийся в обработке не самого ДК \mathbf{N} , а логарифма ДК \mathbf{N} :

$$\mathbf{E} = \ln \mathbf{N} = \ln \Gamma + \ln \mathbf{Z}, \quad \varepsilon(n) = \ln v(n) = \ln \gamma(n) + \ln \zeta(n). \quad (5.5.2)$$

Величины $v(n)$, $\gamma(n)$ и $\zeta(n)$ представляют собой комплексные числа и поэтому натуральный логарифм определяется как [13]:

$$\begin{aligned} \ln \gamma(n) = \ln(\gamma_1(n) + i\gamma_2(n)) &= \frac{1}{2} \ln |\gamma(n)|^2 + i \arg(\gamma(n)) = \\ &= \frac{1}{2} \ln(\gamma_1^2(n) + \gamma_2^2(n)) + i \arg(\gamma(n)). \end{aligned} \quad (5.5.3)$$

Спектр ДК \mathbf{E} :

$$\mathbf{P}_E = \mathbf{P}_{\ln N} = \mathbf{P}_{\ln \Gamma} + \mathbf{P}_{\ln Z}, \quad (5.5.4)$$

а ДПФ $\mathbf{P}_{H'}$ ДК \mathbf{H}' на выходе фильтра, заданного ЧКП Ω :

$$\mathbf{P}_{H'} = \mathbf{P}_E \Omega = \mathbf{P}_{\ln \Gamma} \Omega + \mathbf{P}_{\ln Z} \Omega. \quad (5.5.5)$$

С помощью обратного ДПФ получим ДК на выходе фильтра:

$$\eta'(n) = \gamma'(n) + \zeta'(n). \quad (5.5.6)$$

Т.к. ДК $\mathbf{E} = \{\varepsilon(n)\}$, $n=0, 1, \dots, s-1$, сформирован как натуральный логарифм ДК $\mathbf{N} = \{v(n)\}$, $n=0, 1, \dots, s-1$, то обратная операция (потенцирование) результата фильтрации позволяет получить искомым ДК:

$$\eta(n) = e^{\eta'(n)} = e^{\gamma'(n)} e^{\zeta'(n)}. \quad (5.5.7)$$

Для комплексных чисел [13]:

$$e^{\gamma(n)} = e^{\gamma_1(n) + i\gamma_2(n)} = e^{\gamma_1(n)} e^{i\gamma_2(n)} = e^{\gamma_1(n)} [\cos(\gamma_2(n)) + i \sin(\gamma_2(n))]. \quad (5.5.8)$$

Пусть задан ДК $\Gamma = \{i; 1+i; 1-i; -i; -2\}$ (рис. 5.15,а).

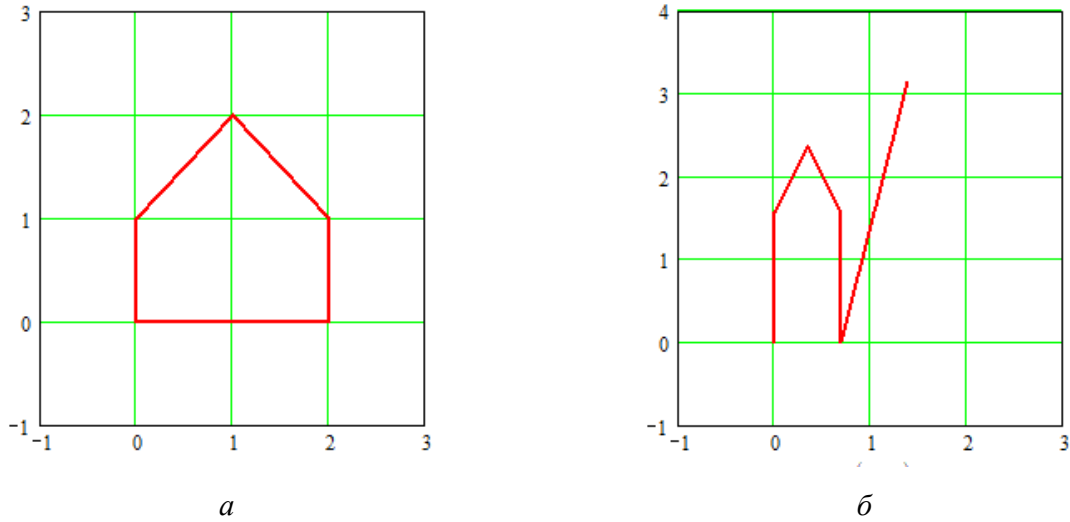


Рис. 5.15. Исходный контур (а) и контур, полученный в результате логарифмирования (б)

Контур $E = \{\varepsilon(n)\}$, $n=0,1,\dots,s-1$, найденный как натуральный логарифм контура Γ , с учетом выражения (5.5.3) имеет вид (рис. 5.15,б):

$$E = \{1,571i; 0,347+0,785i; 0,347-0,785i; -1,571i; 0,693+3,142i\}.$$

Исследован вопрос о влиянии линейных преобразований масштабирования, поворота и сдвига начальной точки ДК на результат логарифмирования ДК.

Масштабирование ДК, т.е. $v(n) = |\mu|\gamma(n)$. Тогда:

$$\varepsilon(n) = \ln v(n) = \ln \gamma(n) + \ln |\mu| = \left[\frac{1}{2} \ln |\gamma(n)|^2 + \ln |\mu| \right] + i \arg(\gamma(n)), \quad (5.5.9)$$

т.е. к результату логарифмирования ДК прибавляется $\ln |\mu|$, представляющая собой вещественное число.

Поворот ДК Γ на угол $\arg \mu$, т.е. $v(n) = \gamma(n)e^{i \arg \mu}$. Тогда:

$$\begin{aligned} \varepsilon(n) &= \ln v(n) = \ln \gamma(n) + \ln e^{i \arg \mu} = \ln \gamma(n) + i \arg \mu = \\ &= \frac{1}{2} \ln |\gamma(n)|^2 + i [\arg(\gamma(n)) + \arg \mu], \end{aligned} \quad (5.5.10)$$

т.е. к результату логарифмирования ДК прибавляется $i \arg \mu$. Вещественная часть ДК E не изменяется. При сдвиге начальной точки ДК Γ в ДК E также происходит сдвиг начальной точки.

Пример. Пусть $|\mu|=3$ и 5 . Тогда контур Γ (рис. 5.15) примет вид:

$$\Gamma_{|\mu|=3} = \{3i; 3+3i; 3-3i; -3i; -6\}; \quad \Gamma_{|\mu|=5} = \{5i; 5+5i; 5-5i; -5i; -10\}.$$

В соответствии с выражением (5.5.3) получаем (рис. 5.16):

$$\mathbf{E}_{|\mu|=3} = \{1,099+1,571i; 1,445+0,785i; 1,445-0,785i; 1,099-1,571i; 1,792+3,142i\},$$

$$\mathbf{E}_{|\mu|=5} = \{1,609+1,571i; 1,956+0,785i; 1,956-0,785i; 1,609-1,571i; 2,303+3,142i\}.$$

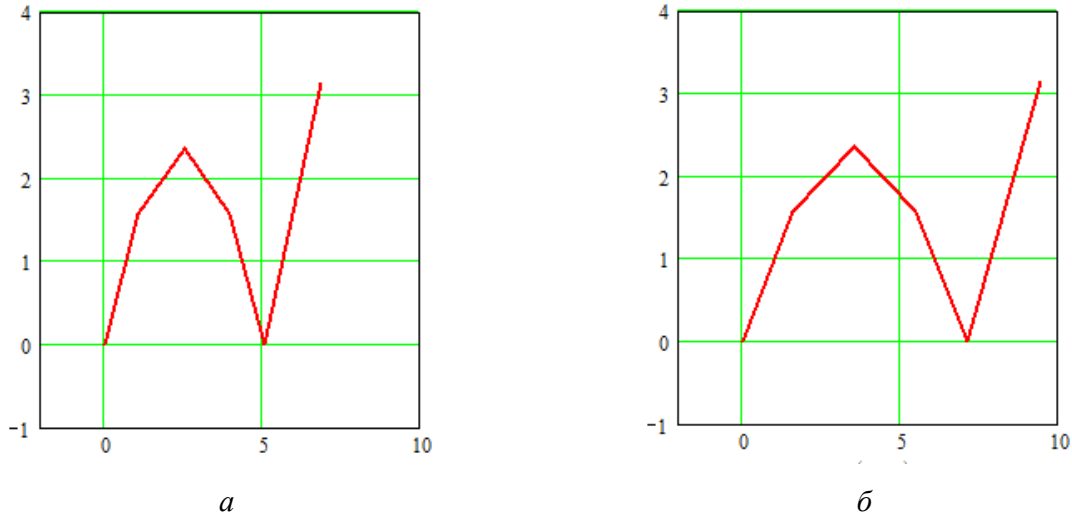


Рис. 5.16. Результат логарифмирования масштабированного контура Γ при $|\mu|$: $a - 3$, $b - 5$

Мнимые части контуров \mathbf{E} не изменились. К вещественным частям контуров \mathbf{E} добавилась величина $\ln|\mu|$, что соответствует выражению (5.5.9). Так для $|\mu|=3$ натуральный логарифм $\ln 3=1,099$, а для $|\mu|=5 - \ln 5=1,609$.

Далее пусть $\arg \mu$ равен $\pi/180$, $\pi/8$ и $\pi/4$. Контур Γ принимает вид:

$$\Gamma_{\arg \mu = \pi/180} = \{-0,017+i; 0,982+1,017i; 1,017-0,982i; 0,017-i; -2-0,035i\},$$

$$\Gamma_{\arg \mu = \pi/8} = \{-0,383+0,924i; 0,541+1,307i; 1,307-0,541i; 0,383-0,924i; -1,848-0,765i\},$$

$$\Gamma_{\arg \mu = \pi/4} = \{-0,707+0,707i; 1,414i; 1,414; 0,707-0,707i; -1,414-1,414i\}.$$

В соответствии с выражением (5.5.3) получаем (рис. 5.17):

$$\mathbf{E}_{\arg \mu = \pi/180} = \{1,588i; 0,347+0,803i; 0,347-0,768i; -1,553i; 0,693-3,124i\},$$

$$\mathbf{E}_{\arg \mu = \pi/8} = \{1,963i; 0,347+1,178i; 0,347-0,393i; -1,178i; 0,693-2,749i\},$$

$$\mathbf{E}_{\arg \mu = \pi/4} = \{2,356i; 0,347+1,571i; 0,347; -0,785i; 0,693-2,356i\}.$$

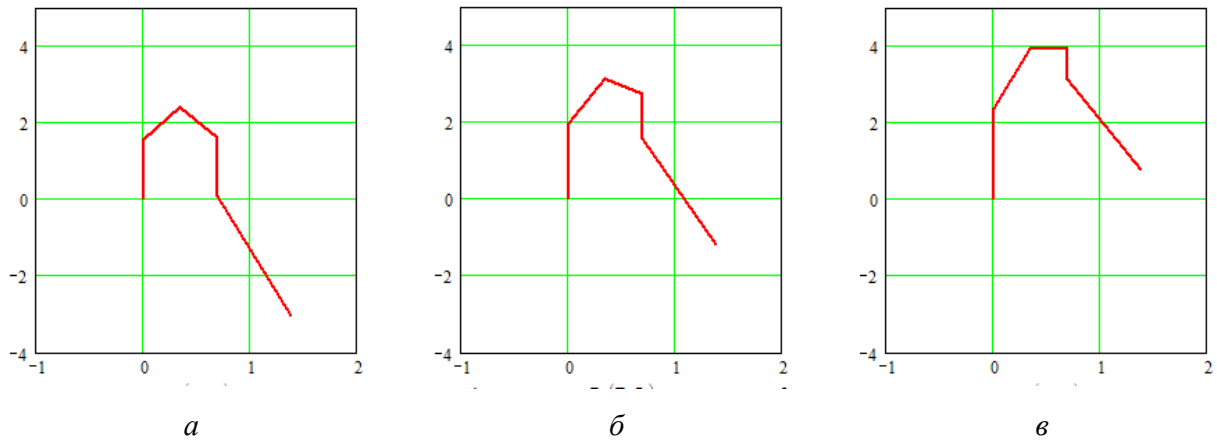


Рис. 5.17. Результат логарифмирования повернутого контура Γ при $\arg \mu$:

$$a - \pi/180, \quad b - \pi/8, \quad v - \pi/4$$

Вещественные части контуров \mathbf{E} не изменились. К мнимым частям контуров \mathbf{E} добавилась величина $\arg \mu$, что соответствует выражению (5.5.10).

Пусть теперь сдвиг начальной точки d контура Γ из равен 1 и 2:

$$\Gamma_{d=1} = \{1+i; 1-i; -i; -2; i\}, \quad \Gamma_{d=2} = \{1-i; -i; -2; i; 1+i\}.$$

В соответствии с выражением (5.5.3) получаем (рис. 5.18):

$$\mathbf{E}_{d=1} = \{0,347+0,785i; 0,347-0,785i; -1,571i; 0,693+3,142i; 1,571i\},$$

$$\mathbf{E}_{d=2} = \{0,347-0,785i; -1,571i; 0,693+3,142i; 1,571i; 0,347+0,785i\}.$$

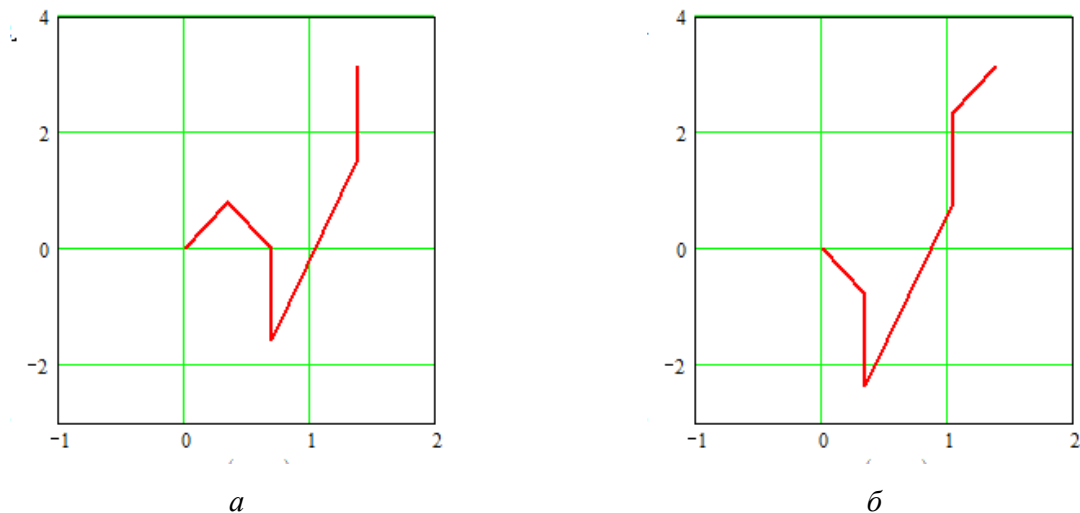


Рис. 5.18. Результат логарифмирования контура Γ со сдвигом начальной

$$\text{точки } d \text{ на: } a - 1, \quad b - 2$$

В ДК \mathbf{E} наблюдается сдвиг начальной точки на такую величину.

ДПФ ДК Е:

$$\begin{aligned} \rho_{\mathbf{E}}(m) &= \sum_{n=0}^{s-1} \varepsilon(n) e^{\frac{-i2\pi mn}{s}} = \sum_{n=0}^{s-1} \ln \gamma(n) e^{\frac{-i2\pi mn}{s}} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{s-1} \ln |\gamma(n)|^2 e^{\frac{-i2\pi mn}{s}} + i \sum_{n=0}^{s-1} \arg(\gamma(n)) e^{\frac{-i2\pi mn}{s}}. \end{aligned} \quad (5.5.11)$$

Если ДК Г представляет собой ДЭК, то $\ln |\gamma(n)|^2 = 0$ и ДК Е будет состоять ТОЛЬКО ИЗ МНИМЫХ КОМПОНЕНТ:

$$\varepsilon(n) = i \arg(\gamma(n)), \quad n=0,1,\dots,s-1. \quad (5.5.12)$$

В этом случае ДПФ ДК Е определяется только вторым слагаемым выражения (5.5.11). Тогда

$$\begin{aligned} \rho_{\mathbf{E}}(m) &= i \sum_{n=0}^{s-1} \arg(\gamma(n)) \left[\cos\left(\frac{2\pi mn}{s}\right) - i \sin\left(\frac{2\pi mn}{s}\right) \right] = \\ &= \sum_{n=0}^{s-1} \arg(\gamma(n)) \sin\left(\frac{2\pi mn}{s}\right) + i \sum_{n=0}^{s-1} \arg(\gamma(n)) \cos\left(\frac{2\pi mn}{s}\right). \end{aligned} \quad (5.5.13)$$

На рис. 5.19 представлены спектры ДК Е при логарифмировании ЭК Г₁ с размерностями $s=3$, $s=4$ и $s=5$.

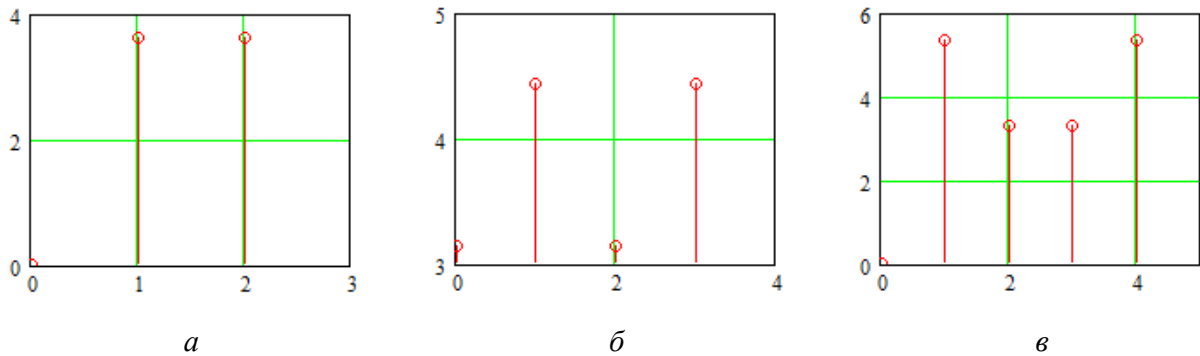


Рис. 5.19. Спектры ДК, полученных после логарифмирования ДЭК Г₁ с размерностями s :

$a - 3, b - 4, v - 5$

Обобщенная структурная схема гомоморфной фильтрации контуров изображений показана на рис. 5.20.

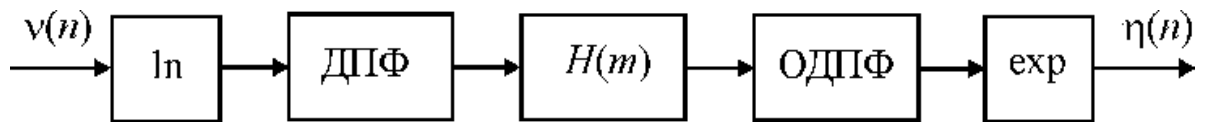


Рис. 5.20. Обобщенная структурная схема гомоморфной фильтрации контуров изображений

5.6. Выводы по главе 5

В данной главе рассмотрены методы нелинейной фильтрации контуров изображений, заданных в виде дискретной или непрерывной последовательности комплексных чисел. Применение методов нелинейной фильтрации сигналов оправдано, как правило, в те случаях, когда шум носит мультипликативный характер или является импульсным. Рассмотренные фильтры, основанные на порядковых статистиках и гомоморфные, как и линейные контурные фильтры, работают в скользящем окне.

1. Показано, что основной сложностью организации работы контурных фильтров, основанных на порядковых статистиках, является процедура упорядочивания ЭВ, заданных в комплекснозначном виде. Для комплексных чисел не определено понятие «медиана». Предлагается производить упорядочивание ЭВ контура по одному из параметров: модуль ЭВ; аргумент ЭВ; вещественная компонента ЭВ; мнимая компонента ЭВ.

2. Разработаны контурные фильтры, основанные на порядковой статистике. Исследовано влияние линейных преобразований масштабирования и поворота контура на результат работы контурных фильтров, основанных на порядковой статистике. Показано, что результат контурной фильтрации, основанной на порядковых статистиках, определяется, в основном, процедурой упорядочивания ЭВ контура. Показано, что при масштабировании ДК упорядочивание по любому параметру не изменяется. Модули, вещественные и мнимые части ЭВ ДК при масштабировании изменяются пропорционально величине $|\mu|$. Аргументы ЭВ ДК при масштабировании не изменяются. Таким образом, результат контурной медианной фильтрации не зависит от процедуры масштабирования ДК. При повороте ДК на угол $\arg \mu$ модули ЭВ ДК не изменяются. Следовательно не

изменяется упорядочивание по модулю в отличие от вещественных и мнимых частей ДК. При повороте ДК на угол $\arg \mu$ может приводить к изменению упорядочивания по вещественной и мнимой частям ЭВ ДК. Аргументы ЭВ ДК при повороте ДК на угол $\arg \mu$ получают одинаковое приращение. При фильтрации непрерывного контура медиана определяется как величина, для которой выполняется равенство вероятностей событий. При этом для участка непрерывного контура, входящего в маску фильтра, плотность вероятностей справа и слева одинакова и равна половине.

3. Исследовано изменение спектр контура на выходе контурных фильтров, основанных на порядковых статистиках. Показано, что контурные фильтры, основанные на порядковых статистиках, при упорядочивании по модулю являются линейными. При изменении способа упорядочивания в спектре выходного контура появляются гармоники, которых изначально не было в спектре входного контура.

4. Разработаны и исследованы контурные адаптивные фильтры - локальный фильтр подавления шума и медианный фильтр, а также контурный сигма-фильтр. Показано, что применение контурных адаптивных фильтров при обработке контуров изображений объектов позволяет удалить импульсную помеху и обеспечить сглаживание шумов. Для случая применения адаптивного медианного фильтра наблюдается уменьшение подавления высокочастотной части спектра контура.

5. Разработан подход к организации контурной гомоморфной фильтрации. Исследован вопрос влияния линейных преобразований масштабирования, поворота и сдвига начальной точки контура на результат логарифмирования контура. Показано, что при масштабировании контура к результату логарифмирования контура прибавляется величина $\ln|\mu|$, которая представляет собой вещественное число. При повороте контура Γ на угол $\arg \mu$ к результату логарифмирования контура прибавляется величина $i \arg \mu$. При этом вещественная часть контура E не изменяется. При сдвиге начальной точки контура Γ в контуре E также происходит сдвиг начальной точки.

6. ОЦЕНКА ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ИСКАЖЕНИЯ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ЗАДАННЫХ В КОМПЛЕКСНОЗНАЧНОМ ВИДЕ

6.1. Введение к главе

Сложность решения задачи разработки алгоритма распознавания изображений инвариантного к различным преобразованиям обусловлена, как правило, одновременным действием на изображение объекта различных преобразований, например, поворот, масштабирование, сжатие или растяжение т.п. Изображения одного и того же объекта могут значительно отличаться друг от друга, что создает трудности при разработке алгоритма распознавания объектов по их изображениям (рис. 6.1). ГИ изображений проявляются в виде нарушения геометрического подобия изображения его оригиналу. ГИ оказывают значительное влияние на качество обработки изображений объектов. Знание характера искажений, вносимых аппаратурой и (или) оптической системой устройства формирования изображения, а также условиями формирования изображений, позволяет компенсировать их при обработке.

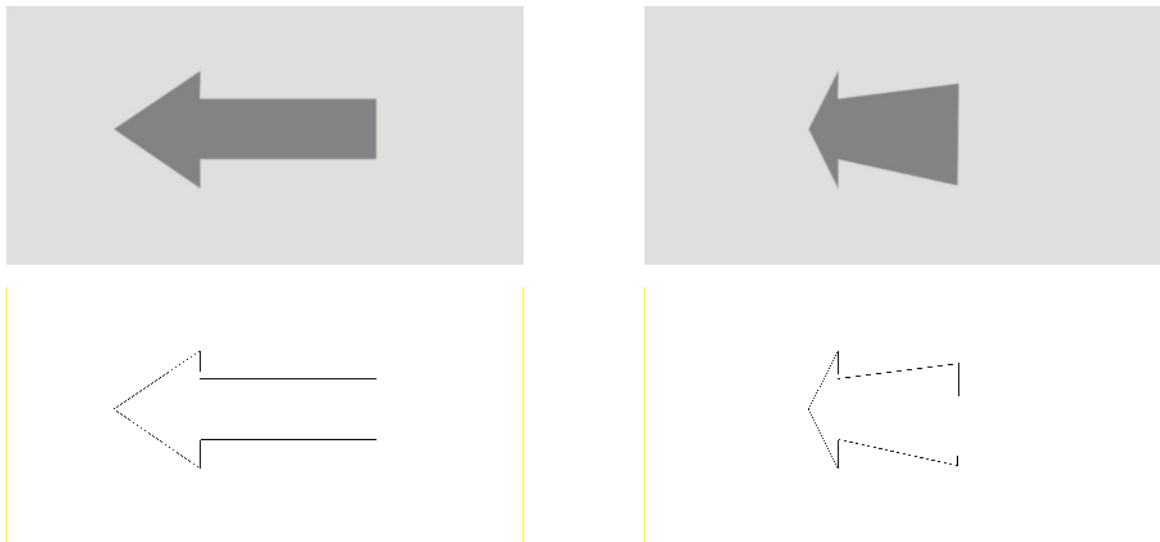


Рис. 6.1. Исходное и искаженное изображения и их контуры

В общем случае модель процесса искажения контура изображения может быть описана действием некоторого искажающего оператора T на исходный контур Γ :

$$\mathbf{N} = T[\Gamma] + \mathbf{Z}. \quad (6.1.1)$$

Когда искажение контура Γ обусловлено только наличием шума \mathbf{Z} , выражение (6.1.1) принимает вид:

$$\mathbf{N} = \Gamma + \mathbf{Z}. \quad (6.1.2)$$

В этом случае для уменьшения влияния шума, как правило, используются усредняющие фильтры, например, контурный фильтр скользящего среднего [133]. В целом ряде работ, например, в работах [86], и в предыдущих главах этой работы рассмотрены линейные преобразования контура изображения объекта. Исследовано влияние линейных преобразований на спектр контура. При этом рассматривались такие линейные преобразования как вращение контура на плоскости, масштабирование, а также сдвиг начальной точки.

Под вращением ДК или НК на угол $\Delta\varphi$ понимается такое линейное преобразование, в результате которого на этот угол поворачивается каждый ЭВ ДК. Масштабирование ДК или НК в $|\mu|$ раз заключается в умножении каждого ЭВ контура на величину $|\mu|$. При умножении ДК или НК на комплексный множитель $\mu = |\mu| \exp\{i\Delta\varphi\}$ происходит масштабирование этого контура в $|\mu|$ раз и поворот на угол $\Delta\varphi$. Тогда для случая линейных искажений контуров изображений искажающий оператор T в выражении (6.1.1) представляет собой в общем случае комплексное число μ :

$$\mathbf{N} = \mu\Gamma + \mathbf{Z}. \quad (6.1.3)$$

Спектр \mathbf{P}_N контура \mathbf{N} связан со спектром \mathbf{P}_Γ контура Γ следующим образом:

$$\mathbf{P}_N = \mu\mathbf{P}_\Gamma = \left\{ |\mu| \exp\left\{ i \left[\frac{2\pi}{s} md + \Delta\varphi \right] \right\} \rho(m) \right\}_{0,s-1}. \quad (6.1.4)$$

Форма амплитудного спектра при этом не изменяется. Наблюдается лишь изменение величины гармоник в $|\mu|$ раз (рис. 6.2).

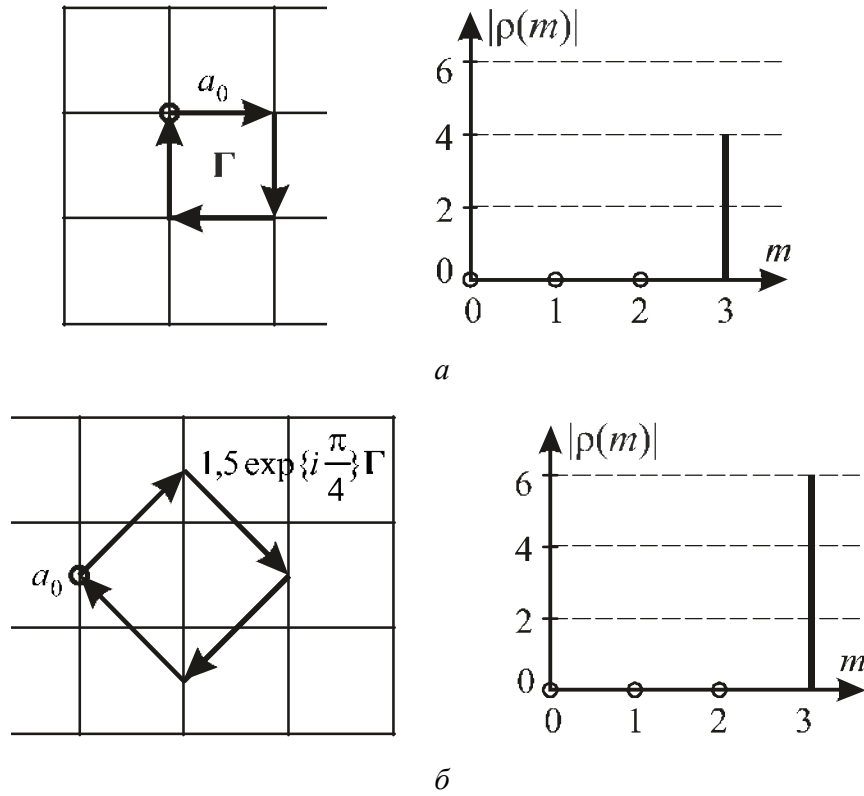


Рис. 6.2. Исходный ДК $\Gamma = \{1; -i; -1; i\}$ и его спектр (а), а также ДК растянутый в 1,5 раза с поворотом на угол $\pi/4$ и сдвигом начальной точки на два ЭВ и его спектр (б)

6.2. Модели геометрических искаженных контуров

Модель дискретного контура $\mathbf{N} = \{v(n)\}$, $n = 0, 1, \dots, s-1$, полученного как результат искажения исходного контура $\Gamma = \{\gamma(n)\}$:

параллелограмм

$$v(n) = \gamma(n) + \lambda \gamma_2(n), \quad (6.2.1)$$

растяжение-сжатие по вертикали

$$v(n) = \gamma(n) \pm i \lambda \gamma_2(n), \quad (6.2.2)$$

растяжение-сжатие по горизонтали

$$v(n) = \gamma(n) \pm \lambda \gamma_1(n), \quad (6.2.3)$$

диагональное искажение

$$v(n) = \gamma(n) \pm i \lambda \gamma_1(n), \quad (6.2.4)$$

где λ – параметр искажения. Аналогично для непрерывного контура $\mathbf{Y} = \{v(l)\}$, l любое от 0 до L , полученного как результат искажения исходного непрерывного контура $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}$:

параллелограмм

$$v(n) = \chi(l) + \lambda \text{Im}\chi(l), \quad (6.2.5)$$

растяжение-сжатие по вертикали

$$v(n) = \chi(l) \pm i\lambda \text{Im}\chi(l), \quad (6.2.6)$$

растяжение-сжатие по горизонтали

$$v(n) = \chi(l) \pm \lambda \text{Re}\chi(l), \quad (6.2.7)$$

диагональное искажение

$$v(n) = \chi(l) \pm i\lambda \text{Re}\chi(l). \quad (6.2.8)$$

Вторые слагаемые в выражениях (6.2.1)-(6.2.4) для дискретного контура $\mathbf{N}=\{v(n)\}$, $n=0,1,\dots,s-1$, и в выражениях (6.2.5)-(6.2.8) для непрерывного контура $\mathbf{Y}=\{v(l)\}$, l любое от 0 до L , представляют собой компоненты ЭВ исходного замкнутого контура, где роль весового коэффициента играет параметр искажения λ . При этом искаженные контуры \mathbf{N} и \mathbf{Y} , полученные по этим выражениям, сохраняют свойство замкнутости.

Рассмотренные искажения, также как и преобразования масштабирования и поворота, могут быть представлены как частные случаи дробно-линейного отображения. В табл. 6.1 приведены коэффициенты дробно-линейного отображения, соответствующие вторым слагаемым рассмотренных искажений.

Табл. 6.1

a	b	c	d	$bc-ad$	Преобразование
1	$\lambda\gamma_2(n)$	0	1	$\lambda\gamma_2(n)-1$	Параллелограмм
1	$-i\lambda\gamma_2(n)$	0	1	$-i\lambda\gamma_2(n)-1$	Сжатие по вертикали
1	$i\lambda\gamma_2(n)$	0	1	$i\lambda\gamma_2(n)-1$	Растяжение по вертикали
1	$-\lambda\gamma_1(n)$	0	1	$-\lambda\gamma_1(n)-1$	Сжатие по горизонтали
1	$\lambda\gamma_1(n)$	0	1	$\lambda\gamma_1(n)-1$	Растяжение по горизонтали
1	$\pm i\lambda\gamma_1(n)$	0	1	$\pm i\lambda\gamma_1(n)-1$	Диагональное искажение

На рис. 6.3 представлены примеры искажений контура при $\lambda = 0,3$.

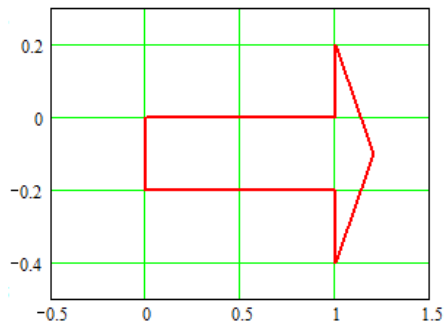
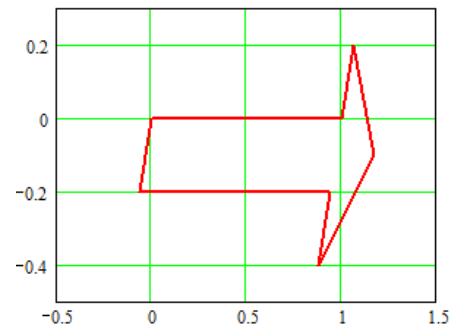
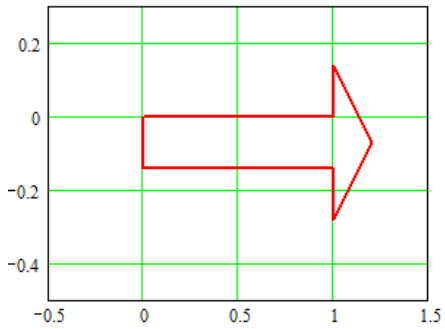
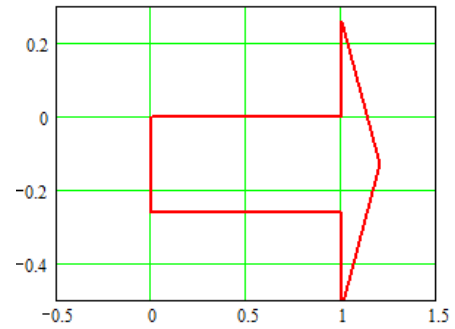
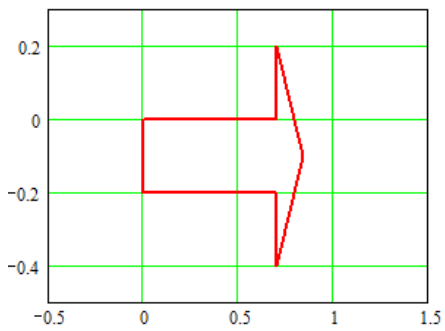
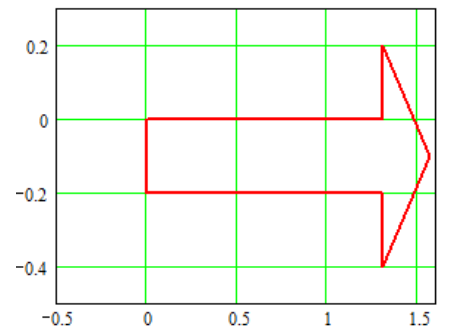
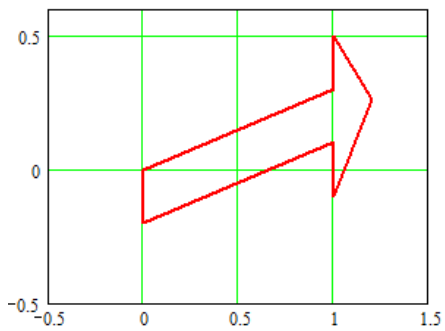
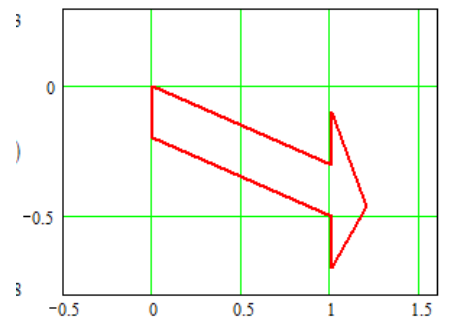
*a**б**в**г**д**е**ж*

Рис. 6.3. Геометрические искажения ДК при $\lambda = 0,3$: *a* – исходный ДК, *б* – искажение типа «параллелограмм», *в* и *г* – сжатие и растяжения по вертикали, *д* и *е* – сжатие и растяжения по горизонтали, *ж* – диагональное искажение

Модель дискретного ДК $\mathbf{N}=\{v(n)\}$, $n=0,1,\dots,s-1$, полученного как результат трапециидального искажения исходного контура $\Gamma=\{\gamma(n)\}$:

- в вертикальной плоскости:

$$v(n) = \gamma(n) + \begin{cases} -\lambda, & \text{если } \gamma_2(n) = 0, \\ \lambda, & \text{если } \gamma_2(n) \neq 0, \end{cases} \quad (6.2.9)$$

- в горизонтальной плоскости:

$$v(n) = \gamma(n) + \begin{cases} -\lambda i, & \text{если } \gamma_2(n) = 0, \\ \lambda i, & \text{если } \gamma_2(n) \neq 0, \end{cases} \quad (6.2.10)$$

Таким образом, трапециидальное искажение, в отличие от рассмотренных выше, является параметрическим, т.е. текущее значение ЭВ искаженного контура определяется текущим значением исходного неискаженного контура. На рис. 6.4 представлены примеры трапециидальных искажений контура.

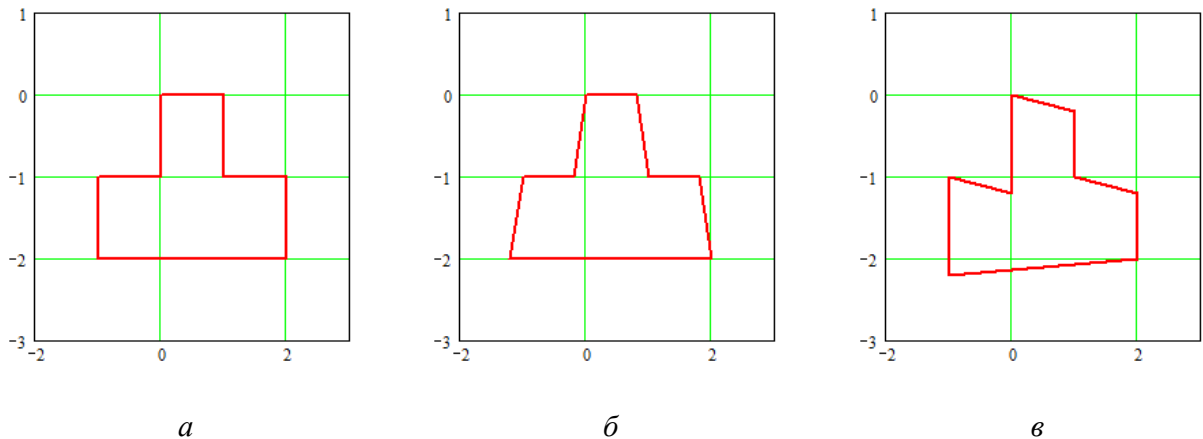


Рис. 6.4. Трапециидальные искажения контура при $\lambda = 0,2$: *a* – исходный контур, *б* и *в* – искажение в вертикальной и в горизонтальной плоскостях

6.3. Анализ спектрального состава искаженных контуров

Исследовано влияние геометрических искажений на спектральный состав ДК и НК. Рассмотрим влияние геометрического искажения типа «параллелограмм» на спектр ДЭК $\Gamma_3=\{\gamma_3(n)\}$, $n=0,\dots,3$, третьего порядка и с размерностью $s = 4$: $\Gamma=\{1;-i;-1;i\}$. На рис. 6.5,*a* представлен ДЭК Γ_3 и его спектр $|\rho(m)|, m=0,\dots,3$. ДПФ $\mathbf{P}=\{\rho(m)\}$ ДЭК Γ_3 равен: $\mathbf{P}=\{0;0;0;4\}$. На рис. 6.5,*б-г*

показаны ДК $\mathbf{N} = \{\nu(n)\}_{0,3}$, полученный из ДЭК $\Gamma_3 = \{\gamma_3(n)\}_{0,3}$ в результате геометрического преобразования типа «параллелограмм». На рис. 6.6 приведены аналогичные данные для НЭК.

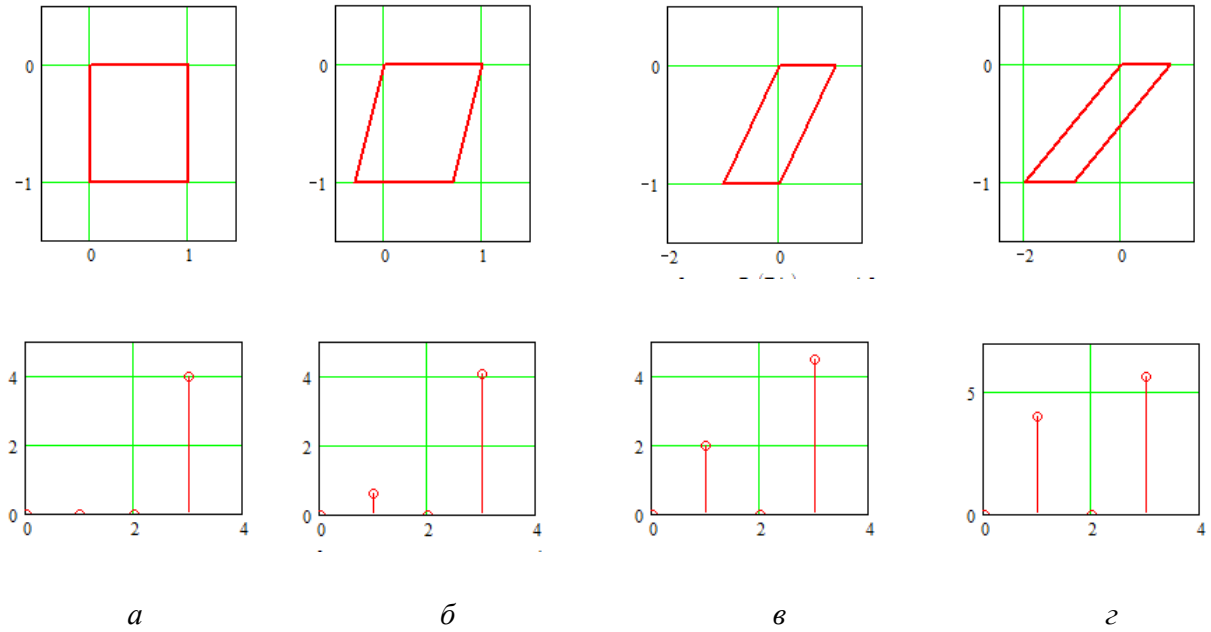


Рис. 6.5. Искажение типа параллелограмм ДЭК при λ : $a - 0$; $б - 0,3$; $в - 1$; $г - 3$

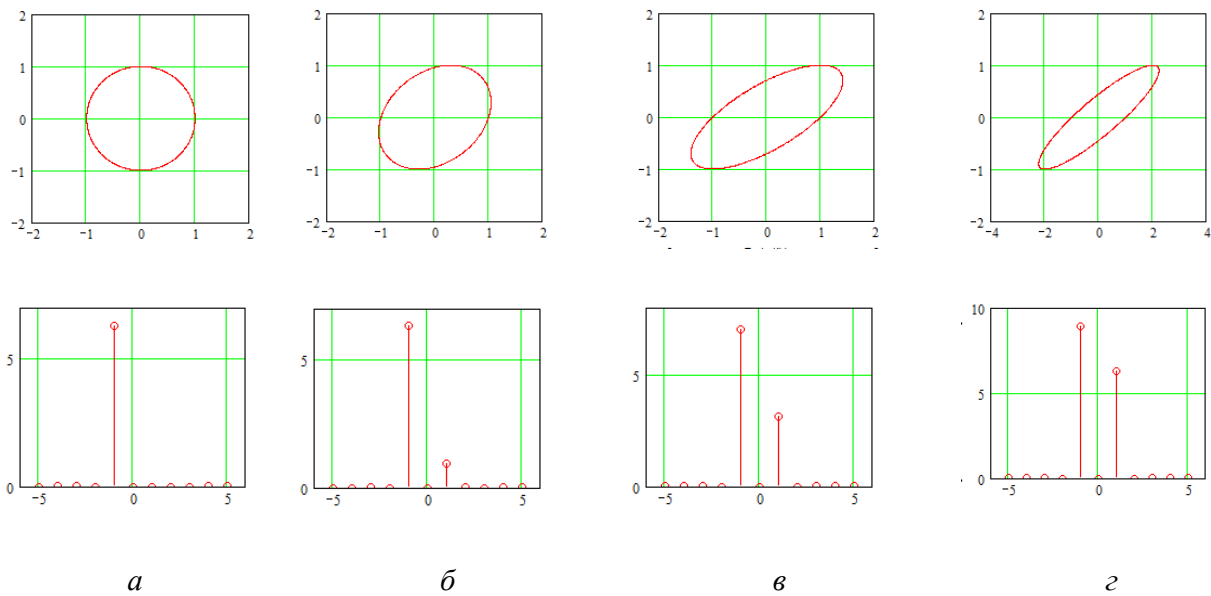


Рис. 6.6. Искажение типа параллелограмм НЭК при λ : $a - 0$; $б - 0,3$; $в - 1$; $г - 2$

Для параметра искажения $\lambda = 0,3$ код полученного ДК $\mathbf{N} = \{1; -0,3-i; -1; 0,3+i\}$ (рис. 6.5,б). ДПФ $\mathbf{P} = \{\rho(m)\}$ ДК \mathbf{N} :

$$P = \{0; 0,6i; 0; 4-0,6i\}.$$

Таким образом, спектр контура в результате геометрического преобразования типа «параллелограмм» изменяется. В его составе появляется дополнительная гармоника. Кроме того, основная гармоника становится комплексной величиной. Дополнительная гармоника и мнимая компонента основной гармоники имеют одинаковый уровень, зависящий от параметра λ .

В работе [3] показано, что произвольный замкнутый ДК из s ЭВ может быть разложен в базисе из полного семейства ДЭК $\Gamma_m, m=0,1,\dots,s-1$:

$$\Gamma = \frac{1}{s} \sum_{m=0}^{s-1} \rho(m) \Gamma_m. \quad (6.3.1)$$

Роль весовых коэффициентов играют ЭВ $\rho(m)$ ДК спектра исследуемого ДК Γ .

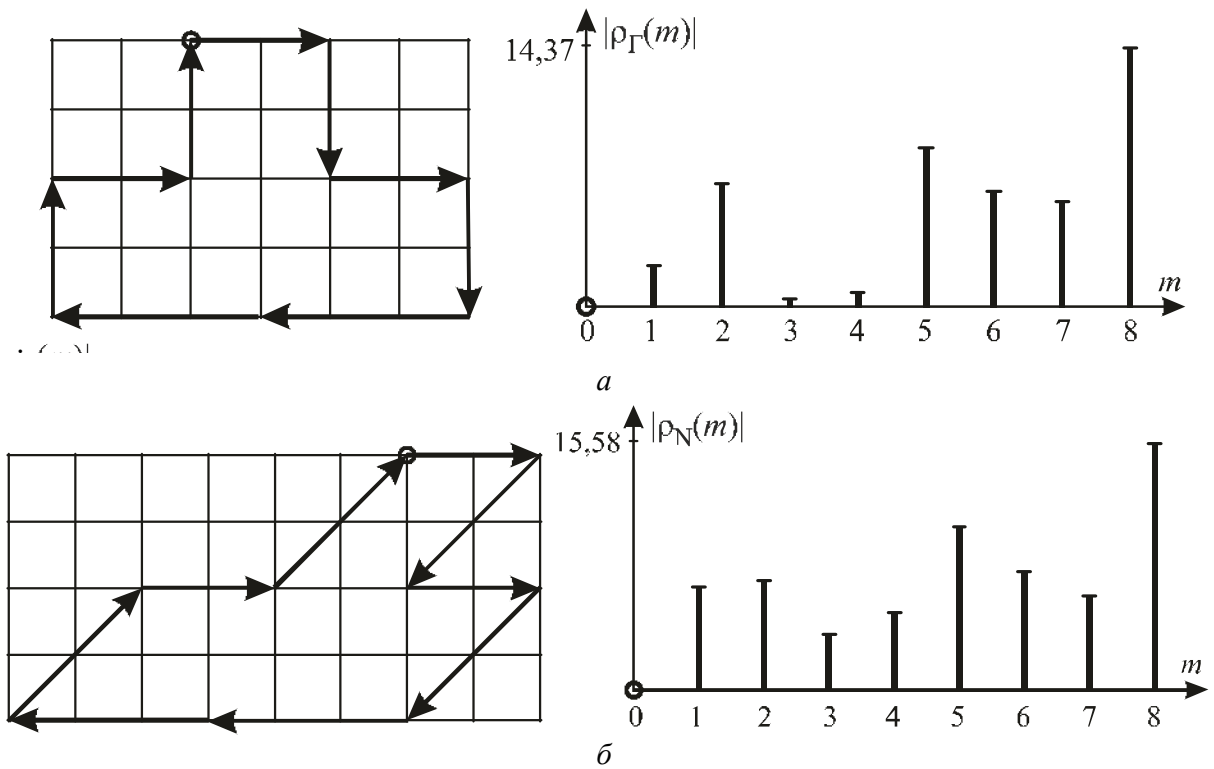


Рис. 6.7. Исследуемый ДК (а) и ДК, полученный в результате геометрического искажения типа «параллелограмм» (б)

Исследовано влияние геометрического искажения типа «параллелограмм» на спектр более сложного ДК. Рассмотрим на примере ДК $\Gamma = \{2; -2i; 2; -2i; -3; -3; 2i; 2; 2i\}$ (рис. 6.7,а). На рис. 6.7,б представлен ДК $N = \{2; -2-2i; 2; -2-2i; -3; -$

$3; 2+2i; 2; 2+2i\}$, полученный из ДК Γ в результате преобразования типа «параллелограмм».

ДПФ исходного ДК Γ :

$$\text{rg}(m) = \{0; 2,297; -6,83; -0,464; -0,81; 8,854; 6,464; -5,88; 14,368\},$$

и преобразованного ДК N :

$$\begin{aligned} \rho_N(m) = \{0; 2,297+6,035i; -6,83+0,475i; -0,464+3,464i; -0,81+4,832i; 8,854-4,832i; \\ 6,464-3,464i; -5,88-0,475i; 14,368-6,035i\}. \end{aligned}$$

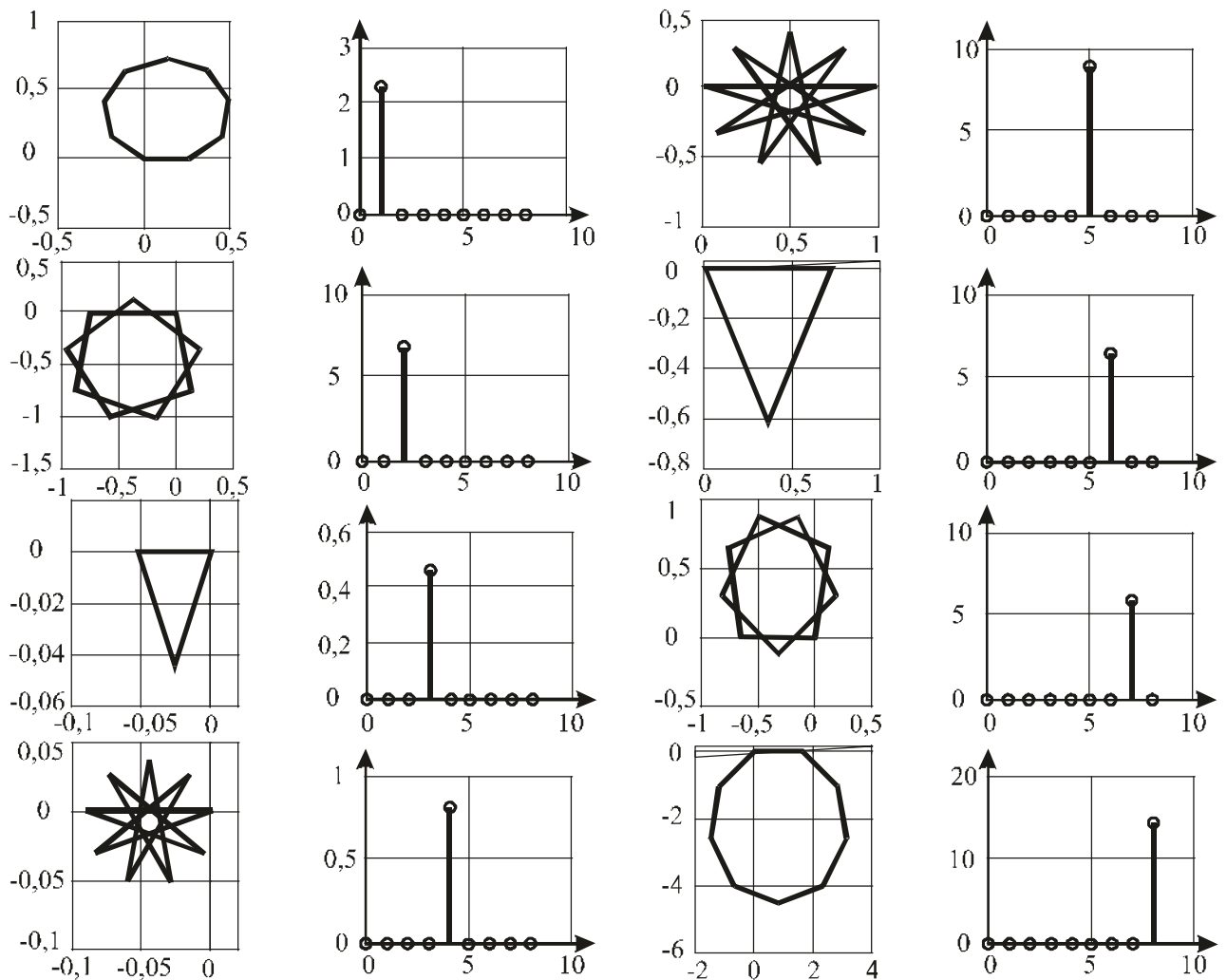


Рис. 6.8. ДЭК, составляющие исследуемый ДК

Спектр преобразованного ДК добавил мнимыми компонентами. Каждая гармоника спектра исходного ДК преобразовалась в соответствии с выражением (6.2.5). На рис. 6.8 представлены ДЭК, составляющие исследуемый ДК Γ , и их

спектры, а на рис. 6.9 – ДЭК, составляющие преобразованный ДК N , и их спектры.

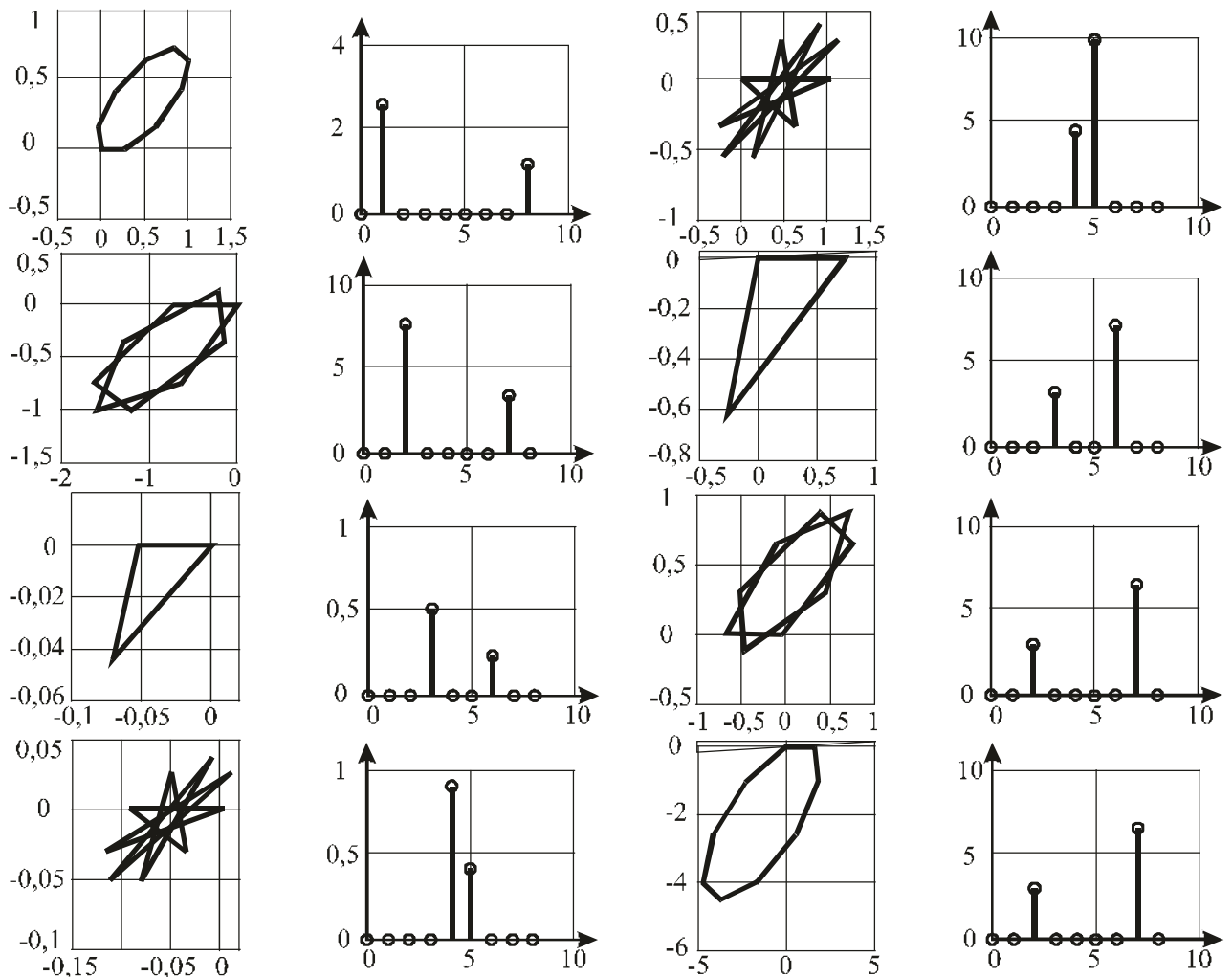


Рис. 6.9. ДЭК, составляющие преобразованный ДК

ДК, полученный в соответствии с выражением (6.3.1) путем суммирования ДЭК, показанных на рис. 6.8 и на рис. 6.9, полностью совпадают с ДК на рис. 6.7.

Рассмотрим влияние на спектр ДК геометрических искажений в виде изменении размеров изображения по вертикали и горизонтали. На рис. 6.10 показаны ДК, полученные из ДЭК $\Gamma_3 = \{\gamma_3(n)\}$, $n=0, \dots, 3$, в результате геометрических преобразований типа сжатия и растяжения по вертикали и горизонтали, а также их амплитудные спектры.

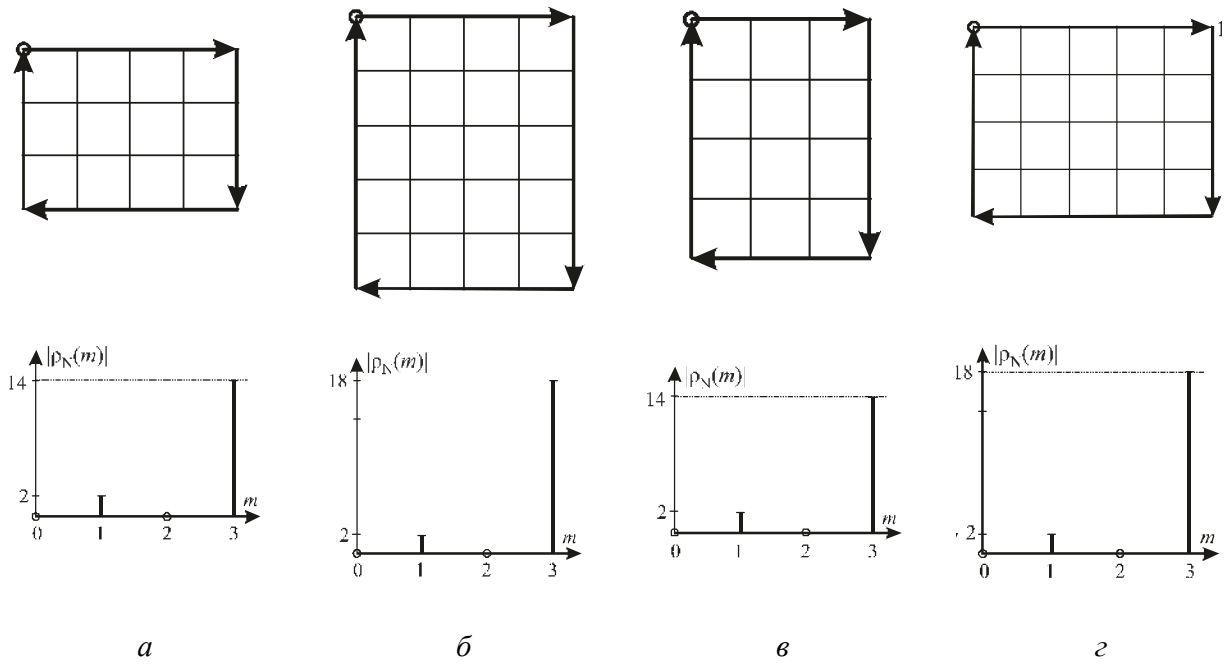


Рис. 6.10. Результат геометрических искажений: *a* - сжатие по вертикали; *б* - растяжение по вертикали; *в* - сжатие по горизонтали; *г* - растяжение по горизонтали

Амплитудные спектры ДК, полученных в результате геометрических преобразований в виде изменения размеров изображения, по форме одинаковые. Однако структура спектров у этих ДК разная. Так ДПФ ДК $\nu_{CB}(n)$, $\nu_{PB}(n)$, $\nu_{CG}(n)$ и $\nu_{PG}(n)$ равно:

$$\rho_{CB}(m) = \rho_{\Gamma}(m) - A\rho_{\text{Im}\Gamma}(m), \quad \rho_{PB}(m) = \rho_{\Gamma}(m) + A_n \rho_{\text{Im}\Gamma}(m),$$

$$\rho_{CB}(m) = \rho_{\Gamma}(m) - A\rho_{\text{Re}\Gamma}(m), \quad \rho_{PB}(m) = \rho_{\Gamma}(m) + A_n \rho_{\text{Re}\Gamma}(m), \quad m = 0, 1, \dots, s-1.$$

Для ДК, показанных на рис. 6.10 получено:

$$\mathbf{P}_{CB} = \{0, 2, 0, 14\}, \quad \mathbf{P}_{PB} = \{0, -2, 0, 18\}, \quad \mathbf{P}_{CG} = \{0, -2, 0, 14\}, \quad \mathbf{P}_{PG} = \{0, 2, 0, 18\}.$$

Таким образом, спектр ДЭК в результате геометрического преобразования в виде изменения размеров изображения изменяется. В его составе появляется дополнительная гармоника. Однако, по сравнению со случаем геометрического преобразования типа «параллелограмм», дополнительная гармоника является вещественной. Кроме того, основная гармоника дополняется вещественной компонентой. Дополнительная гармоника, и вещественная компонента основной гармоники имеют одинаковый уровень, зависящий от параметра λ .

Исследовано влияние на спектр ДК геометрического трапецидального искажения. На рис. 6.11 показаны ДК, полученные из ДЭК $\Gamma_3 = \{\gamma_3(n)\}$, $n=0, \dots, 3$, в результате геометрического трапецидального преобразования.

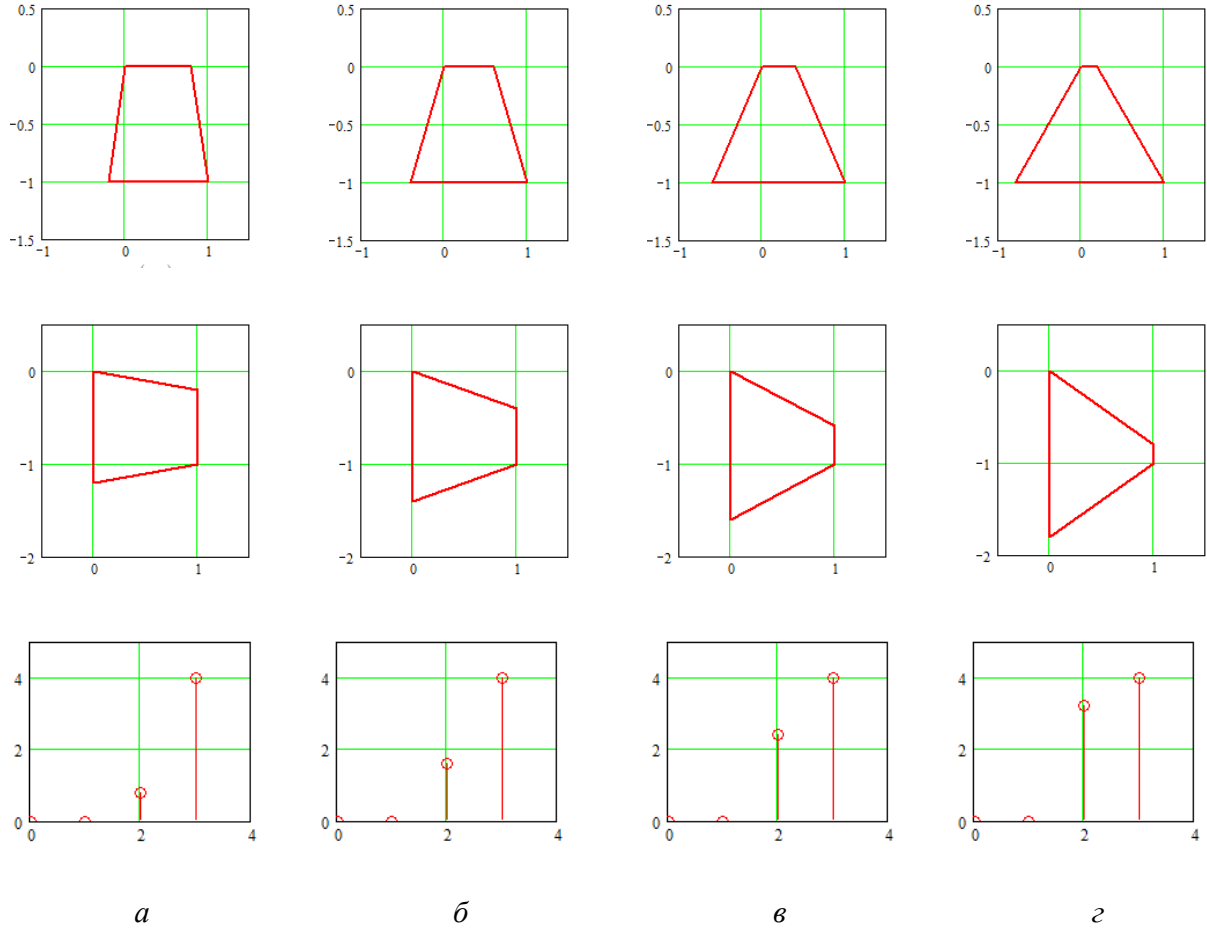


Рис. 6.11. ДК, полученные в результате геометрического трапецидального преобразования в вертикальной и горизонтальной плоскостях, при λ : $a - 0,2$; $б - 0,4$; $в - 0,6$; $г - 0,8$

Числовые значения ДК и их ДПФ:

- в вертикальной плоскости:

$$\mathbf{N}_{0,2} = \{0,8; 0,2-i; -1,2; 0,2+i\}, \quad \mathbf{P}_{0,2} = \{0; 0; -0,8; 4\},$$

$$\mathbf{N}_{0,4} = \{0,6; 0,4-i; -1,4; 0,4+i\}, \quad \mathbf{P}_{0,4} = \{0; 0; -1,6; 4\},$$

$$\mathbf{N}_{0,6} = \{0,4; 0,6-i; -1,6; 0,6+i\}, \quad \mathbf{P}_{0,6} = \{0; 0; -2,4; 4\},$$

$$\mathbf{N}_{0,8} = \{0,2; 0,8-i; -1,8; 0,8+i\}, \quad \mathbf{P}_{0,8} = \{0; 0; -3,2; 4\},$$

- в горизонтальной плоскости:

$$\mathbf{N}_{0,2} = \{1-0,2i; -0,8i; -1-0,2i; 1,2i\}, \quad \mathbf{P}_{0,2} = \{0; 0; -0,8i; 4\},$$

$$\mathbf{N}_{0,4}=\{1-0,4i; -0,6i; -1-0,4i; 1,4i\}, \quad \mathbf{P}_{0,4}=\{0; 0; -1,6i; 4\},$$

$$\mathbf{N}_{0,6}=\{1-0,6i; -0,4i; -1-0,6i; 1,6i\}, \quad \mathbf{P}_{0,6}=\{0; 0; -2,4i; 4\},$$

$$\mathbf{N}_{0,8}=\{1-0,8i; -0,2i; -1-0,8i; 1,8i\}, \quad \mathbf{P}_{0,8}=\{0; 0; -3,2i; 4\},$$

Таким образом, к спектру исходного ДЭК добавляется одна гармоника, уровень которой также определяется параметром λ . В зависимости от того, является эта гармоника чисто вещественной или мнимой определяется характер трапециидального искажения. В том случае если дополнительная компонента спектра мнимая – искажение в горизонтальной плоскости, а если компонента вещественная – искажение в вертикальной плоскости.

Одновременно воздействие различных искажений может быть представлено в виде суммы моделей отдельных искажений. Так если в выражении (6.2.1) параметр искажения λ задать в виде комплексного числа, т.е. $\lambda = \lambda_1 \pm i\lambda_2$, то преобразование типа «параллелограмм» становится составным и может быть представлено в виде суммы искажений типа «параллелограмм» и растяжение-сжатие по вертикали:

$$v(n) = \gamma(n) + \lambda_1 \gamma_2(n) \pm i\lambda_2 \gamma_2(n). \quad (6.3.2)$$

В том случае если параметр искажения λ задать в виде комплексного числа в выражении (6.2.3), то преобразование растяжение-сжатие по горизонтали может быть представлено в виде суммы искажений типа растяжение-сжатие по горизонтали и диагональное искажение:

$$v(n) = \gamma(n) \pm \lambda_1 \gamma_1(n) \pm i\lambda_2 \gamma_1(n). \quad (6.3.3)$$

Аналогичные результаты получаются и для НК. На рис. 6.12 представлен пример составного искажения типа «параллелограмм» и сжатие по вертикали ДЭК $\Gamma_3 = \{\gamma_3(n)\}$, $n=0, \dots, 3$.

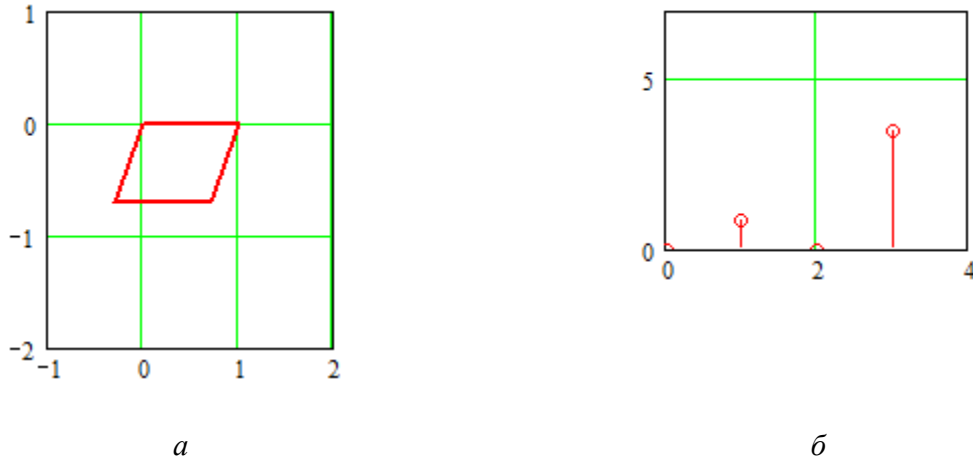


Рис. 6.12. ДК, полученный в результате искажений типа «параллелограмм» и сжатие по вертикали (а), и его спектр (б)

Код искаженного ДК \mathbf{N} и его спектр \mathbf{P} :

$$\mathbf{N} = \{1; -0,3-0,7i; -1; 0,3+0,7i\}, \quad \mathbf{P} = \{0; 0,6+0,6i; 0; 3,4-0,6i\}.$$

6.4. Оценка геометрических искажений контуров по максимуму правдоподобия

Формализованную модель оценки параметров геометрических искажений контуров изображений объектов определим следующим образом [136]. Пусть на входе наблюдается контур $\mathbf{Y} = \{v(l)\}$, $l \in 0, L$. Контур \mathbf{Y} образован как сумма контура $\mathbf{X}(\lambda) = \{\chi(l, \lambda)\}$, $l \in 0, L$, и помехи $\mathbf{Z} = \{\xi(l)\}$, $l \in 0, L$. При этом полезный сигнал содержит параметр λ – параметр геометрического искажения. По результатам анализа контура \mathbf{Y} необходимо вынести решение о том, какое значение имеет параметр λ контура \mathbf{X} .

Вероятностный характер условий наблюдения контура \mathbf{Y} приводит к отклонению измеренного значению параметра $\hat{\lambda}$ от исходных λ . Обозначим $\delta = \lambda - \hat{\lambda}$ – точность оценки геометрического искажения контура изображения объекта, заданного в комплекснозначном виде. Оптимизация процедуры оценки геометрических искажений контуров изображений объектов предусматривает минимизацию случайной составляющей δ результата такой оценки.

Пусть \mathbf{Z} стационарный белый шум. Тогда для функционала ПВ случайного процесса \mathbf{Y} с учетом наличия контура $\Gamma(\lambda)$:

$$W(\mathbf{Y} | \mathbf{X}(\lambda)) = c \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_0^L [v(l) - \chi(l, \lambda)]^2 dl \right\}. \quad (6.4.1)$$

Здесь c – константа. Для принятой реализации \mathbf{Y} принимают решение о присутствии в ней того из M контуров, который наименее уклоняется от контура \mathbf{Y} . Мерой уклонения является энергия разности контуров \mathbf{Y} и $\mathbf{X}(\lambda)$.

Преобразуем выражение (6.4.1):

$$W(\mathbf{Y} | \mathbf{X}(\lambda)) = c_Y \cdot \exp \left\{ \frac{2z(\lambda) - E(\lambda)}{N_0} \right\}. \quad (6.4.2)$$

Здесь $E(\lambda)$ – энергия контура $\mathbf{X}(\lambda)$, $z(\lambda)$ – корреляция принятой реализации \mathbf{Y} и контур $\mathbf{X}(\lambda)$:

$$z(\lambda) = \int_0^L v(l) \cdot \chi(l, \lambda) dl,$$

$c_Y = c \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_0^L v^2(l) dl \right\}$ – коэффициент, зависящий от энергии контура \mathbf{Y} .

Выражение для функции правдоподобия (6.4.2) позволяет установить правило оценки максимального правдоподобия параметров геометрических искажений контура на фоне гауссовского шума. Из выражения (6.4.2) следует, что оценка максимального правдоподобия параметра искажения λ есть значение λ , максимизирующее показатель правой части выражения (6.4.2):

$$z(\hat{\lambda}) - E(\hat{\lambda}) / 2 = \max_{\lambda} [z(\lambda) - E(\lambda) / 2]. \quad (6.4.3)$$

Если рассматривать нормированный контур \mathbf{Y} , при котором геометрические искажения не приводят к изменению энергии сигнала, $E(\lambda) = E = const$, то

$$z(\hat{\lambda}) = \max z(\lambda) \quad (6.4.4)$$

Таким образом, оценка максимального правдоподобия $\hat{\lambda}$ есть такое его значение, при котором принятая реализация \mathbf{Y} обладает наибольшим значением корреляции с контуром $\mathbf{X}(\lambda)$. Оценку параметра λ контура, можно

сформировать, располагая набором M формирователей СП, на которые параллельно подается реализация Y . В качестве опорных во всех формирователях используются копии контура $X(\lambda)$ с различными значениями параметра λ . Решающий блок вырабатывает в качестве оценки значения λ в канале с максимальным выходным эффектом. Число каналов M может быть равно числу различных значений λ .

Такой подход является оптимальным (действующим по правилу максимума правдоподобия) различителем M контуров равной энергией. На рис. 6.13 представлена структура системы оценки геометрических искажений контуров изображений.

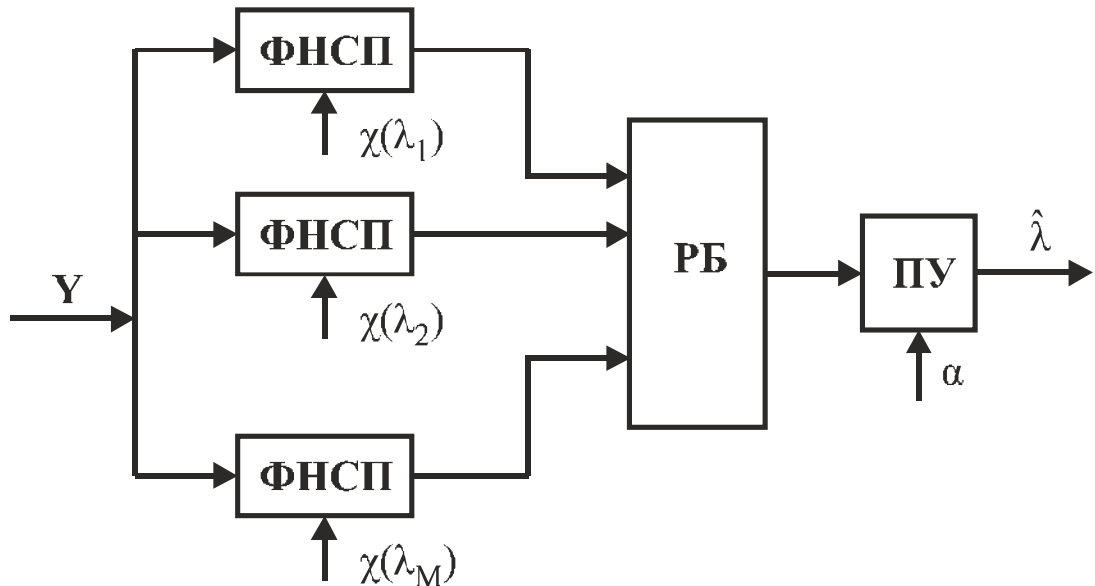


Рис. 6.13. Структура системы оценки геометрических искажений контуров изображений

Процедуру оценки параметра λ можно реализовать как многоэтапную процедуру. При этом оценка $\hat{\lambda}$, полученная на каждом этапе, служит в качестве начального значения при формировании контура $X(\lambda)$. На рис. 6.14 представлена структура базового блока оценки (ББО) геометрических искажений контура.

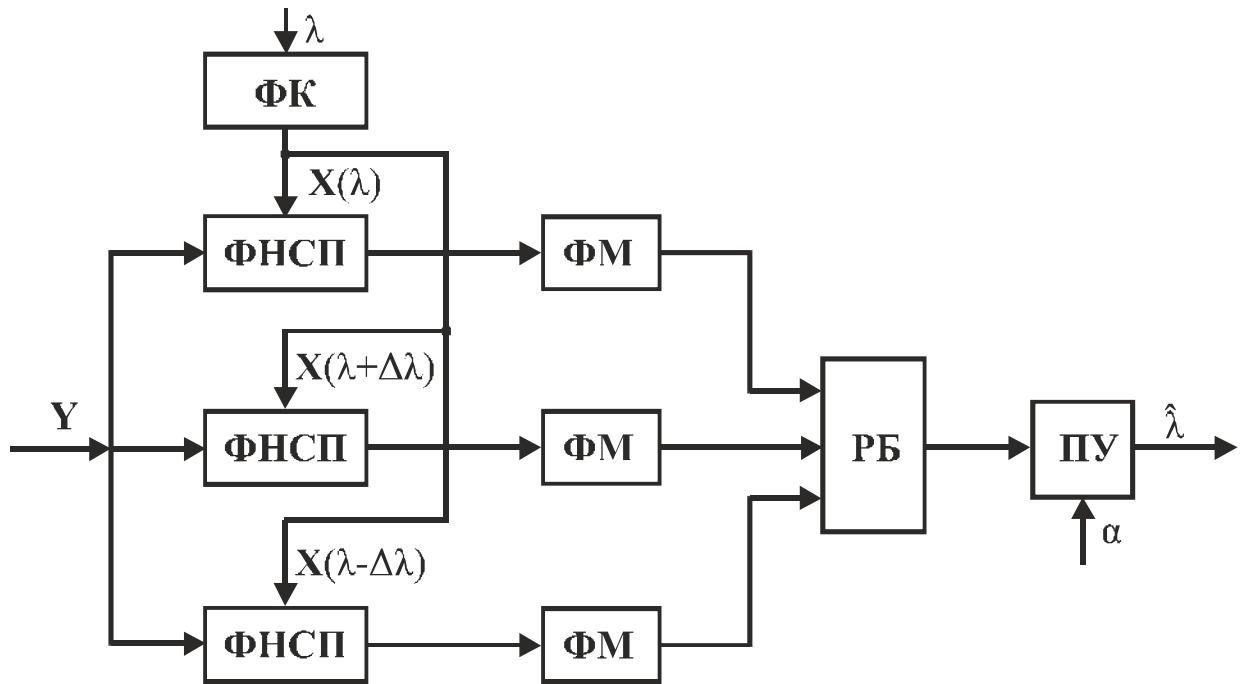


Рис. 6.14. Структура базового блока оценки геометрических искажений контура

Точность оценки δ геометрических искажений контура на каждом этапе:

$$\delta = \frac{\Delta\lambda}{2}. \quad (6.4.5)$$

В соответствии с требованиями точность оценки δ геометрических искажений контура структура системы оценки может содержать N блоков (рис. 6.15).

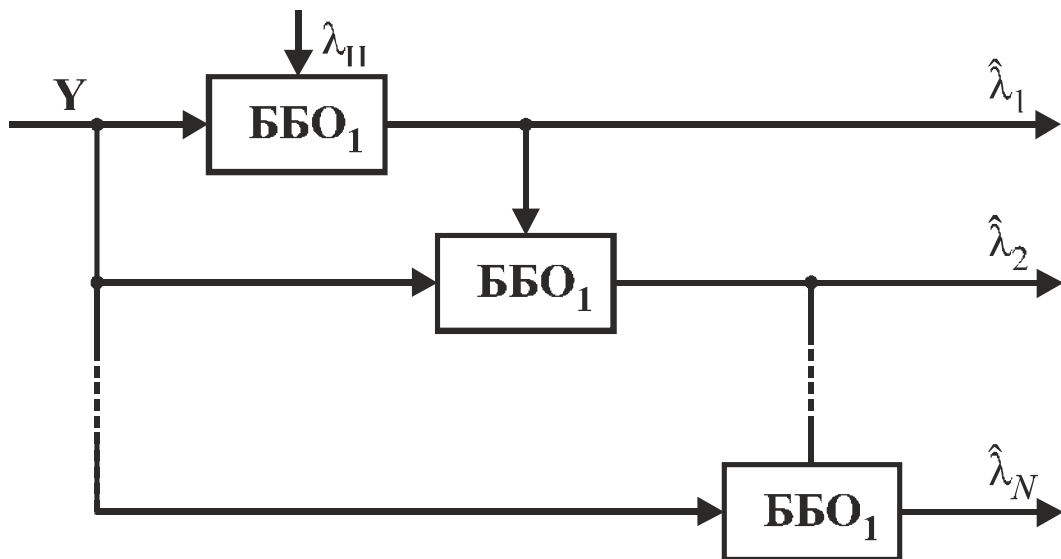


Рис. 6.15. Структура системы оценки геометрических искажений контура

6.5. Реализация алгоритмов обработки НК изображений

6.5.1. Структура устройства обработки НК изображений

Практически все операции обработки НК изображений используют базовую операцию – СП принятого НК Y и эталонного НК X . На основе СП составлен блок для реализации алгоритма СП, который состоит из перемножителя, сумматора и интегратора [99].

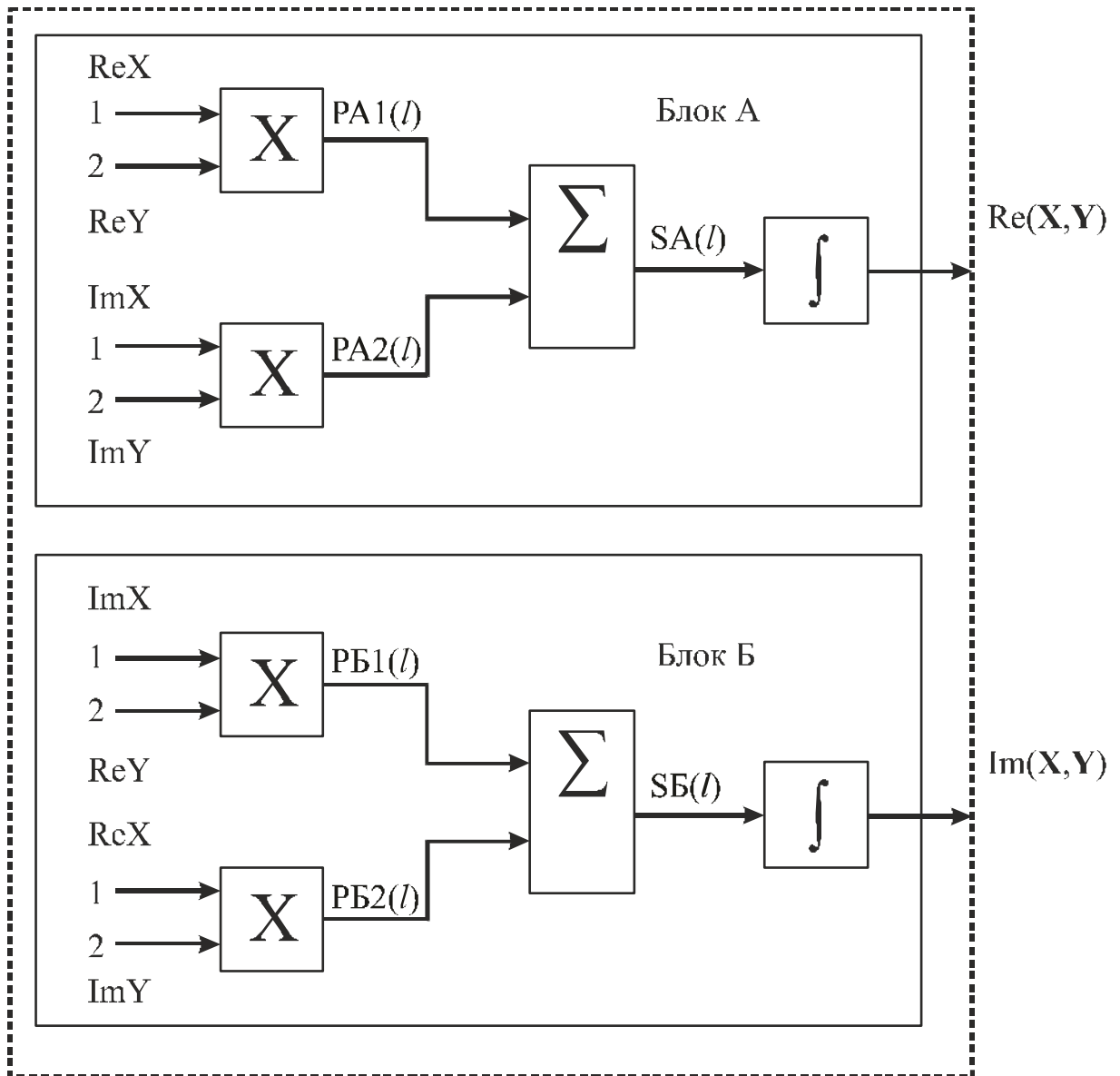


Рис. 6.16. Структура устройства для реализации СП НК

На рис. 6.16 приведена схема узлов для реализации СП НК. Первый интеграл представляет собой реальную часть СП (блок А). Вторым интеграл СП представляет мнимую часть СП (блок Б). Блоки А и Б в целом одинаковы. Разница заключается лишь в типе подключения, в частности, в блоке Б вместо сумматора используется вычитающее устройство.

Из блоков А и Б можно составить устройство для аналоговой обработки НК (рис. 6.17), выполняющее операцию СП принятого и эталонного НК. Эталонный НК принадлежит одному из N – классов контуров, которые хранятся в базе данных.

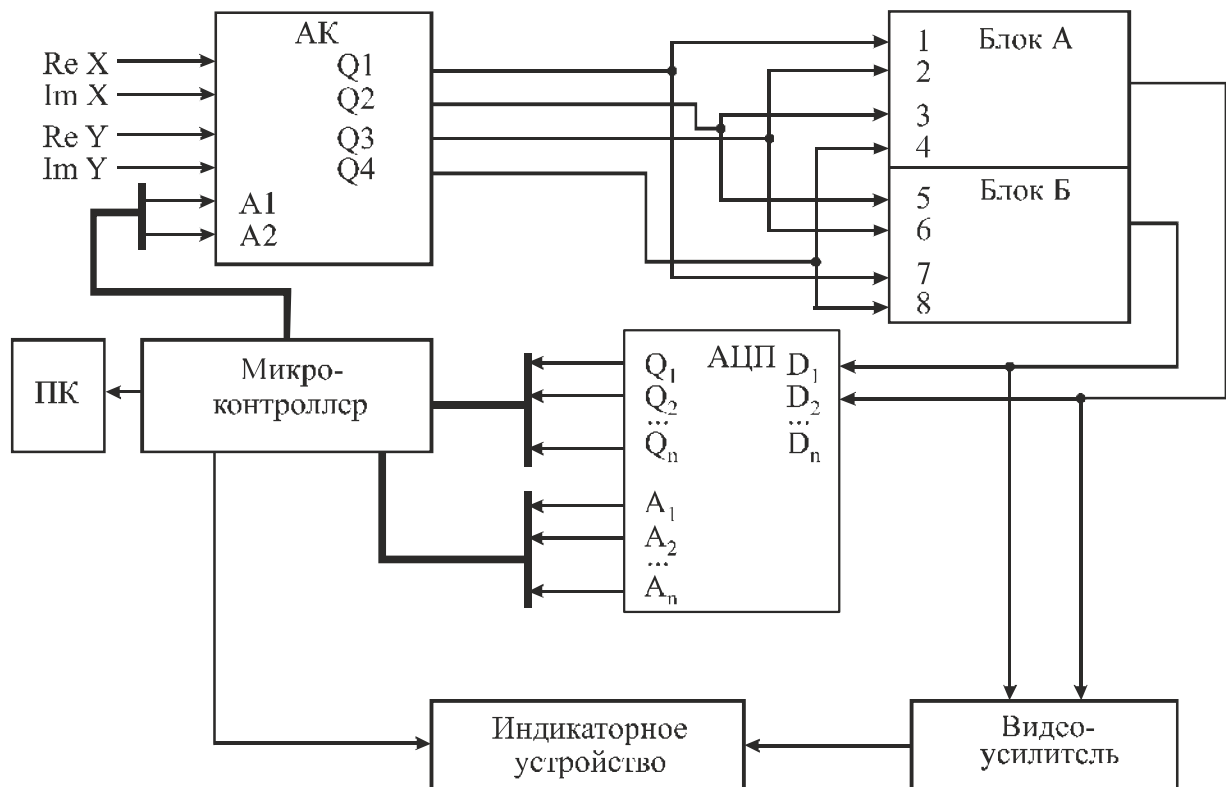


Рис. 6.17. Устройство обработки НК

При вычислении СП принятый и эталонный НК поступают на аналоговый коммутатор напряжения (АК), который управляется микроконтроллером. С выхода АК ($Q_1 - \text{Re } X$, $Q_2 - \text{Im } X$, $Q_3 - \text{Re } Y$, $Q_4 - \text{Im } Y$) реальные и мнимые части обоих НК поступают на блоки аналоговой обработки – вычисление СП.

Отклик на выходе блока А представляет реальную часть СП, а блока Б – его мнимую часть. Для дальнейшей обработки предусмотрен АЦП. С его выхода оцифрованный НК (ДК) поступает на микроконтроллер.

В схеме предусмотрено индикаторное устройство, куда НК поступает через видеоусилитель. В режиме реального времени можно пронаблюдать процессы на выходе блока обработки.

6.5.2. Моделирование работы устройства обработки НК изображений

Рассмотрим пример моделирования работы устройства обработки НК изображений для двух НК $X = \{\chi(l)\}$ и $Y = \{\nu(l)\}$ (рис. 6.18).

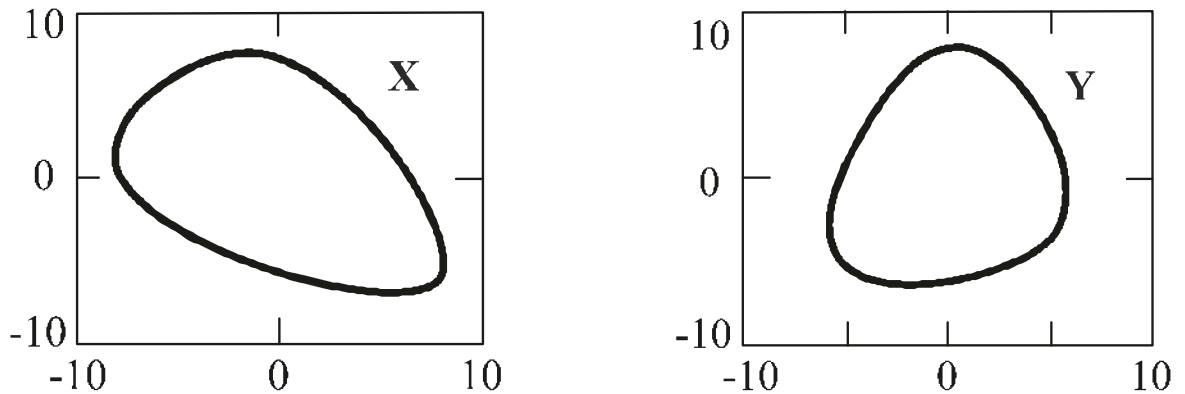


Рис. 6.18. НК X и Y

На рис. 6.19 представлены графики реальных и мнимых частей НК X и Y. Реальные и мнимые части НК поступают на перемножители блоков А и Б. Затем происходит их сложение с последующим интегрированием. Результаты перемножений, сложения и интегрирования в блоке А представлены на рис. 6.20.

Аналогично, графики перемножений, сложения и интегрирования в блоке Б представлены на рис. 6.21.

Таким образом получили реальную (рис. 6.20,з) и мнимую (рис. 6.21,з) части СП двух НК X и Y.

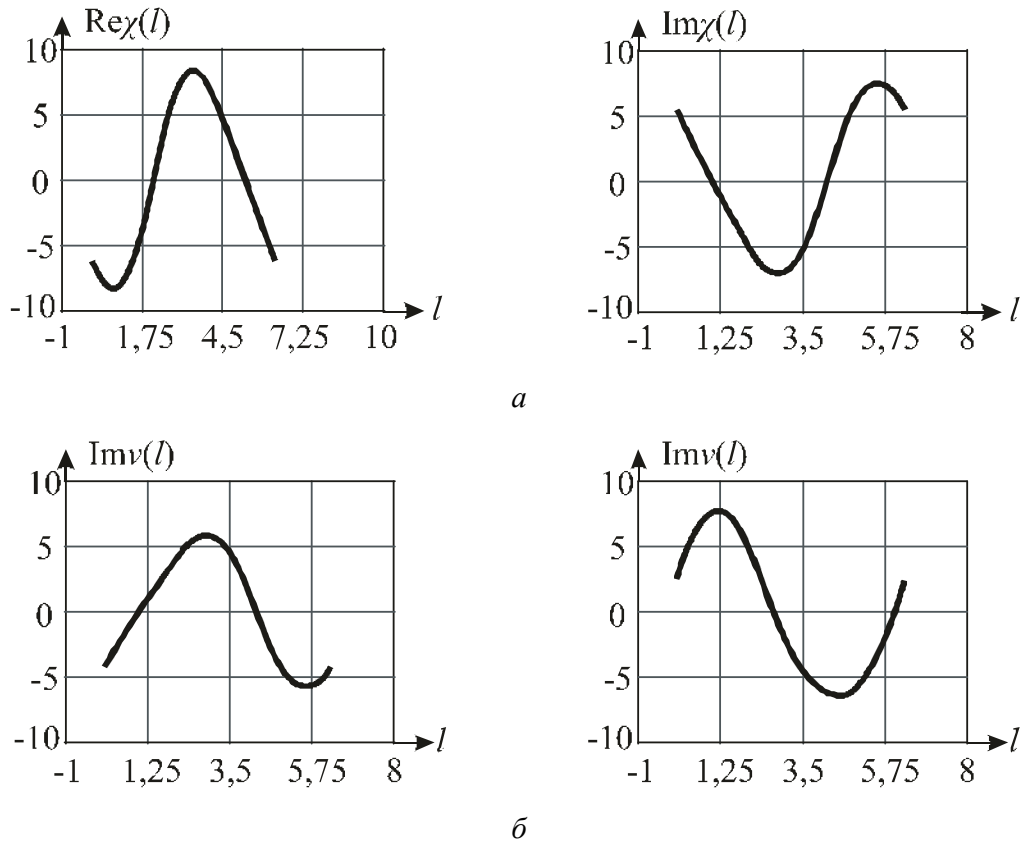


Рис. 6.19. Реальные и мнимые части НК X (а) и Y (б)

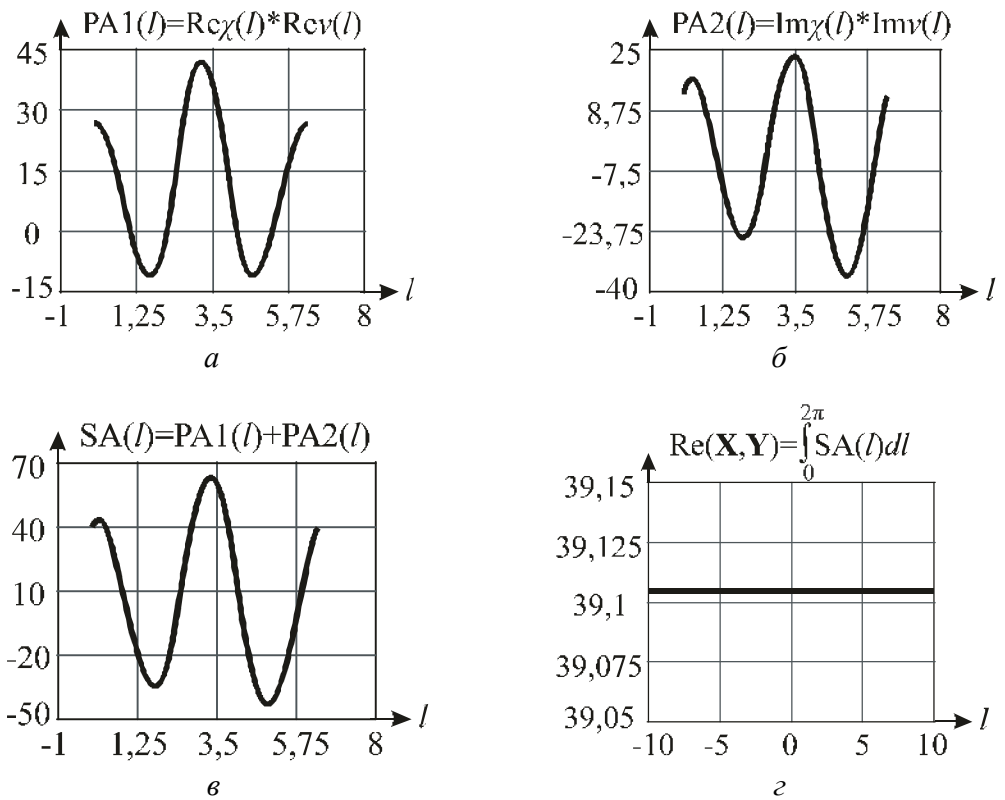


Рис. 6.20. Результат перемножения, сложения и интегрирования в блоке А

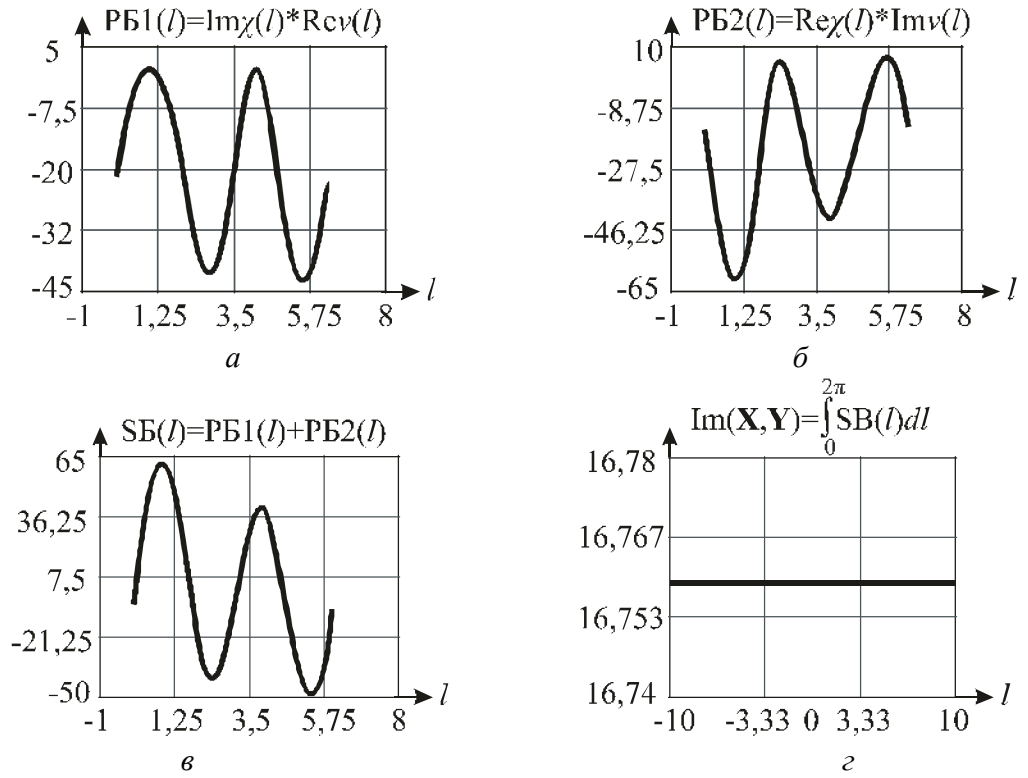


Рис. 6.21. Результат перемножения, сложения и интегрирования в блоке Б

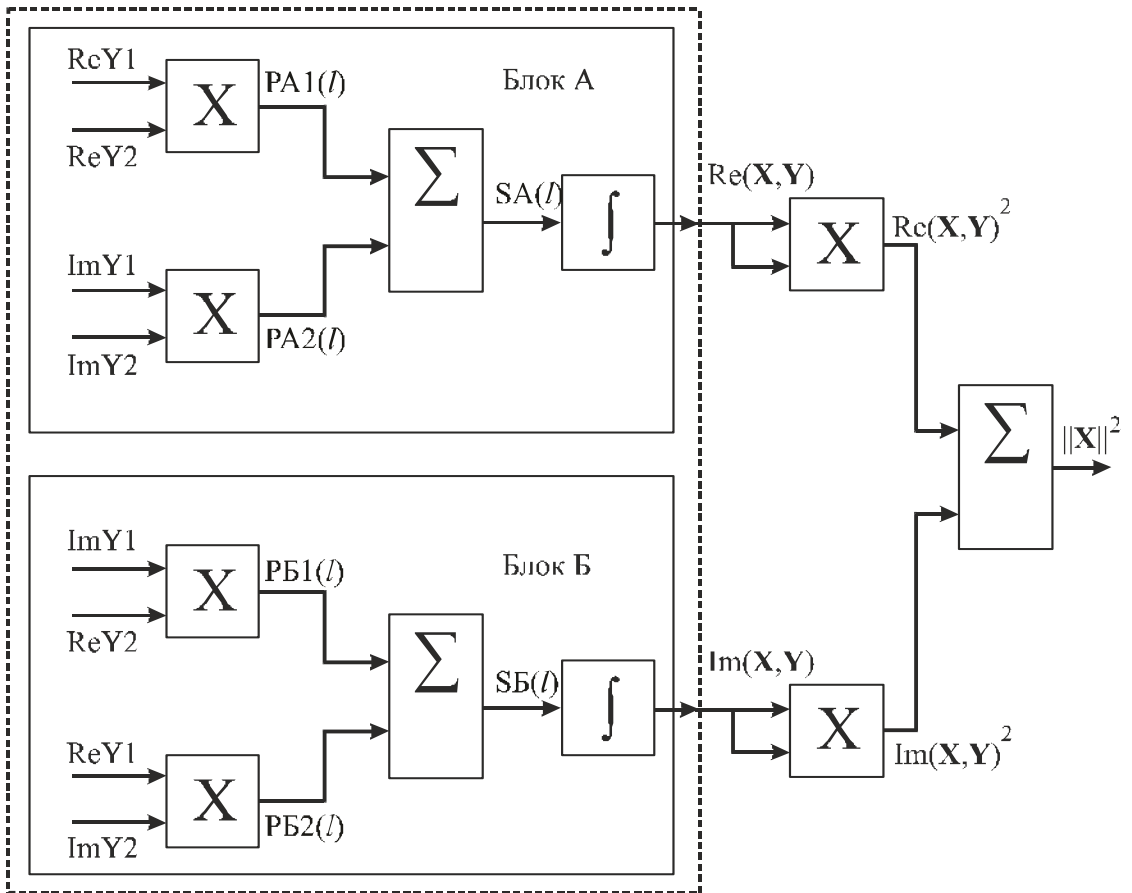


Рис. 6.22. Устройство для вычисления квадрата модуля НК

Вычисление квадрата нормы НК производится по схеме, представленной на рис. 6.22. После вычисления реальной и мнимой частей СП они возводятся в квадрат, а затем суммируются. Результат возведения в квадрат и сложения представлены на рис. 6.23.

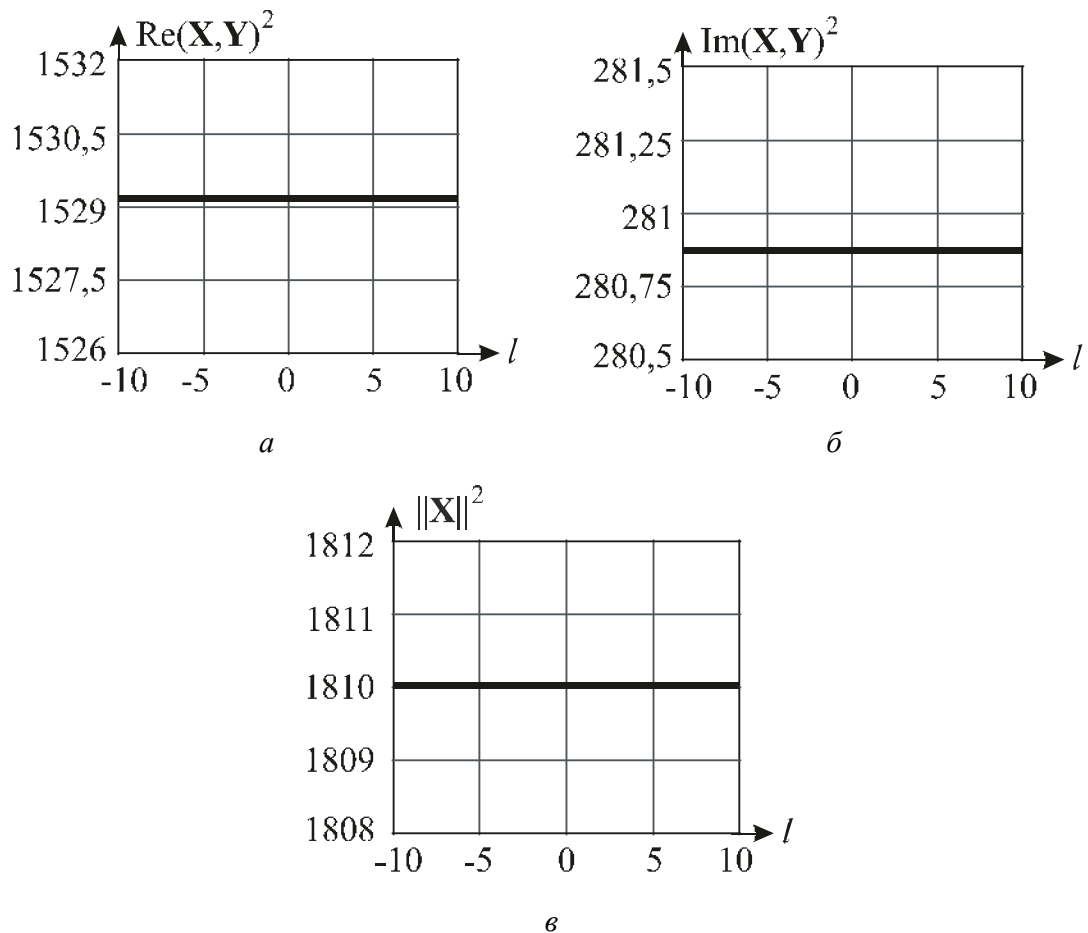


Рис. 6.23. Результаты этапов вычисления квадрата модуля НК

6.6. Выводы по главе 6

1. Разработаны математические модели контуров изображений объектов с геометрическими искажениями типа:

- параллелограмм,
- растяжение и сжатие по вертикали и горизонтали,
- диагональное,
- трапецеидальное.

Исследовано влияние геометрических искажений на спектры контуров изображений. Показано, что в результате геометрического искажения спектр контура изменяется в зависимости от вида геометрического искажения. В составе спектра ЭК, полученного в результате геометрического преобразования типа «параллелограмм», появляется дополнительная гармоника, а основная гармоника дополняется мнимой компонентой. При этом и мнимая компонента основной гармоники, и дополнительная гармоника имеют одинаковый уровень, зависящий от параметра λ .

2. Спектр ЭК, полученного в результате геометрического преобразования в виде изменения размеров, дополняется гармоникой, которой не было в спектре исходного контура до искажения. По сравнению со случаем геометрического преобразования типа «параллелограмм» дополнительная гармоника является чисто вещественной. Основная гармоника также дополняется вещественной компонентой. Дополнительная гармоника и вещественная компонента основной гармоники имеют одинаковый уровень, зависящий от параметра λ . При трапециидальном искажении к спектру исходного ЭК добавляется гармоника, уровень которой также определяется параметром λ . В зависимости от того, является эта гармоника чисто вещественной или мнимой определяется характер трапециидального искажения. В том случае если дополнительная компонента спектра мнимая – искажение в горизонтальной плоскости, а если компонента вещественная – искажение в вертикальной плоскости.

Также показано, что одновременно воздействие различных искажений может быть представлено в виде суммы моделей отдельных искажений.

3. Разработана структура системы оценки геометрических искажений контуров изображений. Предложен подход к оценке параметров геометрических искажений как многоэтапная процедура. Представлена структура базового блока оценки геометрических искажений контура.

4. Разработан гибридный аналогово-цифровой вычислительный комплекс для автоматизации процесса обработки и распознавания НК. Проведено моделирование устройства обработки НК изображений.

7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТИПА ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ИСКАЖЕНИЯ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ЗАДАННЫХ В КОМПЛЕКСНОЗНАЧНОМ ВИДЕ

7.1. Постановка задачи

Задачу определения типа ГИ сформулируем следующим образом. Пусть ДК $\mathbf{K} = \{\kappa(n)\}$, $n = 0, 1, \dots, s-1$ – эталонный контур исходного изображения заданный на комплексной плоскости полученный из НК. Набор искаженных контуров \mathbf{E}_Π , \mathbf{E}_{CB} , \mathbf{E}_{PB} , \mathbf{E}_{CG} , \mathbf{E}_{PG} , \mathbf{E}_{TG} и \mathbf{E}_{TB} получаем на основе ДК $\mathbf{K} = \{\kappa(n)\}$ путем добавления соответствующего ГИ, образуют базу эталонных контуров с различными ГИ, где:

$\mathbf{E}_\Pi = \{\kappa(n) + v_\Pi(n)\}$ – контур с ГИ параллелограмм,

$\mathbf{E}_{CB} = \{\kappa(n) + v_{CB}(n)\}$ – контур с ГИ сжатие по вертикали,

$\mathbf{E}_{PB} = \{\kappa(n) + v_{PB}(n)\}$ – контур с ГИ растяжение по вертикали,

$\mathbf{E}_{CG} = \{\kappa(n) + v_{CG}(n)\}$ – контур с ГИ сжатие по горизонтали,

$\mathbf{E}_{PG} = \{\kappa(n) + v_{PG}(n)\}$ – контур с ГИ растяжение по горизонтали,

$\mathbf{E}_{TB} = \{\kappa(n) + v_{TB}(n)\}$ – контур с ГИ трапецеидальное искажение в вертикальной плоскости,

$\mathbf{E}_{TI} = \{\kappa(n) + v_{TI}(n)\}$ – контур с ГИ трапецеидальное искажение в горизонтальной плоскости.

Пусть угол поворота φ и сдвиг начальной точки d контура определены и равны нулю. На вход устройства определения типа ГИ подается входной ДК $\mathbf{K}_1 = \{\kappa(n) + v(n)\}$ с ГИ. Задача определения типа ГИ сформулируем следующим образом: требуется принять обоснованное решение по отнесению входного контура к одному из эталонных. Для принятия решения будем находить максимальное значение НСП входного контура со всеми эталонными и принимать решение о типе и параметре ГИ.

$$\eta = \frac{(\mathbf{K}_1, \mathbf{E})}{\|\mathbf{K}_1\| \cdot \|\mathbf{E}\|} \quad (7.1.1)$$

7.2. Формирование базы искаженных контуров

Разработаны математические модели контуров с ГИ [86]:

ГИ типа параллелограмм

$$v_{\Pi}(n) = \gamma(n) + \lambda_H \sin\left(\frac{2\pi}{s} 3n\right), \quad n = 0, 1, \dots, s-1, \quad (7.2.1)$$

сжатие по вертикали

$$v_{CB}(n) = \gamma(n) - i \lambda_H \sin\left(\frac{2\pi}{s} n\right), \quad n = 0, 1, \dots, s-1, \quad (7.2.2)$$

сжатие по горизонтали

$$v_{CG}(n) = \gamma(n) - \lambda_H \cos\left(\frac{2\pi}{s} n\right), \quad n = 0, 1, \dots, s-1, \quad (7.2.3)$$

растяжение по вертикали

$$v_{PB}(n) = \gamma(n) + i \lambda_H \sin\left(\frac{2\pi}{s} n\right), \quad n = 0, 1, \dots, s-1, \quad (7.2.4)$$

растяжение по горизонтали

$$v_{PG}(n) = \gamma(n) + \lambda_H \cos\left(\frac{2\pi}{s} n\right), \quad n = 0, 1, \dots, s-1, \quad (7.2.5)$$

ГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости:

$$v_{TB}(n) = \gamma(n) + \lambda_H \exp\left(i \frac{2\pi}{s} 2n\right), \quad n = 0, 1, \dots, s-1, \quad (7.2.6)$$

ГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости

$$v_{TG}(n) = \gamma(n) + i \lambda_H \exp\left(i \frac{2\pi}{s} 2n\right), \quad n = 0, 1, \dots, s-1, \quad (7.2.7)$$

где λ_H – параметр геометрического искажения.

Пусть базовый контур: $\mathbf{K} = (8; -8i; -8; 8i)$. Его форма показана на рис. 7.1.

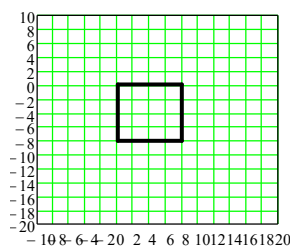


Рис. 7.1. Базовый контур **K**

На основе базового контура создаем набор эталонных контуров при различных ГИ. При этом ГИ объединим в группу вертикальных искажений (сжатие, растяжение) и горизонтальных искажений (сжатие, растяжение). Параметр ГИ λ_H изменяем от -7 до 7. Шаг изменения параметра ГИ $h = 1,166$. Сформирована база из 55 эталонных контуров по каждой группе искажений. На рис. 7.2. представлены примеры контуров с ГИ параллелограмм с различным параметром ГИ λ_H .

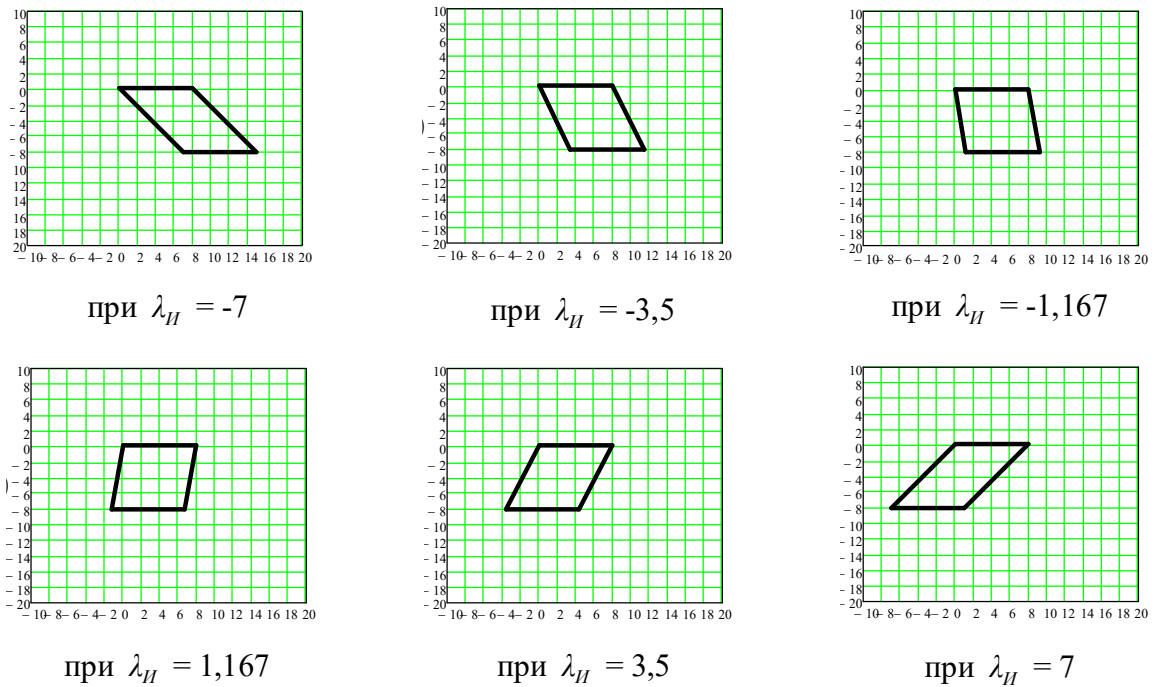


Рис. 7.2. ГИ типа параллелограмм

Пример: Пусть входной ДК $\mathbf{K}_1 = (8; -8i; -8; 8i)$. Произведем сравнение с эталонным ДК $\mathbf{E}_H(A = -7) = (8; 7 - 8i; -8; -7 + 8i)$. Найдем СП ДК \mathbf{K}_1 и \mathbf{E}_H :

$$(\mathbf{K}_1, \mathbf{E}_H) = (8 \cdot 8 + (-8) \cdot (7 - 8i) + (-8) \cdot (-8) + 8i \cdot (-7 + 8i)) = 256 + 112i.$$

Найдем нормы контуров \mathbf{K}_1 и \mathbf{E}_H :

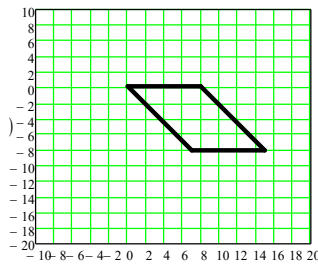
$$\|\mathbf{K}_1\| = \sqrt{\operatorname{Re} \kappa(n)^2 + \operatorname{Im} \kappa(n)^2} = \sqrt{8^2 + 8^2 + 8^2 + 8^2} = 16,$$

$$\|\mathbf{E}_H\| = \sqrt{8^2 + 7^2 + (-8)^2 + (-8)^2 + (-7)^2 + 8^2} = 18,815.$$

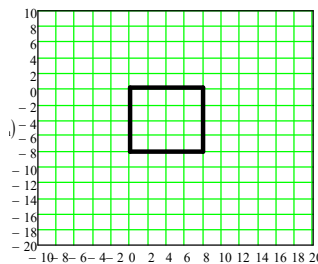
НСП:

$$\eta = \frac{(\mathbf{K}_1, \mathbf{E})}{\|\mathbf{K}_1\| \cdot \|\mathbf{E}\|} = \frac{|256 + 112i|}{16 \cdot 18,815} = 0,928.$$

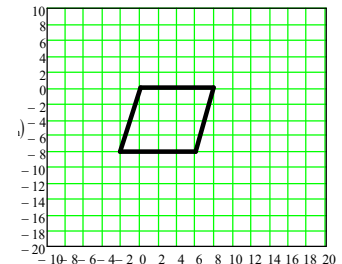
В качестве примера рассмотрим поиск эталона с ГИ параллелограмм. Зададим входные ДК $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \mathbf{K}_3, \mathbf{K}_4, \mathbf{K}_5$ с параметрами ГИ λ_H равными -7, 0, 2, 4, 7 (рис. 7.3).



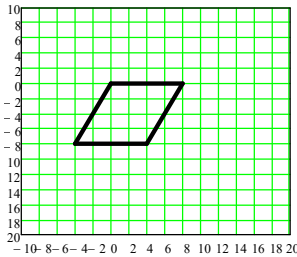
а) $\lambda_H = -7$



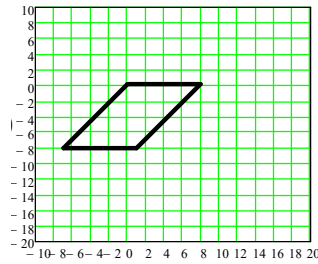
б) $\lambda_H = 0$



в) $\lambda_H = 2$



г) $\lambda_H = 4$



д) $\lambda_H = 7$

Рис. 7.3. Входные контуры: а – контур \mathbf{K}_1 , б – контур \mathbf{K}_2 , в – контур \mathbf{K}_3 , г – контур \mathbf{K}_4 и д – контур \mathbf{K}_5

Результаты определения типа и параметров ГИ представлены в табл. 7.1 – 7.5. Столбцы 1 – 5 задают тип ГИ: 1 – искажение типа параллелограмм; 2 – искажение сжатие ($\lambda_H < 0$) растяжение ($\lambda_H > 0$) по вертикали; 3 – искажение сжатие ($\lambda_H < 0$) растяжение ($\lambda_H > 0$) по горизонтали; 4 – трапецеидальное ГИ в горизонтальной плоскости; 5 – трапецеидальное ГИ в вертикальной плоскости.

НСП входного контура \mathbf{K}_1 с параметром ГИ $\lambda_{II} = -7$

Номер эталона	Параметр искажения λ_{II}	1	2	3	4	5
		E_{II}	E_{CB} E_{PB}	E_{CG} E_{PG}	E_{TG}	E_{TB}
1	-7,000	1	0,9367	0,8504	0,6986	0,6986
2	-5,833	0,9985	0,9394	0,8955	0,75	0,75
3	-4,667	0,9934	0,9413	0,9242	0,8018	0,8018
4	-3,500	0,9841	0,9419	0,9386	0,8504	0,8504
5	-2,333	0,97	0,9406	0,9418	0,8911	0,8911
6	-1,167	0,9513	0,9365	0,9374	0,9185	0,9185
7	0,000	0,9282	0,9282	0,9282	0,9282	0,9282
8	1,167	0,902	0,9141	0,9163	0,9185	0,9185
9	2,333	0,874	0,8917	0,903	0,8911	0,8911
10	3,500	0,846	0,8586	0,8893	0,8504	0,8504
11	4,667	0,8194	0,812	0,8758	0,8018	0,8018
12	5,833	0,7953	0,7503	0,8628	0,75	0,75
13	7,000	0,7743	0,6744	0,8504	0,6986	0,6986

НСП входного контура K_2 с параметром ГИ $\lambda_H = 0$

Номер эталона	Параметр искажения λ_H	1	2	3	4	5
		E_{II}	E_{CB} E_{PB}	E_{CG} E_{PG}	E_{TG}	E_{TB}
1	-7,000	0,928	0,957	0,789	0,753	0,753
2	-5,833	0,946	0,966	0,867	0,808	0,808
3	-4,667	0,963	0,975	0,925	0,864	0,864
4	-3,500	0,978	0,984	0,963	0,916	0,916
5	-2,333	0,99	0,992	0,986	0,96	0,96
6	-1,167	0,997	0,998	0,997	0,99	0,99
7	0,000	1	1	1	1	1
8	1,167	0,997	0,997	0,998	0,99	0,99
9	2,333	0,99	0,986	0,992	0,96	0,96
10	3,500	0,978	0,963	0,984	0,916	0,916
11	4,667	0,963	0,925	0,975	0,864	0,864
12	5,833	0,946	0,867	0,966	0,808	0,808
13	7,000	0,928	0,789	0,957	0,753	0,753

Табл. 7.3

НСП входного контура K_3 с параметром ГИ $\lambda_H = 2$

Номер эталона	Параметр искажения λ_H	1	2	3	4	5
		E_{II}	E_{CB} E_{PB}	E_{CG} E_{PG}	E_{TG}	E_{TB}
1	-7,000	0,882	0,955	0,796	0,747	0,747
2	-5,833	0,904	0,963	0,87	0,802	0,802
3	-4,667	0,925	0,972	0,925	0,857	0,857
4	-3,500	0,946	0,98	0,96	0,909	0,909
5	-2,333	0,965	0,987	0,981	0,953	0,953
6	-1,167	0,981	0,991	0,991	0,982	0,982
7	0,000	0,992	0,992	0,992	0,992	0,992
8	1,167	0,999	0,988	0,989	0,982	0,982
9	2,333	1	0,976	0,983	0,953	0,953
10	3,500	0,996	0,952	0,974	0,909	0,909
11	4,667	0,988	0,913	0,965	0,857	0,857
12	5,833	0,978	0,855	0,955	0,802	0,802
13	7,000	0,965	0,778	0,946	0,747	0,747

НСП входного контура K_4 с параметром ГИ $\lambda_{II} = 4$

Номер эталона	Параметр искажения λ_{II}	1	2	3	4	5
		E_{II}	E_{CB} E_{PB}	E_{CG} E_{PG}	E_{TG}	E_{TB}
1	-7,000	0,834	0,949	0,814	0,731	0,731
2	-5,833	0,857	0,955	0,879	0,785	0,785
3	-4,667	0,882	0,962	0,925	0,839	0,839
4	-3,500	0,907	0,967	0,953	0,89	0,89
5	-2,333	0,931	0,972	0,968	0,933	0,933
6	-1,167	0,953	0,974	0,973	0,962	0,962
7	0,000	0,972	0,972	0,972	0,972	0,972
8	1,167	0,986	0,965	0,966	0,962	0,962
9	2,333	0,995	0,949	0,957	0,933	0,933
10	3,500	1	0,922	0,947	0,89	0,89
11	4,667	0,999	0,881	0,937	0,839	0,839
12	5,833	0,995	0,822	0,926	0,785	0,785
13	7,000	0,989	0,745	0,915	0,731	0,731

Табл. 7.5

НСП входного контура K_5 с параметром ГИ $\lambda_{II} = 7$

Номер эталона	Параметр искажения λ_{II}	1	2	3	4	5
		E_{II}	E_{CB} E_{PB}	E_{CG} E_{PG}	E_{TG}	E_{TB}
1	-7,000	0,774	0,937	0,85	0,699	0,699
2	-5,833	0,795	0,939	0,896	0,75	0,75
3	-4,667	0,819	0,941	0,924	0,802	0,802
4	-3,500	0,846	0,942	0,939	0,85	0,85
5	-2,333	0,874	0,941	0,942	0,891	0,891
6	-1,167	0,902	0,936	0,937	0,918	0,918
7	0,000	0,928	0,928	0,928	0,928	0,928
8	1,167	0,951	0,914	0,916	0,918	0,918
9	2,333	0,97	0,892	0,903	0,891	0,891
10	3,500	0,984	0,859	0,889	0,85	0,85
11	4,667	0,993	0,812	0,876	0,802	0,802
12	5,833	0,998	0,75	0,863	0,75	0,75
13	7,000	1	0,674	0,85	0,699	0,699

7.3. Исследование влияния шума на вероятность определения класса ГИ

Исследуем вероятности правильного определения параметра ГИ от СКО шума. При этом количество базовых эталонных контуров будет вариативной величиной, а именно 3, 5 и 7. Для устранения влияния энергетического фактора наблюдаемый входной контур будет нормироваться. Разработан алгоритм оценки «простых» искажений.

Входные данные:

- входной наблюдаемый контур \mathbf{K}_1 ;
- набор эталонных контуров $\mathbf{E} = \{k(n) + v(n)\}$ (3, 5 или 7 контуров);
- номер распознаваемого класса контура m ;
- МО шумовых отчетов контура равно нулю.

НАЧАЛО

Шаг 1. Нормировка наблюдаемого контура \mathbf{K}_1 ;

Шаг 2. Задание отношения сигнал/шум и вычисление СКО флуктуационного шума σ ;

Шаг 3. Формировка зашумленного контура

$$\mathbf{N} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{Z},$$

где $\mathbf{Z} = \{\xi(n)\}_{0,s-1}$ – шумовой контур с заданными случайными отчетами контура с отношением сигнал/шум σ ;

Шаг 4. Вычисление СП между входным наблюдаемым контуром \mathbf{N} и i -ым эталонным контуром \mathbf{E} ;

Шаг 5. Определение принадлежности к i -ому классу эталонного контура \mathbf{E} по максимальному значению АП;

Шаг 6. Повторение шагов 3-5 не менее 1000 раз;

Шаг 7. Вычисление вероятности правильного принятия решения p ;

Шаг 8. Изменение отношения сигнал/шум σ и повторение шагов 2-7;

Шаг 9. Построение зависимости правильного принятия решения от заданного отношения СКО флуктуационного шума σ в наблюдаемом контуре \mathbf{K}_1 ;

Шаг 10. Повторение шагов 1-9 для всех наблюдаемых контуров из базы эталонов.

ОКОНЧАНИЕ

Произведено исследование для всех типов ГИ. Зададим три эталонных контура $\mathbf{E}_1(-7)$, $\mathbf{E}_2(0)$ и $\mathbf{E}_3(7)$ и три наблюдаемых входных контура $\mathbf{N}_1(-7)$, $\mathbf{N}_2(0)$ и $\mathbf{N}_3(7)$, где значение в скобках – параметр ГИ λ_{II} типа параллелограмм. На рис. 7.4 – 7.6 приведены зависимости правильного определения класса эталона от отношения СКО флуктуационного шума на входе системы оценки ГИ для 3, 5 и 7 эталонных контуров.

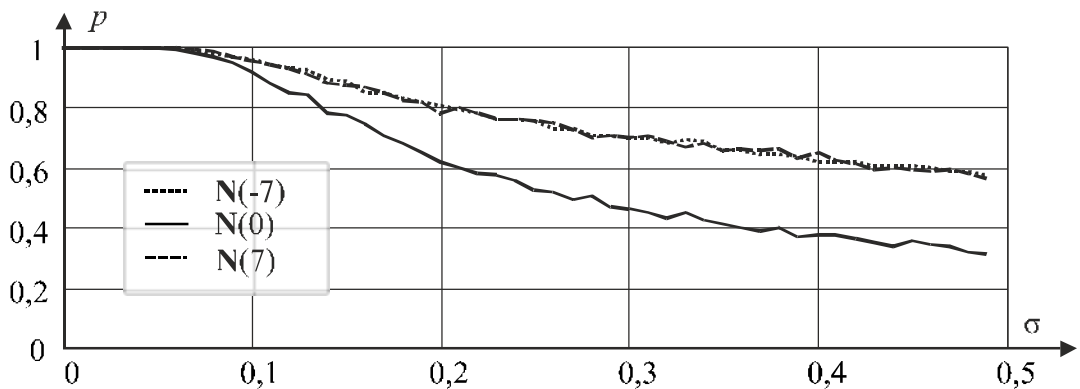


Рис. 7.4. Вероятность правильного определения параметра ГИ типа параллелограмм (3 базовых эталонных контура)

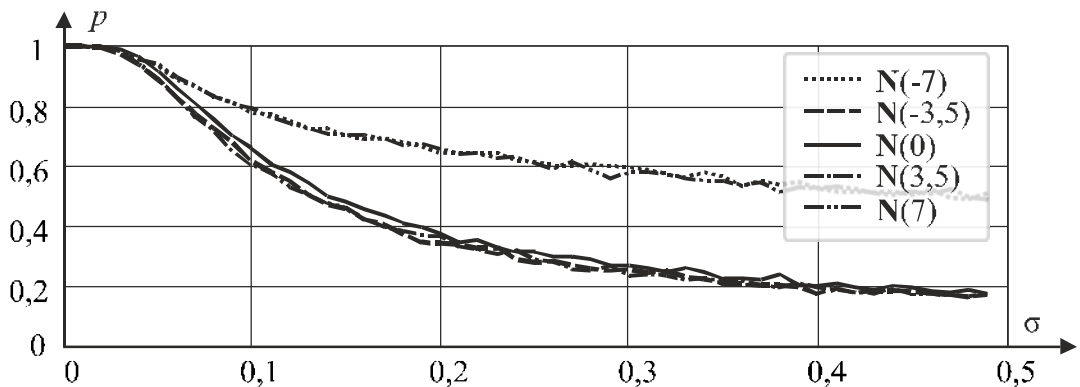


Рис. 7.5. Вероятность правильного определения параметра ГИ типа параллелограмм (5 базовых эталонных контура)

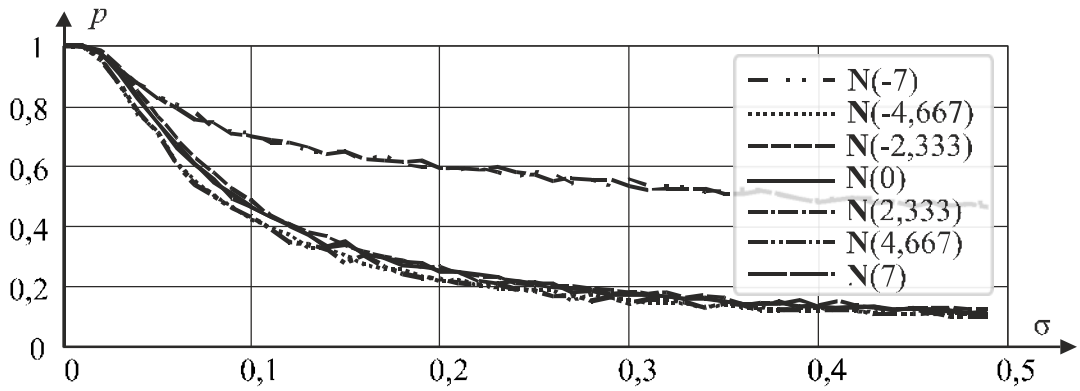


Рис. 7.6. Вероятность правильного определения параметра ГИ типа параллелограмм (7 базовых эталонных контура)

Вероятность правильного принятия решения о типе геометрического искажения с увеличением количества эталонных контуров снижается. Например, при отношении СКО флуктуационного шума $\sigma = 0,2$, для наблюдаемого контура $N(-7)$ с геометрическим искажением $\lambda_{II} = -7$, получим:

- 3 эталонных контура – $p = 0,8$;
- 5 эталонных контуров – $p = 0,65$;
- 7 эталонных контуров – $p = 0,6$.

На рис. 7.7 представлена зависимость вероятности правильного определения параметра ГИ от отношения СКО флуктуационного шума при 3, 5, 7 базовых эталонных контурах при наблюдаемом контуре $N(-7)$.

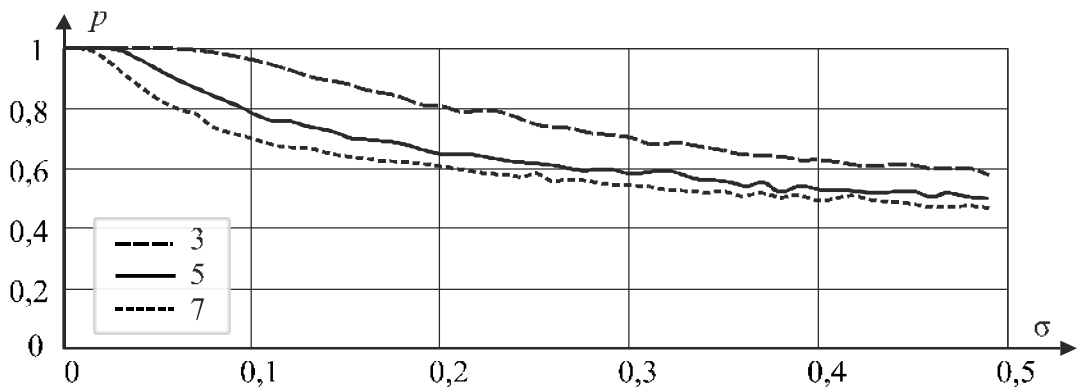


Рис. 7.7. Вероятность правильного определения параметра ГИ при 3, 5, 7 базовых эталонных контурах; на входе контур $N(-7)$

На рис. 7.8 – 7.11 приведены зависимости вероятности правильного определения ГИ «сжатие-растяжение по вертикали» от отношения сигнал шум для 3, 5 и 7 эталонных контуров.

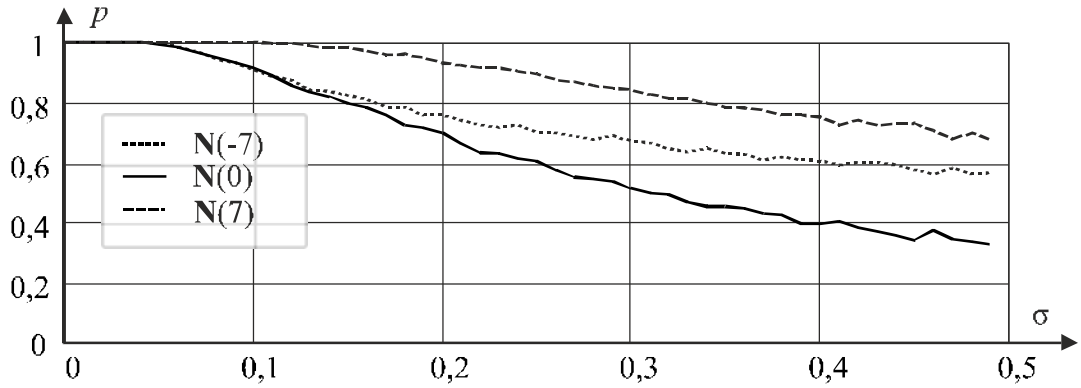


Рис. 7.8. Вероятность правильного определения параметра ГИ «сжатие-растяжение по вертикали» (3 базовых эталонных контура); на входе контуры $N(-7)$, $N(0)$, $N(7)$

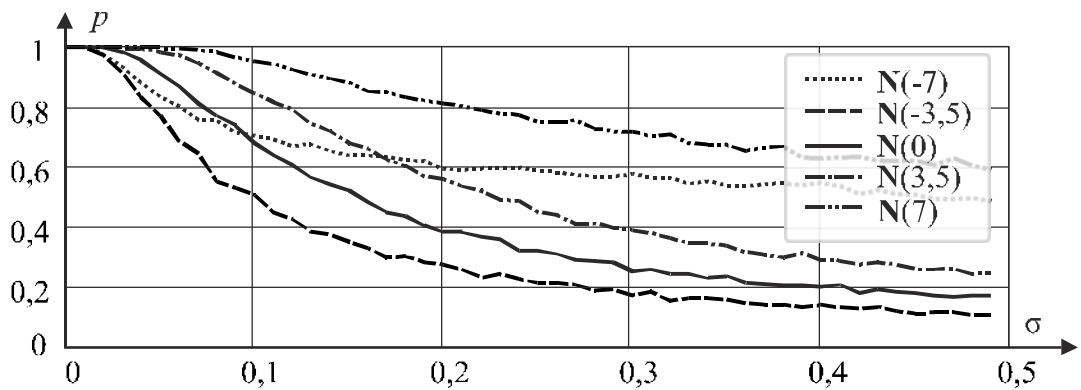


Рис. 7.9. Вероятность правильного определения параметра ГИ «сжатие-растяжение по вертикали» (5 базовых эталонных контура); на входе контуры $N(-7)$, $N(-3,5)$, $N(0)$, $N(3,5)$, $N(7)$

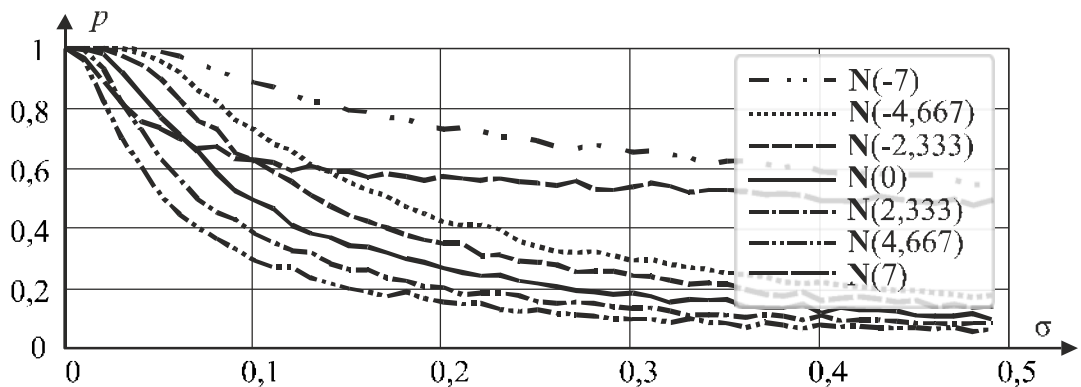


Рис. 7.10. Вероятность правильного определения параметра ГИ «сжатие-растяжение по вертикали» (7 базовых эталонных контура); на входе контуры $N(-7)$, $N(-4,667)$, $N(-2,333)$, $N(0)$, $N(2,333)$, $N(4,667)$, $N(7)$

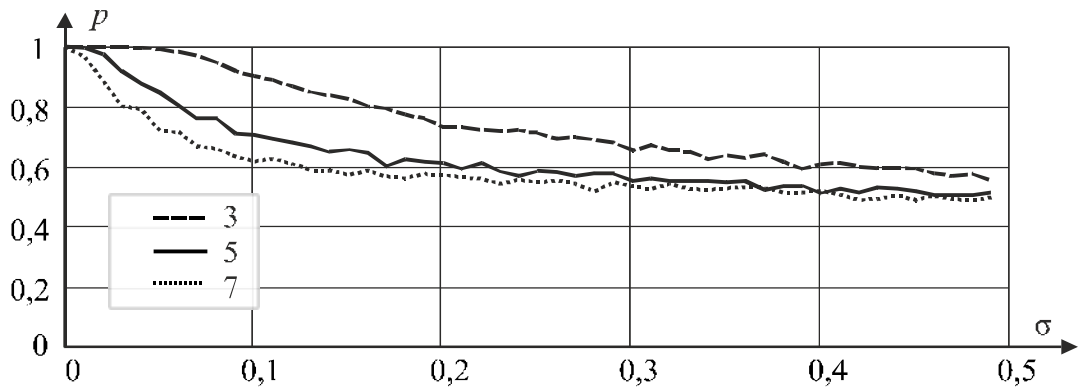


Рис. 7.11. Вероятность правильного определения параметра ГИ «сжатие-растяжение по вертикали» для 3, 5, 7 базовых эталонных контуров; на входе контур $N(-7)$.

На рис. 7.12 – 7.15 приведены зависимости вероятности правильного определения ГИ «сжатие-растяжение по горизонтали» от отношения сигнал шум для 3, 5 и 7 эталонных контуров.

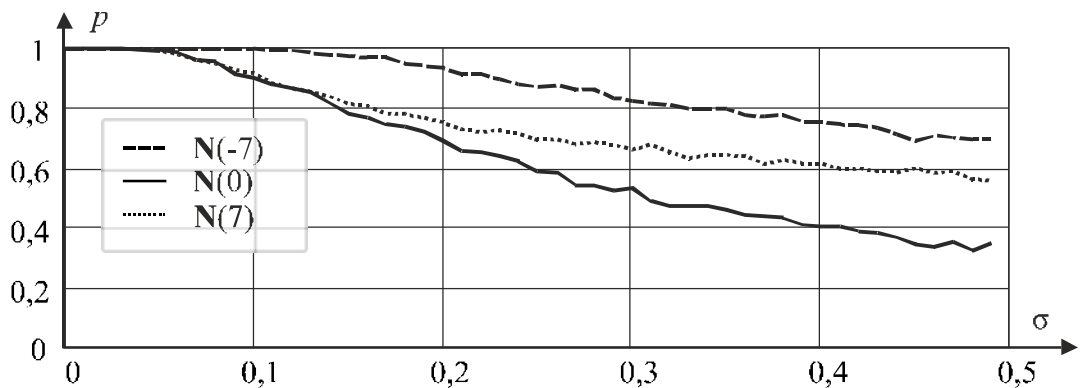


Рис. 7.12. Вероятность правильного определения параметра ГИ «сжатие-растяжение по горизонтали» (3 базовых эталонных контура); на входе $N(-7)$, $N(0)$, $N(7)$

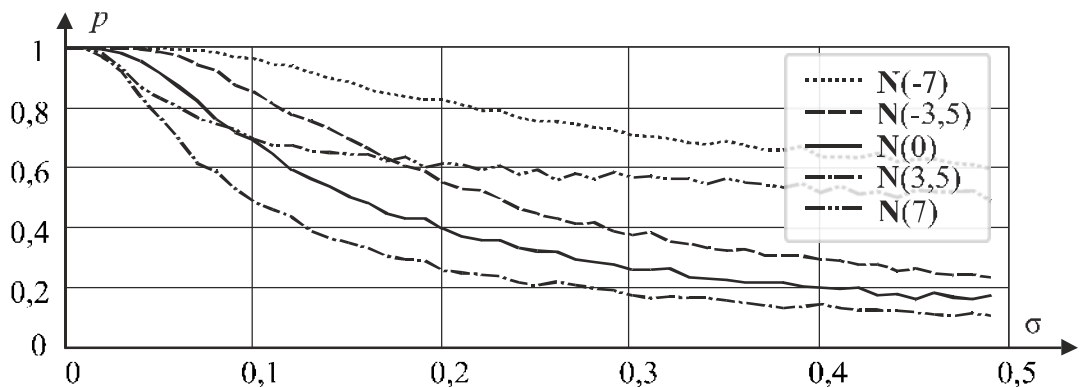


Рис. 7.13. Вероятность правильного определения параметра ГИ «сжатие-растяжение по горизонтали» (5 базовых эталонных контура); на входе $N(-7)$, $N(-3,5)$, $N(0)$, $N(3,5)$, $N(7)$

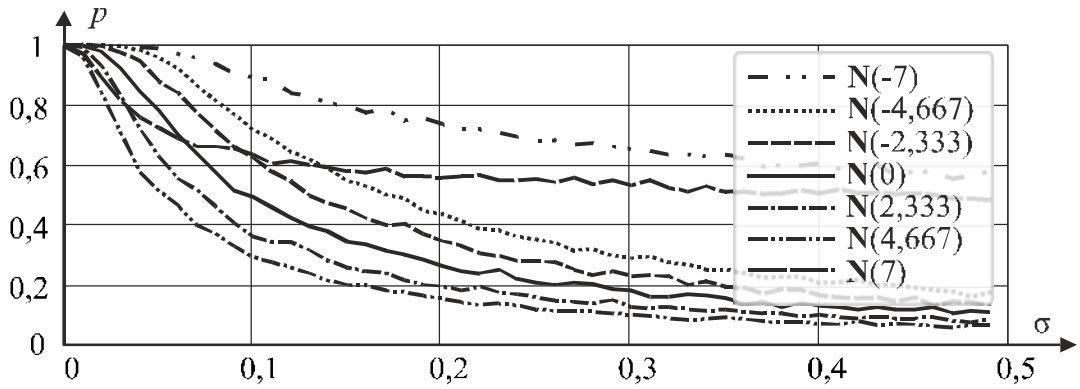


Рис. 7.14. Вероятность правильного определения параметра ГИ «сжатие-растяжение по горизонтали» (7 базовых эталонных контура); на входе $N(-7)$, $N(-4,667)$, $N(-2,333)$, $N(0)$, $N(2,333)$, $N(4,667)$, $N(7)$

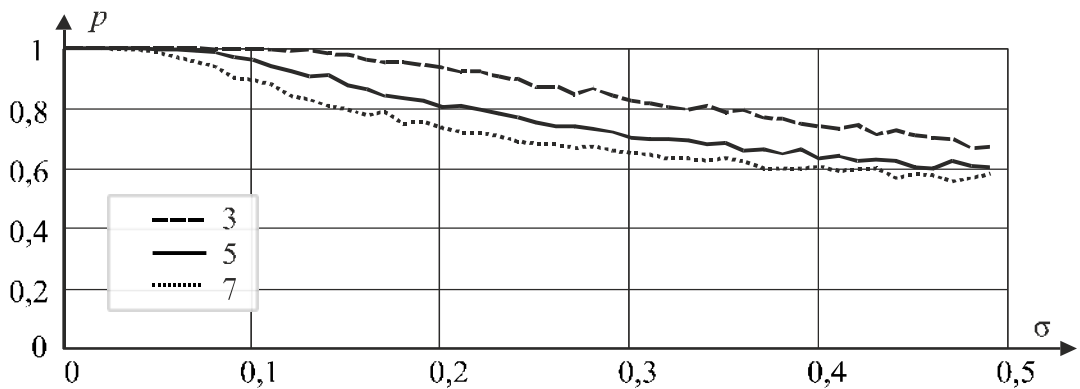


Рис. 7.15. Вероятность правильного определения параметра ГИ «сжатие-растяжение по горизонтали» для 3, 5, 7 базовых эталонных контуров; на входе $N(-7)$

На рис. 7.16 – 7.19 приведены зависимости вероятности правильного определения ГИ «трапецеидальное искажение в вертикальной плоскости» от отношения сигнал шум для 3, 5 и 7 эталонных контуров.

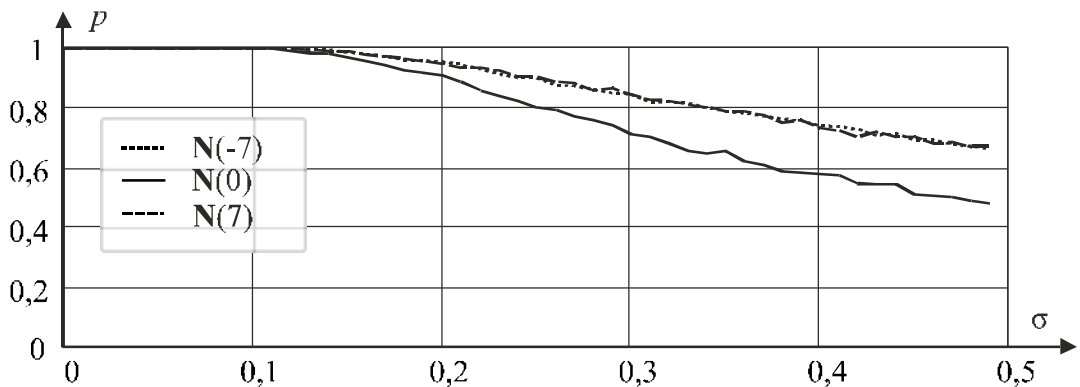


Рис. 7.16. Вероятность правильного определения параметра ГИ «трапецеидальное искажение в вертикальной плоскости» (3 базовых эталонных контура); на входе $N(-7)$, $N(0)$, $N(7)$

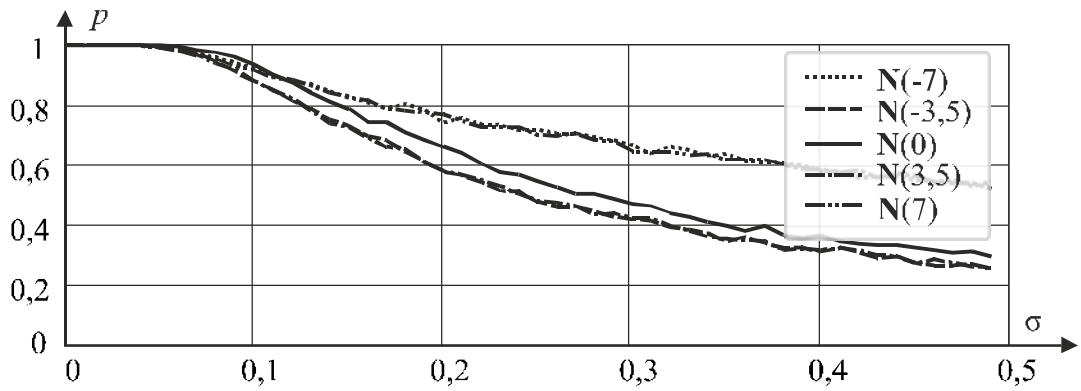


Рис. 7.17. Вероятность правильного определения параметра ГИ «трапецеидальное искажение в вертикальной плоскости» (5 базовых эталонных контура); на входе $N(-7)$, $N(-3,5)$, $N(0)$, $N(3,5)$, $N(7)$

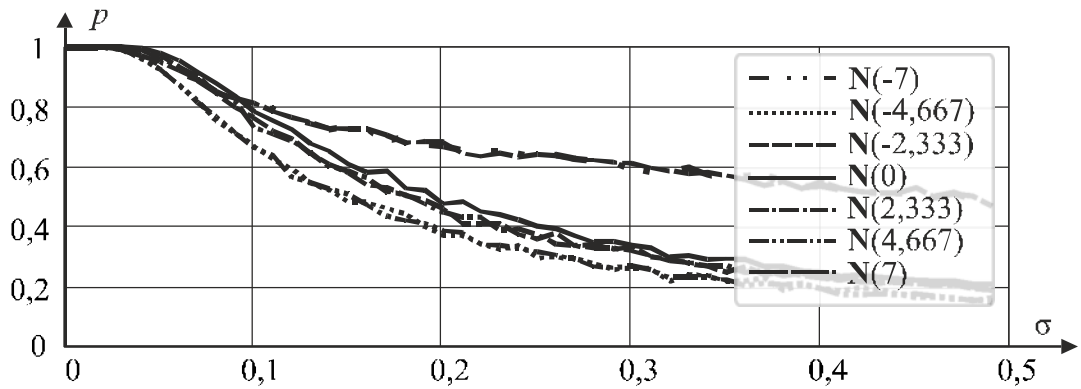


Рис. 7.18. Вероятность правильного определения параметра ГИ «трапецеидальное искажение в вертикальной плоскости» (7 базовых эталонных контура); на входе $N(-7)$, $N(-4,667)$, $N(-2,333)$, $N(0)$, $N(2,333)$, $N(4,667)$, $N(7)$

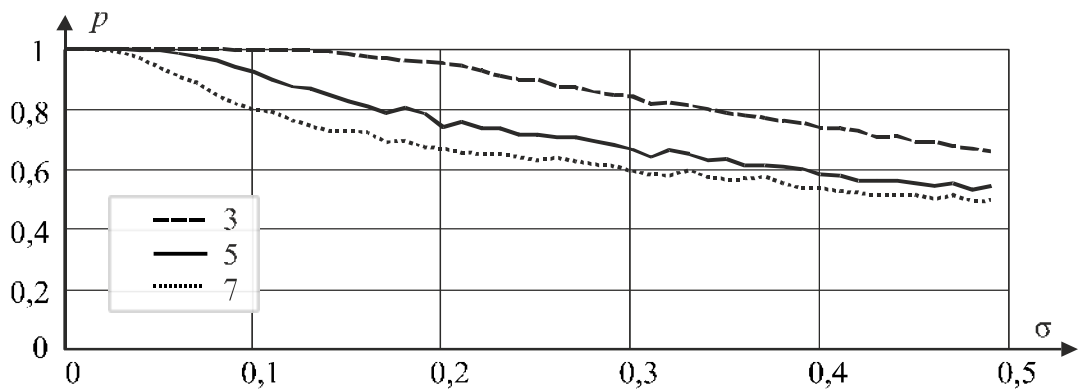


Рис. 7.19. Вероятность правильного определения параметра ГИ «трапецеидальное искажение в вертикальной плоскости» для 3, 5, 7 базовых эталонных контуров; на входе $N(-7)$

На рис. 7.20 – 7.23 приведены зависимости вероятности правильного определения ГИ «трапецеидальное искажение в горизонтальной плоскости» от отношения сигнал шум для 3, 5 и 7 эталонных контуров.

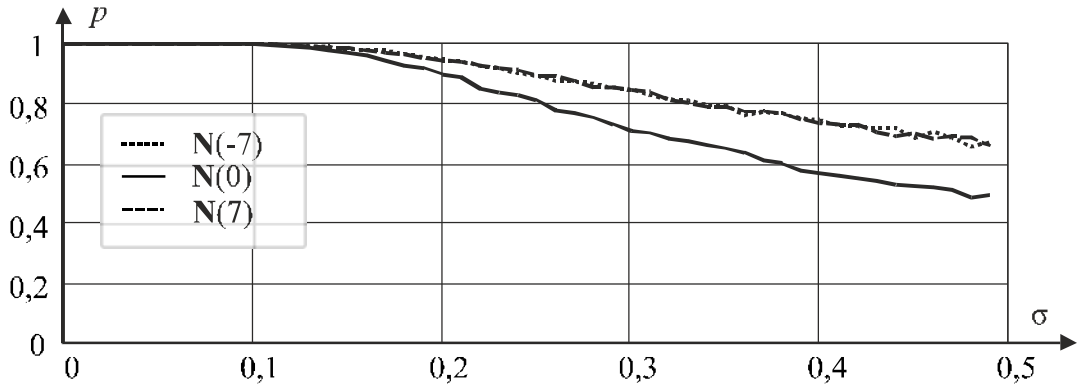


Рис. 7.20. Вероятности правильного определения параметра ГИ «трапецеидальное искажение в горизонтальной плоскости» (3 базовых эталонных контура); на входе $N(-7)$, $N(0)$, $N(7)$

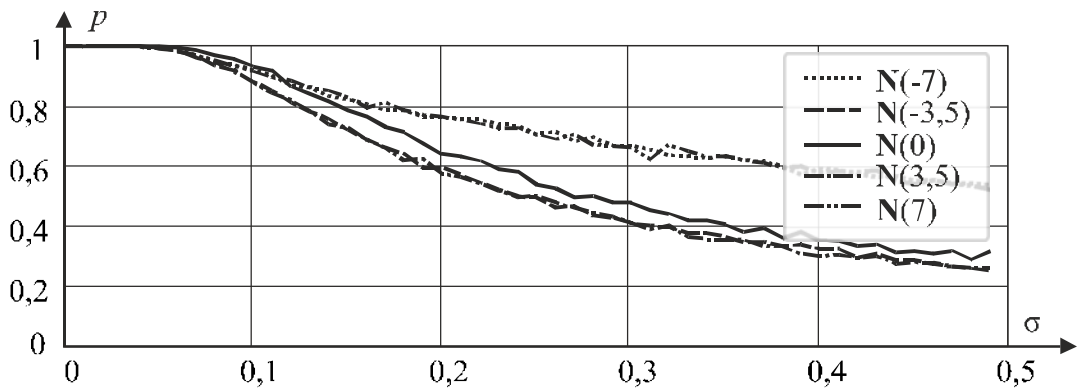


Рис. 7.21. Вероятности правильного определения параметра ГИ «трапецеидальное искажение в горизонтальной плоскости» (5 базовых эталонных контура); на входе $N(-7)$, $N(-3,5)$, $N(0)$, $N(3,5)$, $N(7)$

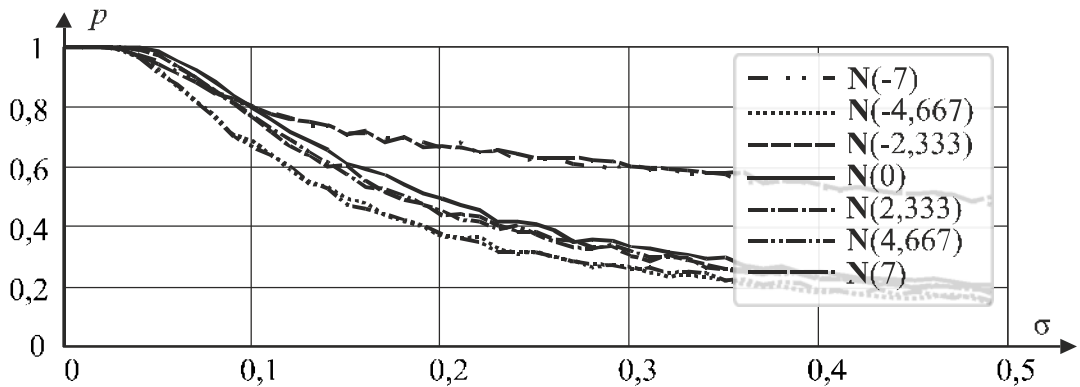


Рис. 7.22. Вероятности правильного определения параметра ГИ «трапецеидальное искажение в горизонтальной плоскости» (7 базовых эталонных контура); на входе $N(-7)$, $N(-4,667)$, $N(-2,333)$, $N(0)$, $N(2,333)$, $N(4,667)$, $N(7)$

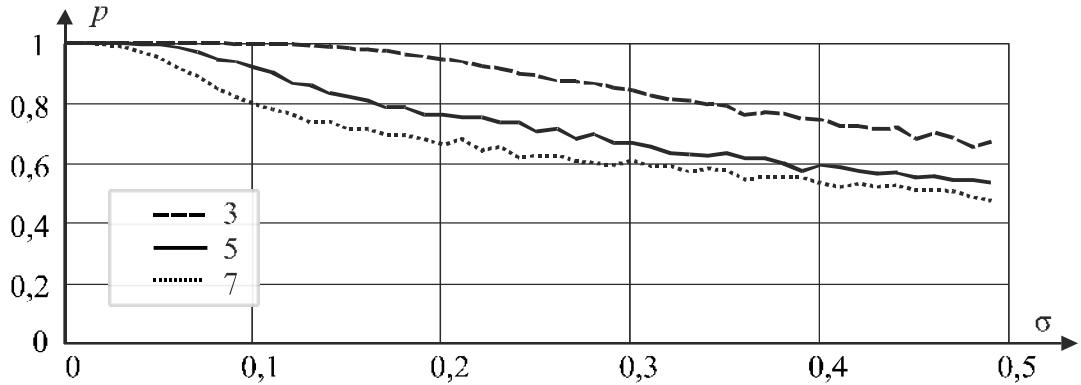


Рис. 7.23. Вероятность правильного определения параметра ГИ «трапецеидальное искажение в горизонтальной плоскости» для 3, 5, 7 базовых эталонных контуров; на входе $N(-7)$

Анализируя полученные зависимости можно сделать следующие выводы.

1. С увеличением количества эталонных контуров в системе оценки типа ГИ, вероятность правильного принятия решения о типе ГИ падает для всех типов «простых» геометрических искажений.
2. Для искажений «сжатие-растяжение по вертикали» и «сжатие-растяжение по горизонтали» зависимости при парных параметрах λ_{II} ГИ (при $\lambda_{II} = -7$ и 7 ; $-4,667$ и $4,667$; $-3,5$ и $3,5$; $-2,333$ и $2,333$) происходит зеркальные отражения графиков по парным параметрам λ_{II} . Также при парных параметрах λ (-7 и 7 ; $-4,667$ и $4,667$; $-3,5$ и $3,5$; $-2,333$ и $2,333$) графики распознавания разнятся, что не наблюдается на других типах искажений.
3. ГИ «типа параллелограмм», «трапецеидальное искажение в вертикальной плоскости», «трапецеидальное искажение в горизонтальной плоскости» парные параметры геометрических искажений λ_{II} (-7 и 7 ; $-4,667$ и $4,667$; $-3,5$ и $3,5$; $-2,333$ и $2,333$) зависимости правильного определения ГИ изменяются по одинаковому закону.

7.4. Оценка сложных искажений контуров изображений

Под сложными ГИ (СГИ) будем понимать ситуации, когда на контур наложено два и более «простого» ГИ. Для случаев воздействия двух ГИ эталонный $\mathbf{E}(\lambda_1, \lambda_2)$ и наблюдаемый $\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2)$ контуры зависят от двух параметров λ_1 и λ_2 , где λ_1 – параметр первого ГИ, λ_2 – второго ГИ. Математические модели искаженных контуров:

– СГИ параллелограмм – сжатие растяжение по вертикали

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{\Pi}(n, \lambda_1) + v_{CPB}(n, \lambda_2), \quad (7.4.1)$$

– СГИ параллелограмм – сжатие растяжение по горизонтали

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{\Pi}(n, \lambda_1) + v_{CPГ}(n, \lambda_2), \quad (7.4.2)$$

– СГИ параллелограмм – трапецеидальное в вертикальной плоскости

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{\Pi}(n, \lambda_1) + v_{TB}(n, \lambda_2), \quad (7.4.3)$$

– СГИ параллелограмм – трапецеидальное в горизонтальной плоскости

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{\Pi}(n, \lambda_1) + v_{TG}(n, \lambda_2), \quad (7.4.4)$$

– СГИ сжатие растяжение по вертикали – параллелограмм

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{CPB}(n, \lambda_1) + v_{\Pi}(n, \lambda_2), \quad (7.4.5)$$

– СГИ сжатие растяжение по вертикали – сжатие растяжение по горизонтали

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{CPB}(n, \lambda_1) + v_{CPГ}(n, \lambda_2), \quad (7.4.6)$$

– СГИ сжатие растяжение по вертикали – трапецеидальное в вертикальной плоскости

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{CPB}(n, \lambda_1) + v_{TB}(n, \lambda_2), \quad (7.4.7)$$

– СГИ сжатие растяжение по вертикали – трапецеидальное в горизонтальной плоскости

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{CPB}(n, \lambda_1) + v_{TG}(n, \lambda_2), \quad (7.4.8)$$

– СГИ сжатие растяжение по горизонтали – параллелограмм

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{CPГ}(n, \lambda_1) + v_{\Pi}(n, \lambda_2), \quad (7.4.9)$$

– СГИ сжатие растяжение по горизонтали – сжатие растяжение по вертикали

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{CPГ}(n, \lambda_1) + v_{CPB}(n, \lambda_2), \quad (7.4.10)$$

– СГИ сжатие растяжение по горизонтали – трапецеидальное в вертикальной плоскости

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{CPG}(n, \lambda_1) + v_{TB}(n, \lambda_2), \quad (7.4.11)$$

– СГИ сжатие растяжение по горизонтали – трапецеидальное в горизонтальной плоскости

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{CPG}(n, \lambda_1) + v_{TG}(n, \lambda_2), \quad (7.4.12)$$

– СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости –параллелограмм

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{TB}(n, \lambda_1) + v_{\Pi}(n, \lambda_2), \quad (7.4.13)$$

– СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости – сжатие растяжение по вертикали

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{TB}(n, \lambda_1) + v_{CPB}(n, \lambda_2), \quad (7.4.14)$$

– СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости - сжатие растяжение по горизонтали

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{TB}(n, \lambda_1) + v_{CPG}(n, \lambda_2), \quad (7.4.15)$$

– СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости – трапецеидальное в горизонтальной плоскости

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{TB}(n, \lambda_1) + v_{TG}(n, \lambda_2), \quad (7.4.16)$$

– СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости –параллелограмм

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{TG}(n, \lambda_1) + v_{\Pi}(n, \lambda_2), \quad (7.4.17)$$

– СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости – сжатие растяжение по вертикали

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{TG}(n, \lambda_1) + v_{CPB}(n, \lambda_2), \quad (7.4.18)$$

– СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости –сжатие растяжение по горизонтали

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{TG}(n, \lambda_1) + v_{CPG}(n, \lambda_2), \quad (7.4.19)$$

– СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости – трапецеидальное в вертикальной плоскости

$$\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2) = v_{TG}(n, \lambda_1) + v_{TB}(n, \lambda_2), \quad (7.4.20)$$

где $v_{\Pi}(n, \lambda_i) = \gamma(n) + \lambda_i \sin\left(\frac{2\pi}{s} 3n\right)$ – ГИ параллелограмм,

$v_{CPB}(n, \lambda_i) = \gamma(n) \mp i \lambda_i \sin\left(\frac{2\pi}{s} n\right)$ – ГИ сжатие растяжение по вертикали,

$v_{CPG}(n, \lambda_i) = \gamma(n) - \lambda_i \cos\left(\frac{2\pi}{s} n\right)$ – ГИ сжатие растяжение по горизонтали,

$v_{TB}(n, \lambda_i) = \gamma(n) + \lambda_i \exp\left(i \frac{2\pi}{s} 2n\right)$ – ГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости,

$v_{TG}(n, \lambda_i) = \gamma(n) + i \lambda_i \exp\left(i \frac{2\pi}{s} 2n\right)$ – ГИ трапецеидальное в горизонтальной

плоскости: группа «простых» ГИ с независимым λ_i – параметром ГИ.

На основе исходного контура создан набор эталонных контуров $\mathbf{E}(\lambda_1, \lambda_2)$ при двух различных СГИ. Произведено исследование для комбинаций пар ГИ. Для построения базы эталонных контуров зафиксирован параметр λ_1 и варьируется параметр λ_2 .

Постановка задачи исследования. На вход системы определения ГИ поступает зашумленный искаженный контур $\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2)$, где λ_1 и λ_2 параметры СГИ. Необходимо найти НСП искаженного контура $\mathbf{N}(\lambda_1, \lambda_2)$ и эталонного контура $\mathbf{E}(\lambda_1, \lambda_2)$ и по его максимальному значению принять обоснованное решение о типе ГИ.

На рис. 7.24 – 7.27 представлены зависимости вероятностей определения СГИ параллелограмм-сжатие растяжение по вертикали от отношения СКО флуктуационного шума σ .

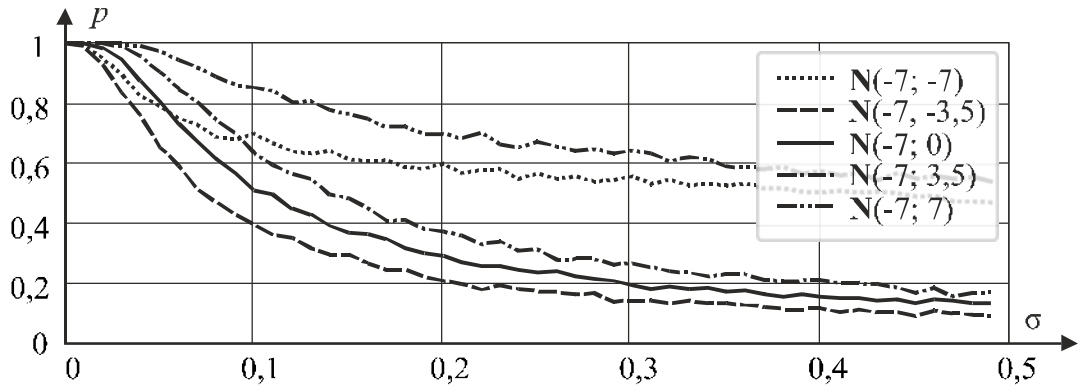


Рис. 7.24. СГИ параллелограмм-сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3.5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3.5)$; $N(-7;7)$

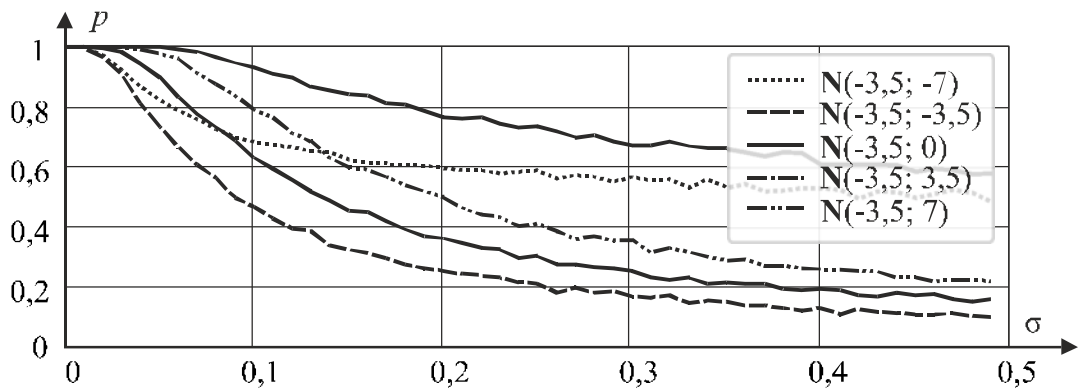


Рис. 7.25. СГИ параллелограмм-сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(-3.5;-7)$, $N(-3.5;-3.5)$; $N(-3.5;0)$; $N(-3.5;3.5)$; $N(-3.5;7)$

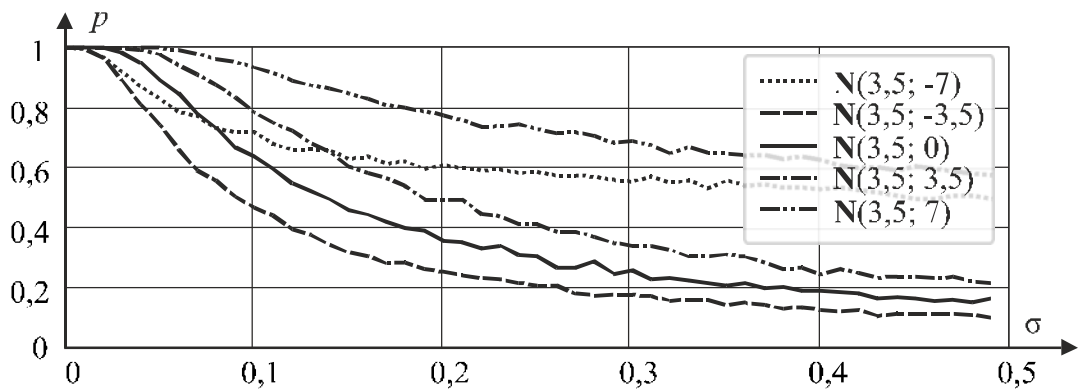


Рис. 7.26. СГИ параллелограмм-сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(3.5;-7)$, $N(3.5;-3.5)$; $N(3.5;0)$; $N(3.5;3.5)$; $N(3.5;7)$

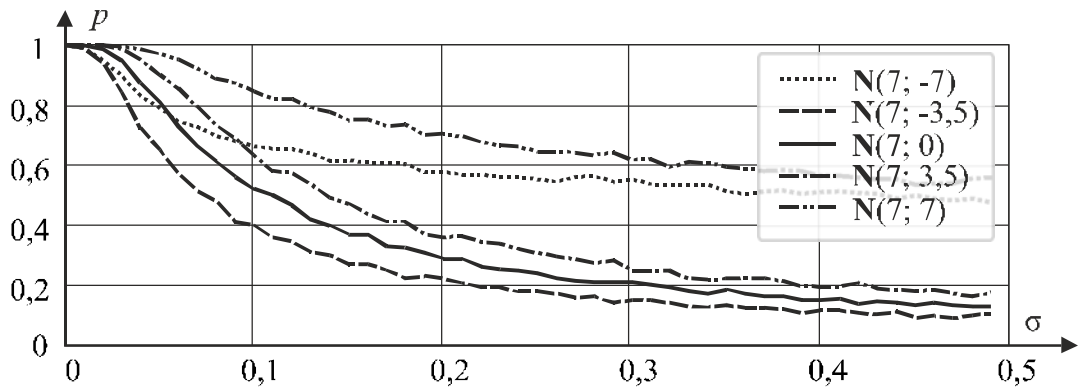


Рис. 7.27. СГИ параллелограмм-сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3.5)$; $N(7;0)$; $N(7;3.5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.28 – 7.31 представлены зависимости вероятностей определения СГИ параллелограмм – сжатие растяжение по горизонтали от отношения СКО флуктуационного шума σ .

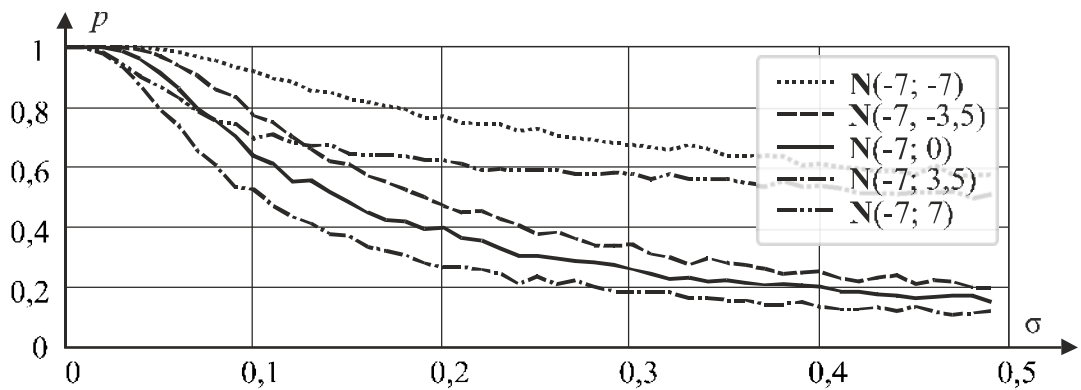


Рис. 7.28. СГИ параллелограмм-сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3.5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3.5)$; $N(-7;7)$

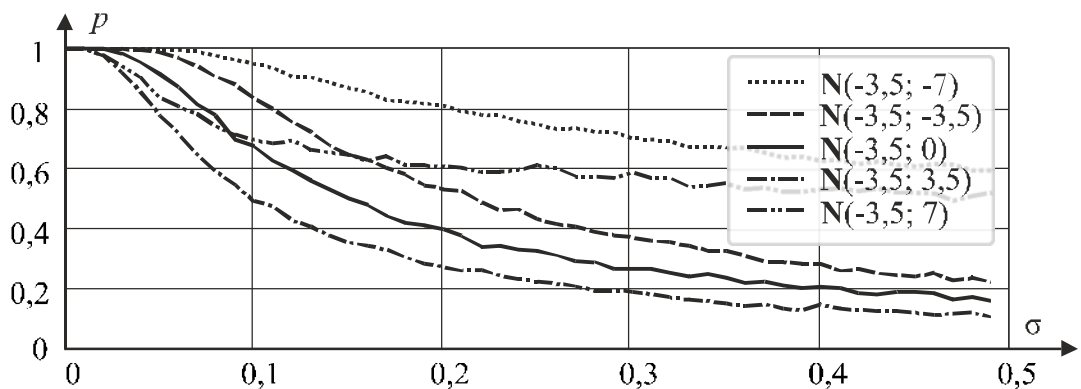


Рис. 7.29. СГИ параллелограмм-сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(-3.5;-7)$, $N(-3.5;-3.5)$; $N(-3.5;0)$; $N(-3.5;3.5)$; $N(-3.5;7)$

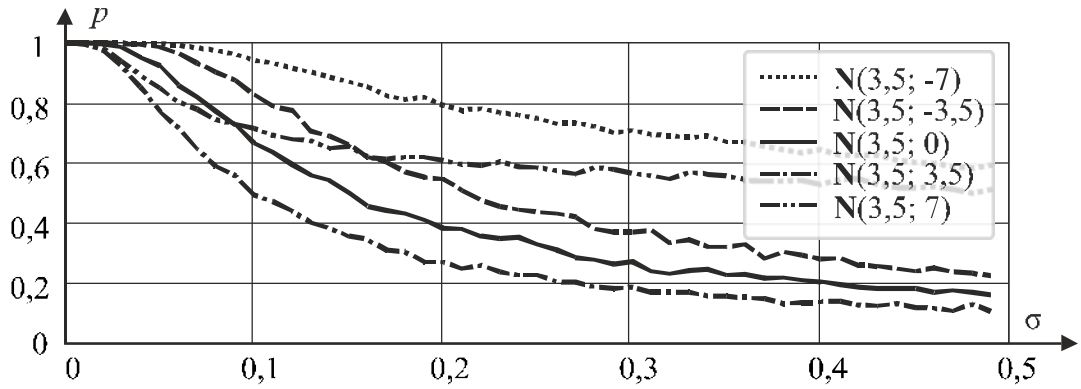


Рис. 7.30. СГИ параллелограмм-сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(3.5; -7)$, $N(3.5; -3.5)$; $N(3.5; 0)$; $N(3.5; 3.5)$; $N(3.5; 7)$

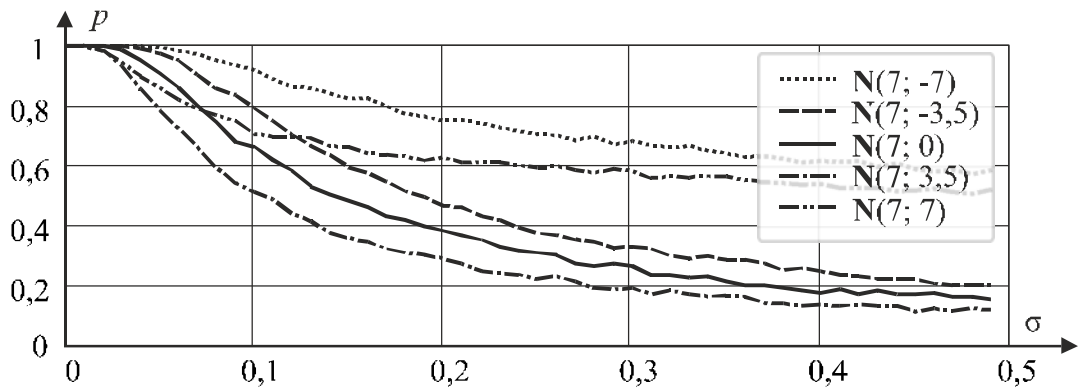


Рис. 7.31. СГИ параллелограмм-сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(7; -7)$, $N(7; -3.5)$; $N(7; 0)$; $N(7; 3.5)$; $N(7; 7)$

На рис. 7.32 – 7.35 представлены зависимости вероятностей определения СГИ параллелограмм – трапецидальное искажение в вертикальной плоскости от отношения СКО флуктуационного шума σ .

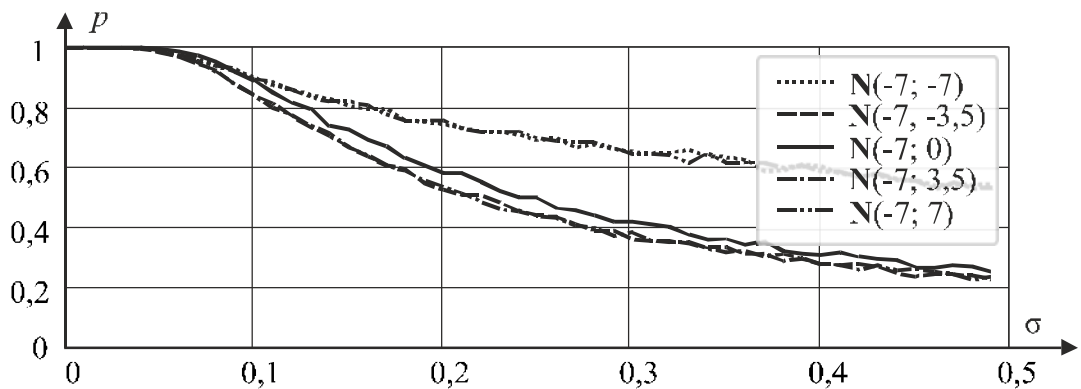


Рис. 7.32. СГИ параллелограмм – трапецидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(-7; -7)$, $N(-7; -3.5)$; $N(-7; 0)$; $N(-7; 3.5)$; $N(-7; 7)$

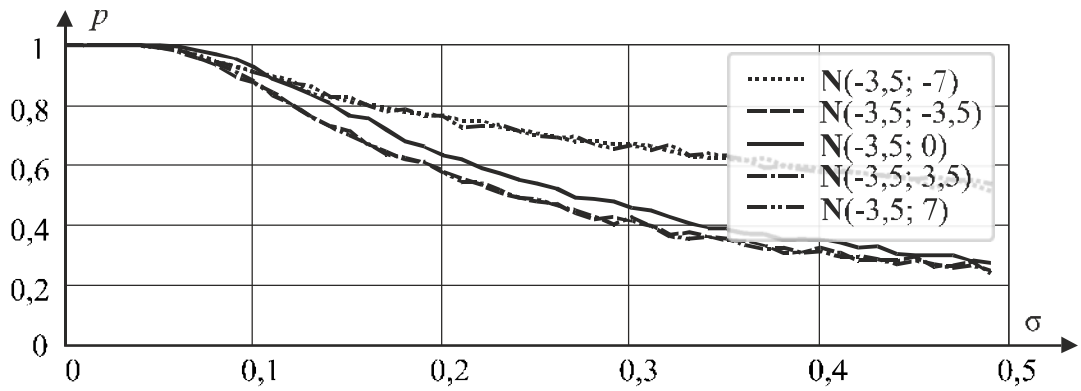


Рис. 7.33. СГИ параллелограмм – трапецидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(-3.5;-7)$, $N(-3.5;-3.5)$; $N(-3.5;0)$; $N(-3.5;3.5)$; $N(-3.5;7)$

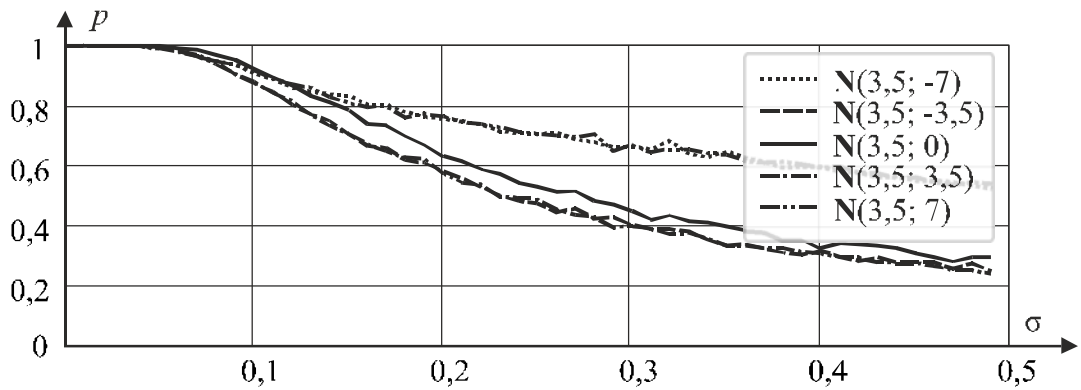


Рис. 7.34. СГИ параллелограмм – трапецидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(3.5;-7)$, $N(3.5;-3.5)$; $N(3.5;0)$; $N(3.5;3.5)$; $N(3.5;7)$

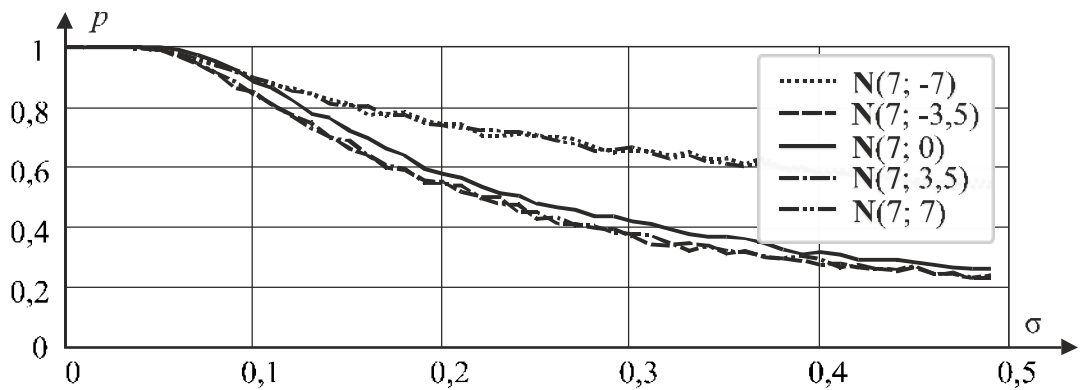


Рис. 7.35. СГИ параллелограмм – трапецидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3.5)$; $N(7;0)$; $N(7;3.5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.36 – 7.39 представлены зависимости вероятностей определения СГИ параллелограмм – трапецидальное искажение в горизонтальной плоскости от отношения СКО флуктуационного шума σ .

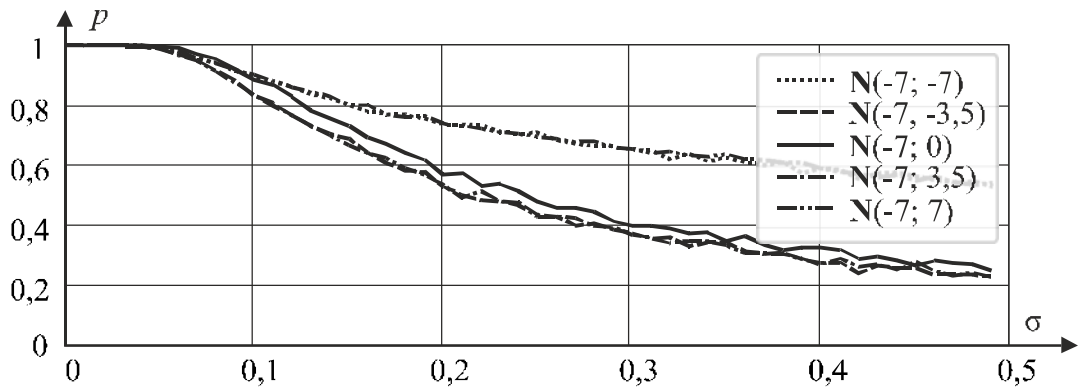


Рис. 7.36. СГИ параллелограмм – трапецидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(-7; -7)$, $N(-7; -3.5)$; $N(-7; 0)$; $N(-7; 3.5)$; $N(-7; 7)$

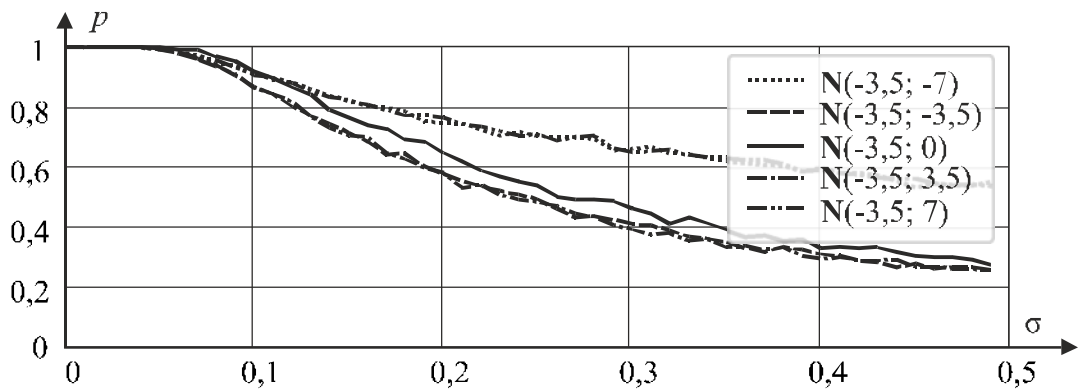


Рис. 7.37. СГИ параллелограмм – трапецидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(-3.5; -7)$, $N(-3.5; -3.5)$; $N(-3.5; 0)$; $N(-3.5; 3.5)$; $N(-3.5; 7)$

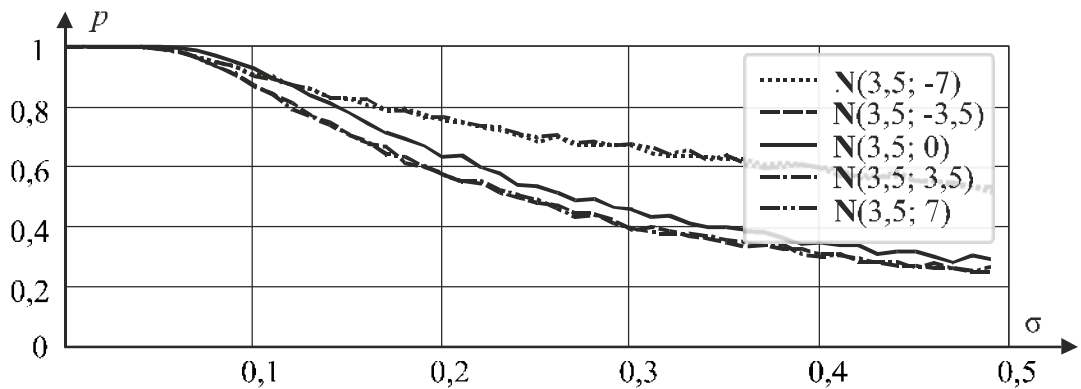


Рис. 7.38. СГИ параллелограмм – трапецидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(3.5; -7)$, $N(3.5; -3.5)$; $N(3.5; 0)$; $N(3.5; 3.5)$; $N(3.5; 7)$

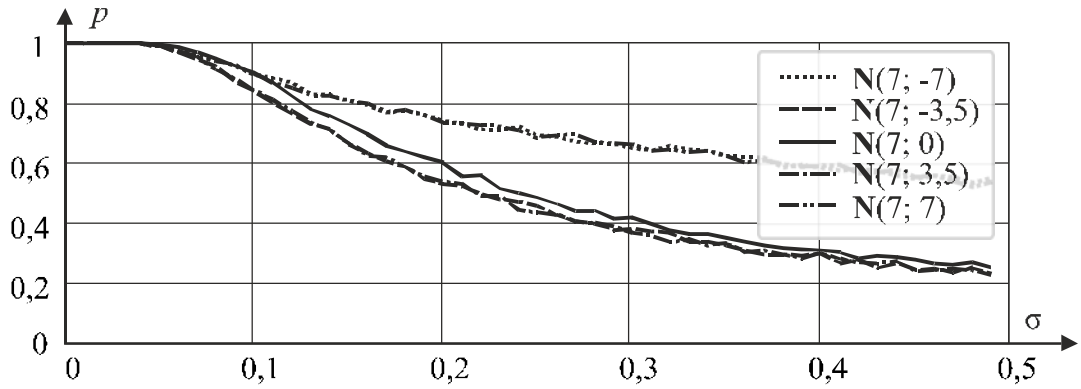


Рис. 7.39. СГИ параллелограмм – трапецидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3.5)$; $N(7;0)$; $N(7;3.5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.40 – 7.43 представлены зависимости вероятностей определения СГИ сжатие растяжение по вертикали – искажение типа параллелограмм от отношения СКО флуктуационного шума σ .

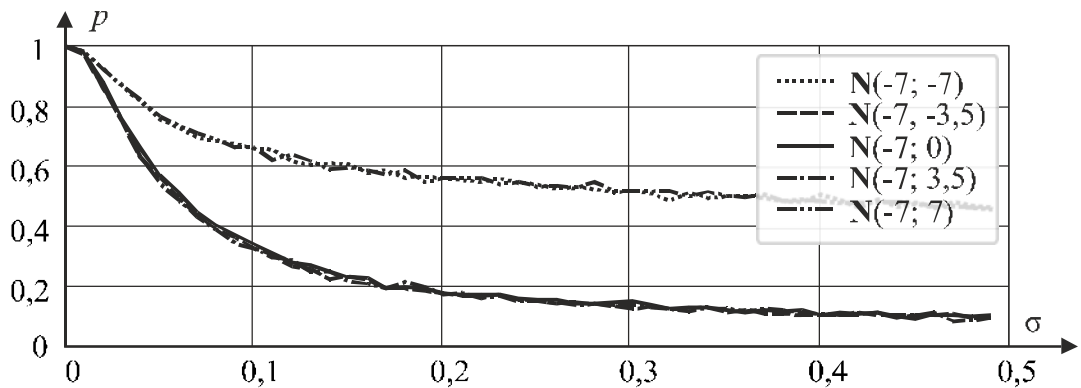


Рис. 7.40. СГИ сжатие растяжение по вертикали – параллелограмм для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3.5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3.5)$; $N(-7;7)$

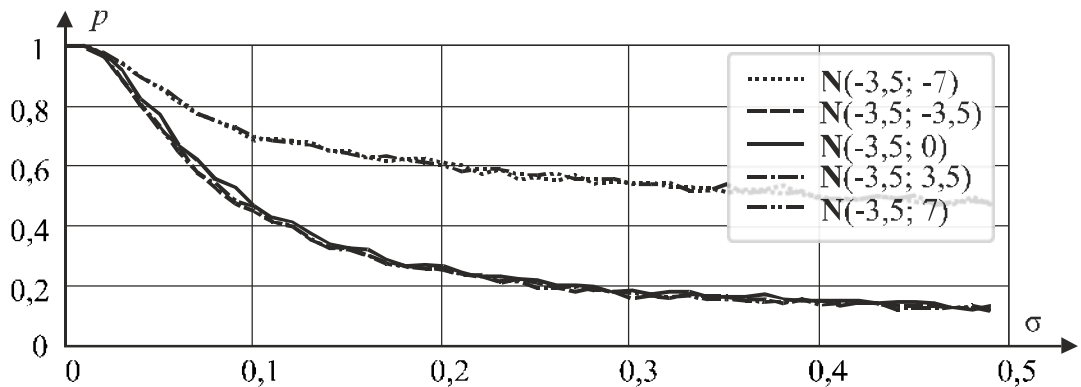


Рис. 7.41. СГИ сжатие растяжение по вертикали – параллелограмм для контуров $N(-3.5;-7)$, $N(-3.5;-3.5)$; $N(-3.5;0)$; $N(-3.5;3.5)$; $N(-3.5;7)$

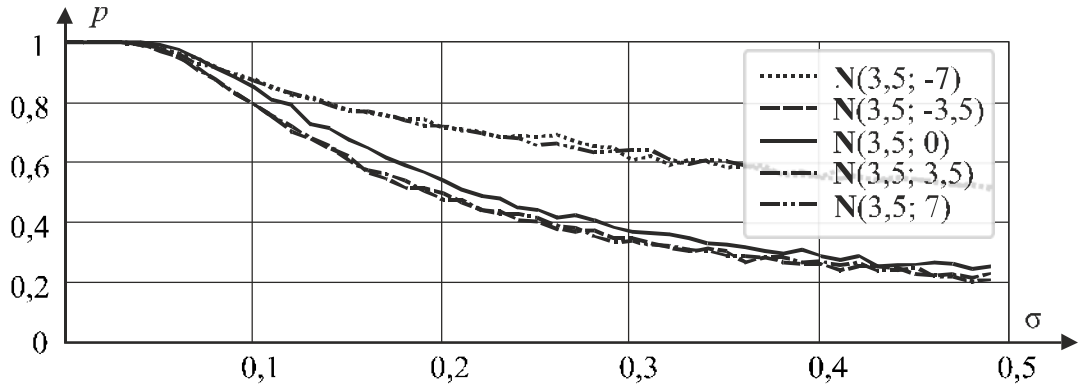


Рис. 7.42. СГИ сжатие растяжение по вертикали –параллелограмм для контуров $N(3.5;-7)$, $N(3.5;-3.5)$; $N(3.5;0)$; $N(3.5;3.5)$; $N(3.5;7)$

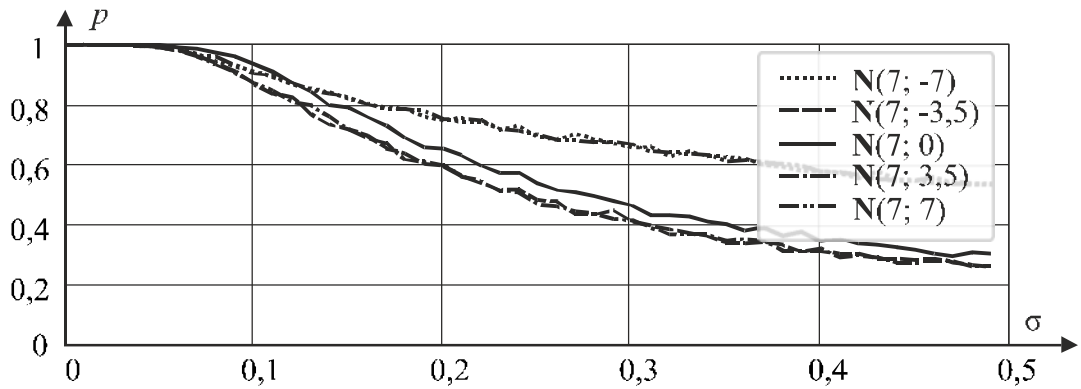


Рис. 7.43. СГИ сжатие растяжение по вертикали –параллелограмм для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3.5)$; $N(7;0)$; $N(7;3.5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.44 – 7.47 представлены зависимости вероятностей определения СГИ сжатие растяжение по вертикали – сжатие растяжение по горизонтали от отношения СКО флуктуационного шума σ .

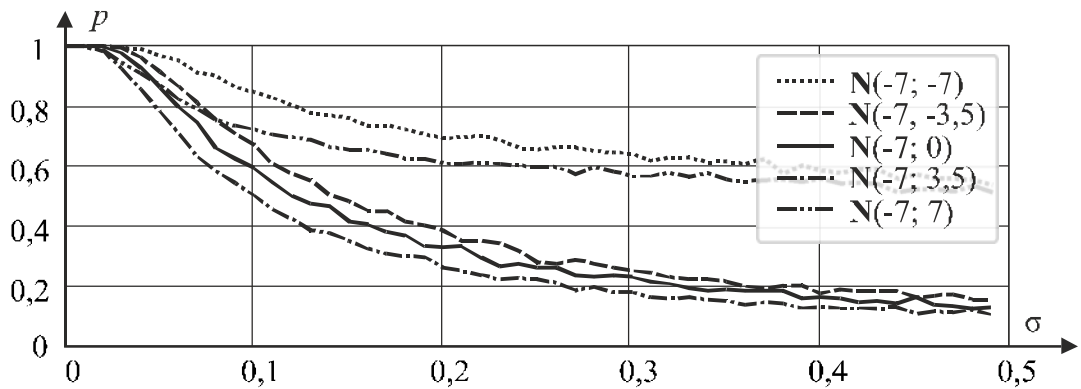


Рис. 7.44. СГИ сжатие растяжение по вертикали – сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3.5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3.5)$; $N(-7;7)$

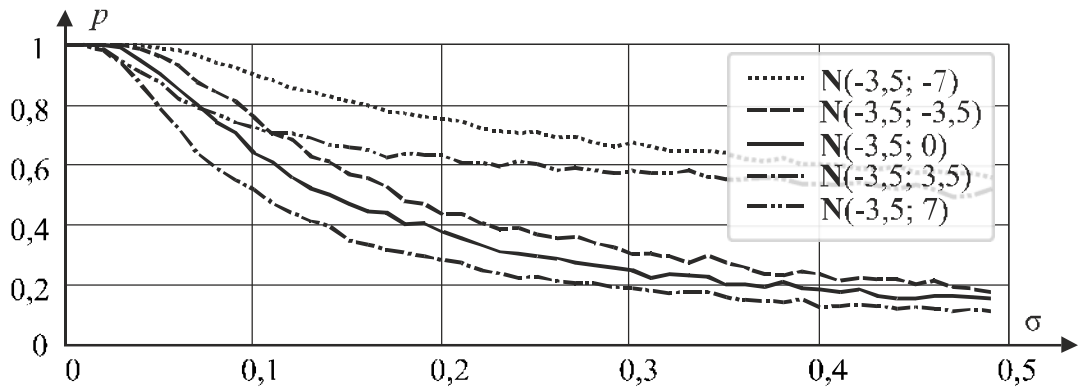


Рис. 7.45. СГИ сжатие растяжение по вертикали – сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(-3.5;-7)$, $N(-3.5;-3.5)$; $N(-3.5;0)$; $N(-3.5;3.5)$; $N(-3.5;7)$

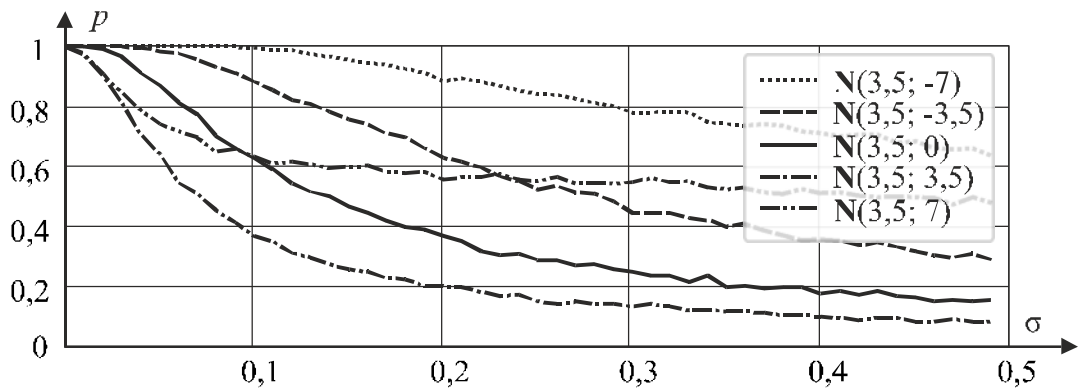


Рис. 7.46. СГИ сжатие растяжение по вертикали – сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(3.5;-7)$, $N(3.5;-3.5)$; $N(3.5;0)$; $N(3.5;3.5)$; $N(3.5;7)$

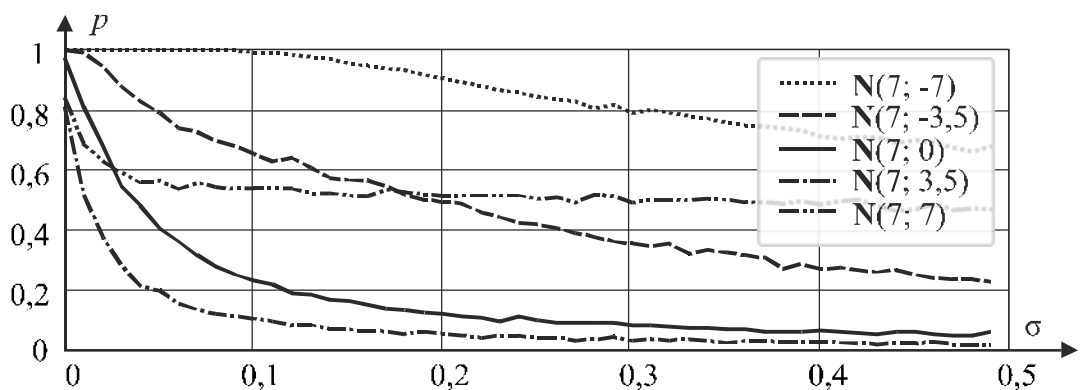


Рис. 7.47. СГИ сжатие растяжение по вертикали – сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3.5)$; $N(7;0)$; $N(7;3.5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.48 – 7.51 представлены зависимости вероятностей определения СГИ сжатие растяжение по вертикали – трапецеидальное в вертикальной плоскости от отношения СКО флуктуационного шума σ .

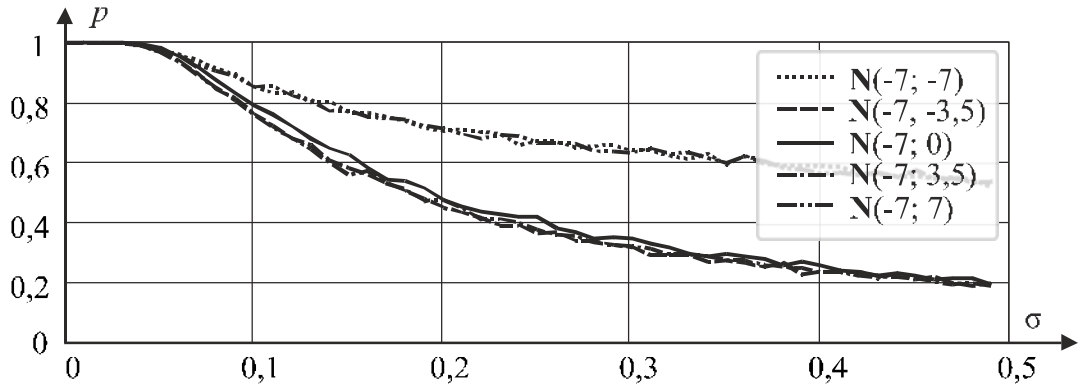


Рис. 7.48. СГИ сжатие растяжение по вертикали – трапецеидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(-7; -7)$, $N(-7; -3,5)$; $N(-7; 0)$; $N(-7; 3,5)$; $N(-7; 7)$

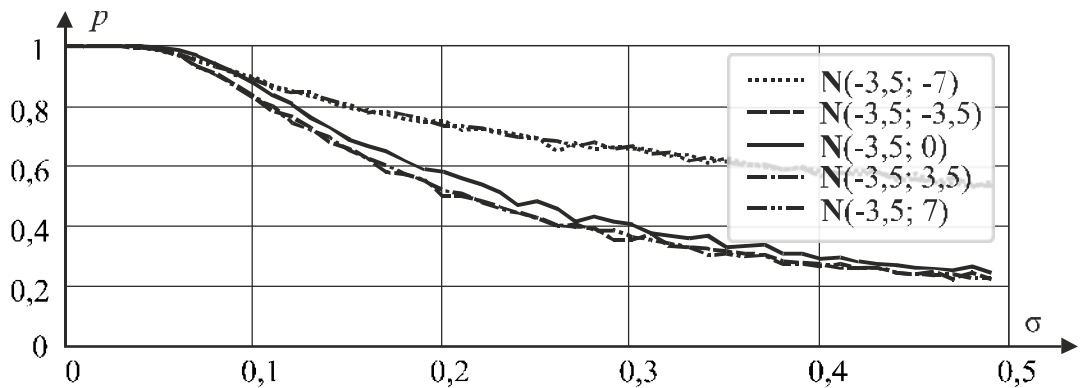


Рис. 7.49. СГИ сжатие растяжение по вертикали – трапецеидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(-3,5; -7)$, $N(-3,5; -3,5)$; $N(-3,5; 0)$; $N(-3,5; 3,5)$; $N(-3,5; 7)$

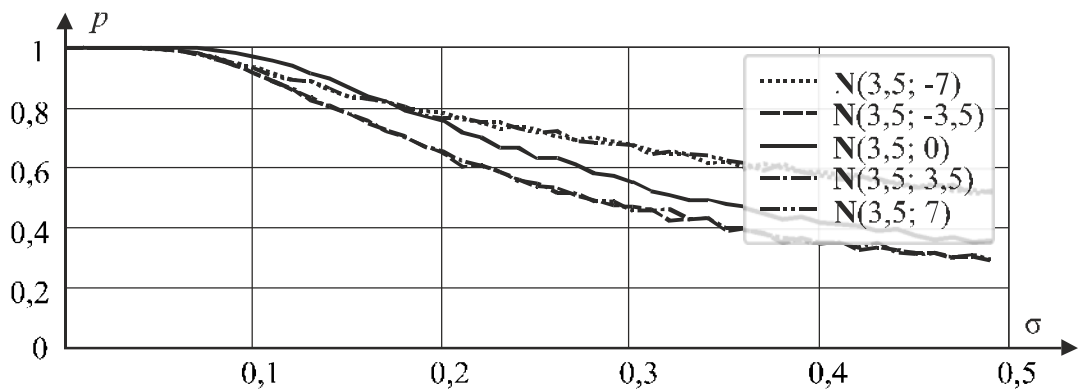


Рис. 7.50. СГИ сжатие растяжение по вертикали – трапецеидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(3,5; -7)$, $N(3,5; -3,5)$; $N(3,5; 0)$; $N(3,5; 3,5)$; $N(3,5; 7)$

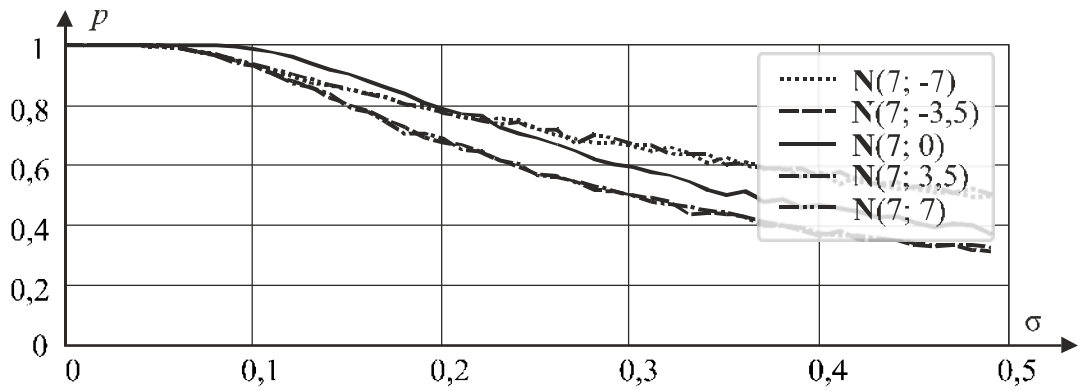


Рис. 7.51. СГИ сжатие растяжение по вертикали – трапецеидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3.5)$; $N(7;0)$; $N(7;3.5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.52 – 7.55 представлены зависимости вероятностей определения СГИ сжатие растяжение по вертикали – трапецеидальное в горизонтальной плоскости от отношения СКО флуктуационного шума σ .

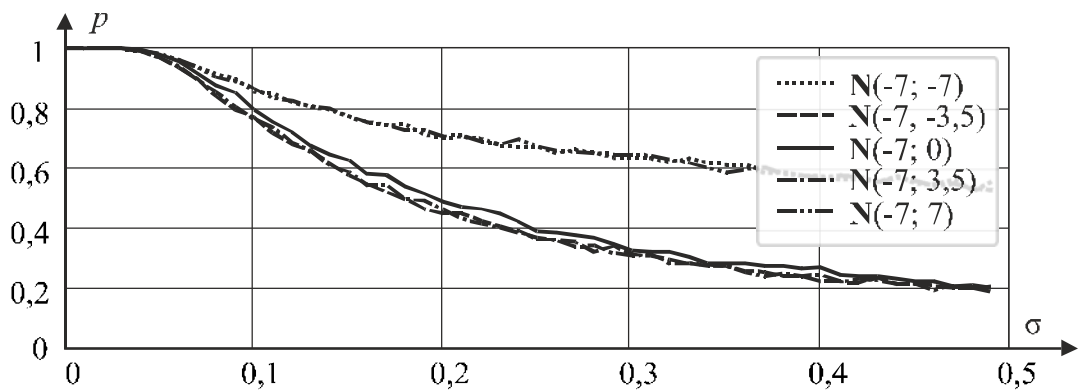


Рис. 7.52. СГИ сжатие растяжение по вертикали – трапецеидальное по горизонтали для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3.5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3.5)$; $N(-7;7)$

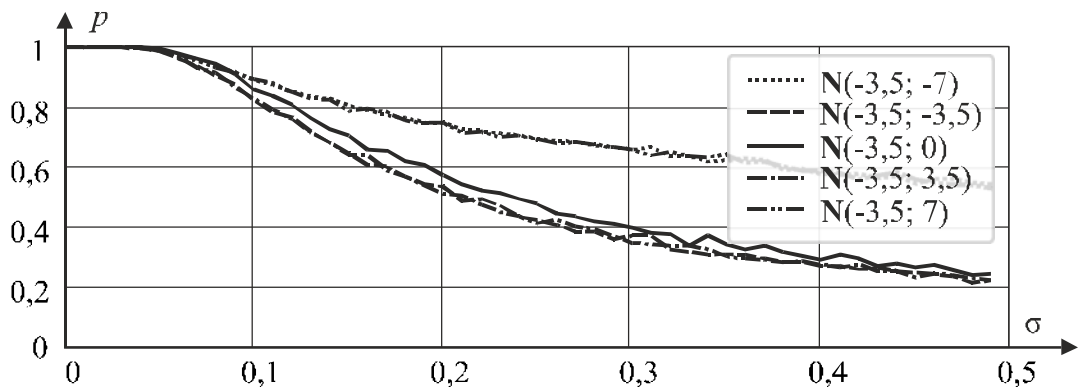


Рис. 7.53. СГИ сжатие растяжение по вертикали – трапецеидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(-3.5;-7)$, $N(-3.5;-3.5)$; $N(-3.5;0)$; $N(-3.5;3.5)$; $N(-3.5;7)$

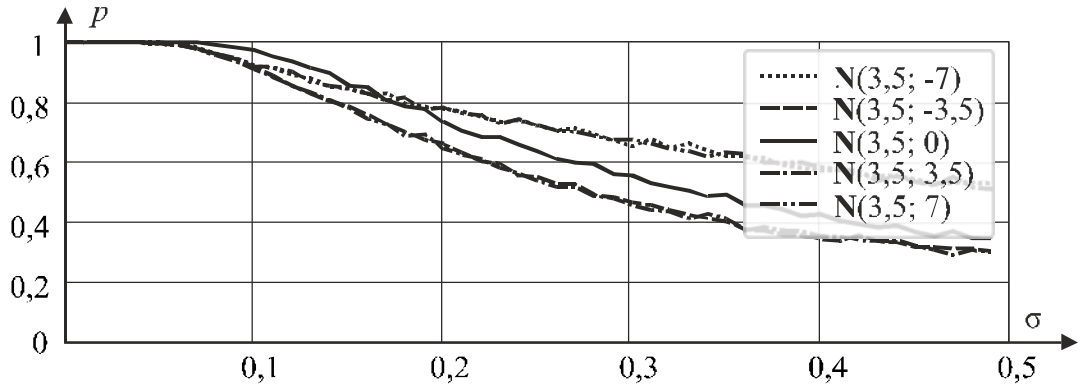


Рис. 7.54. СГИ сжатие растяжение по вертикали – трапецеидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(3.5;-7)$, $N(3.5;-3.5)$; $N(3.5;0)$; $N(3.5;3.5)$; $N(3.5;7)$

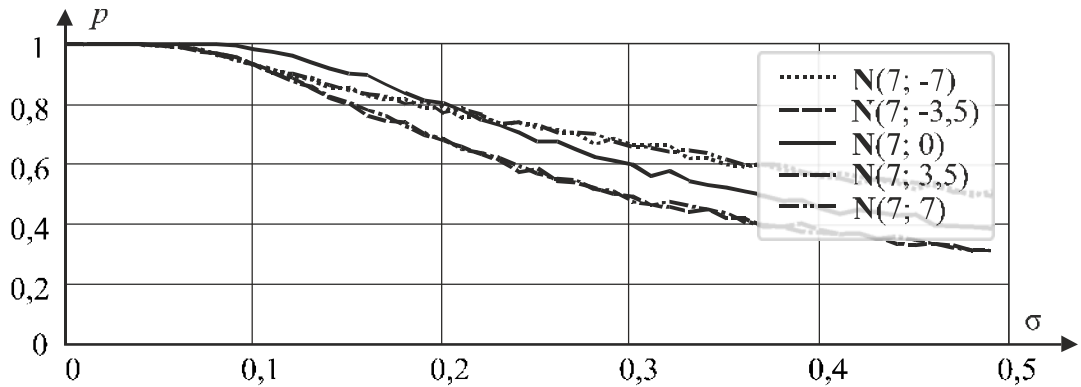


Рис. 7.55. СГИ сжатие растяжение по вертикали – трапецеидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3.5)$; $N(7;0)$; $N(7;3.5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.56 – 7.59 представлены зависимости вероятностей определения СГИ сжатие растяжение по горизонтали – параллелограмм от отношения СКО флуктуационного шума σ .

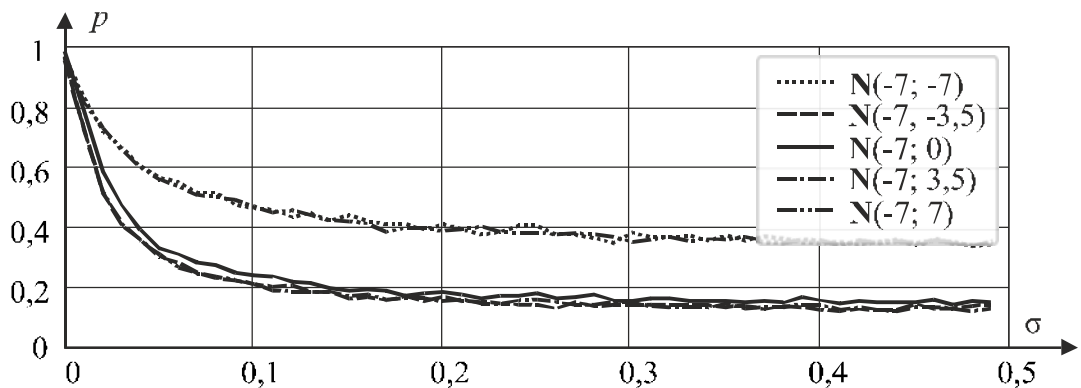


Рис. 7.56. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – параллелограмм для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3.5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3.5)$; $N(-7;7)$

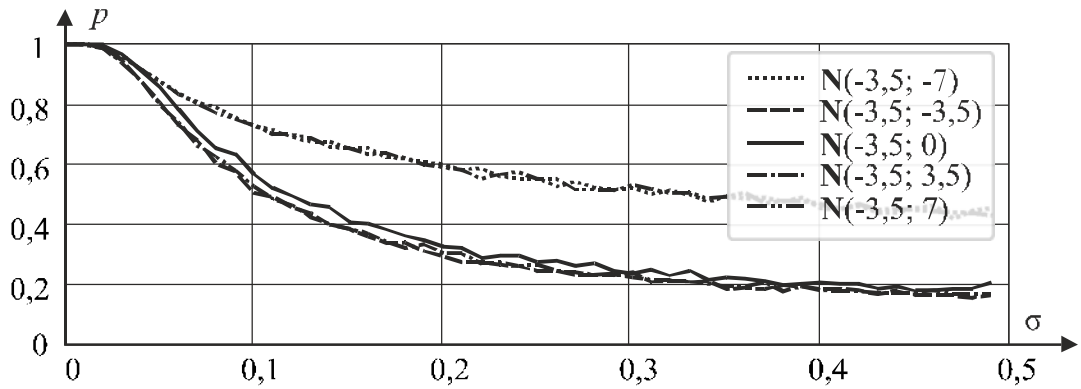


Рис. 7.57. СГИ сжатие растяжение по горизонтали –параллелограмм для контуров $N(-3.5; -7)$, $N(-3.5; -3.5)$; $N(-3.5; 0)$; $N(-3.5; 3.5)$; $N(-3.5; 7)$

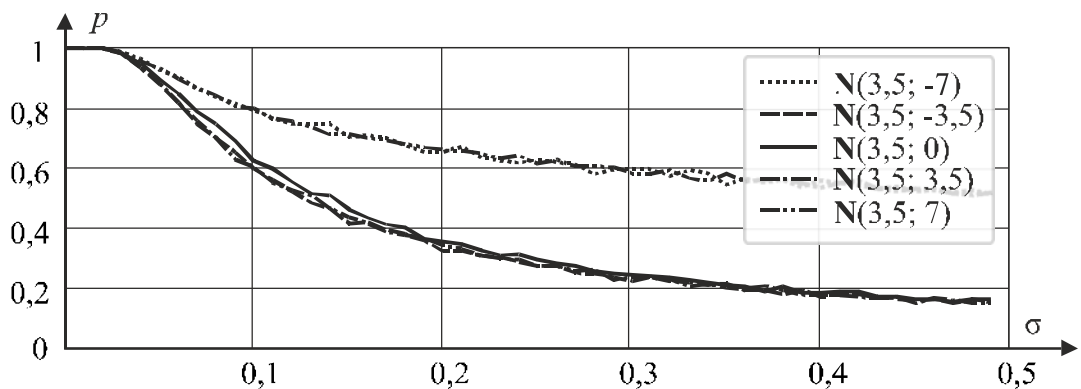


Рис. 7.58. СГИ сжатие растяжение по горизонтали –параллелограмм для контуров $N(3.5; -7)$, $N(3.5; -3.5)$; $N(3.5; 0)$; $N(3.5; 3.5)$; $N(3.5; 7)$

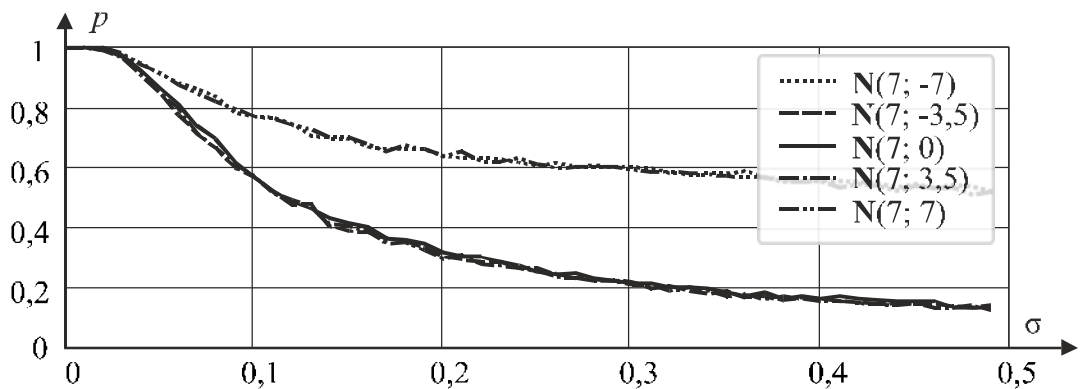


Рис. 7.59. СГИ сжатие растяжение по горизонтали –параллелограмм для контуров $N(7; -7)$, $N(7; -3.5)$; $N(7; 0)$; $N(7; 3.5)$; $N(7; 7)$

На рис. 7.60 – 7.63 представлены зависимости вероятностей определения СГИ сжатие растяжение по горизонтали – сжатие растяжение по вертикали от отношения СКО флуктуационного шума σ .

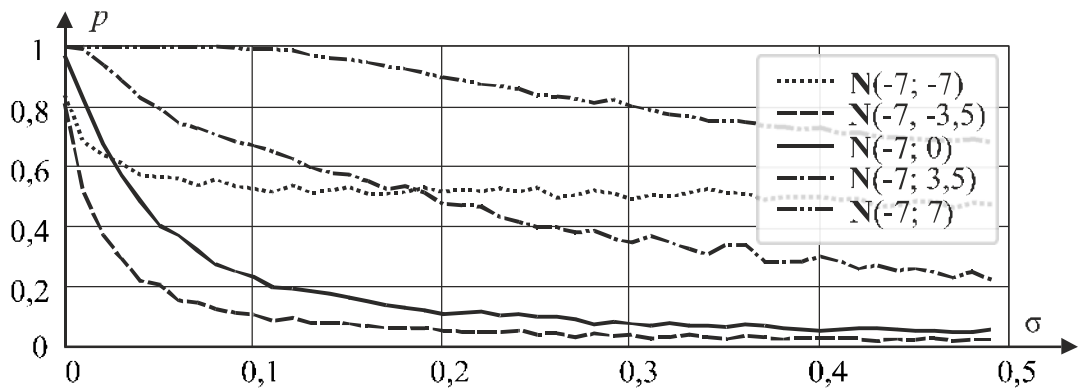


Рис. 7.60. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3.5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3.5)$; $N(-7;7)$

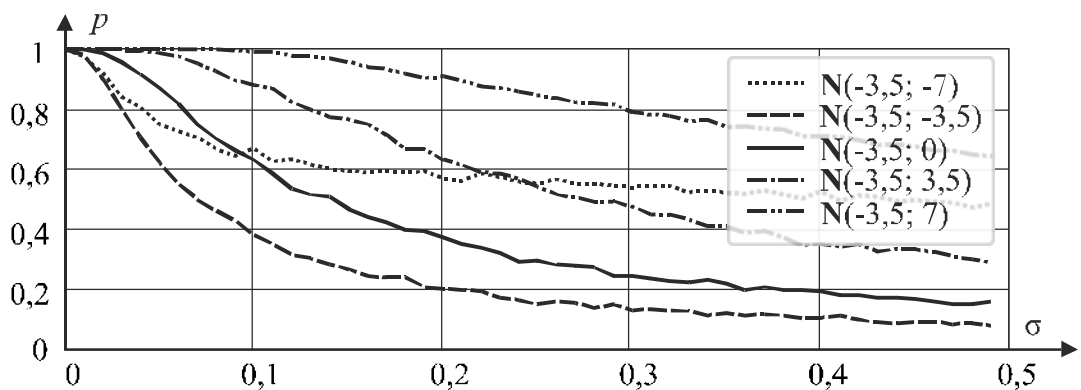


Рис. 7.61. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(-3.5;-7)$, $N(-3.5;-3.5)$; $N(-3.5;0)$; $N(-3.5;3.5)$; $N(-3.5;7)$

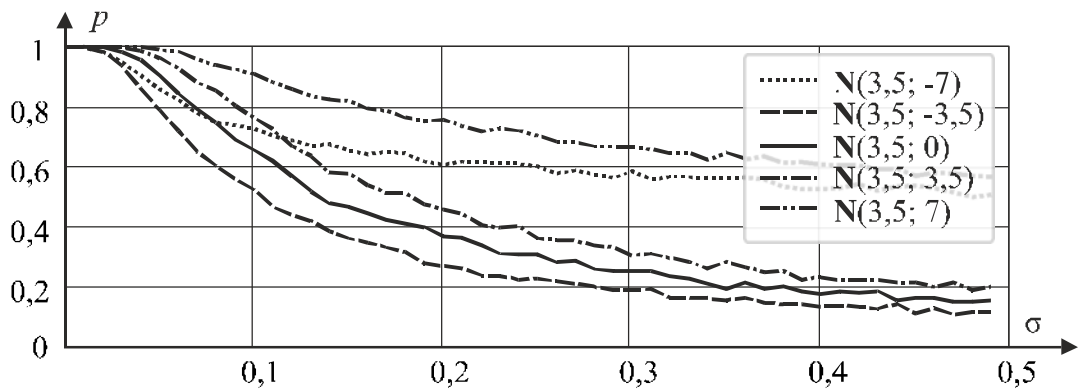


Рис. 7.62. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(3.5;-7)$, $N(3.5;-3.5)$; $N(3.5;0)$; $N(3.5;3.5)$; $N(3.5;7)$

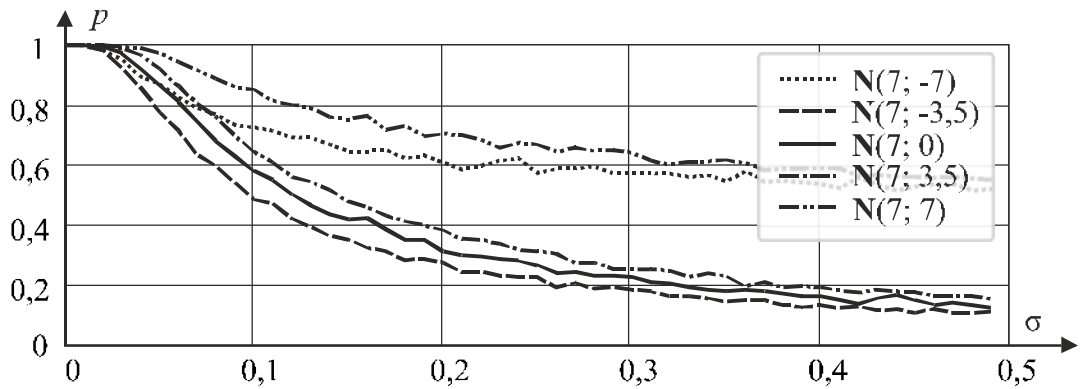


Рис. 7.63. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3,5)$; $N(7;0)$; $N(7;3,5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.64 – 7.67 представлены зависимости вероятностей определения СГИ сжатие растяжение по горизонтали – трапецеидальное в вертикальной плоскости от отношения СКО флуктуационного шума σ .

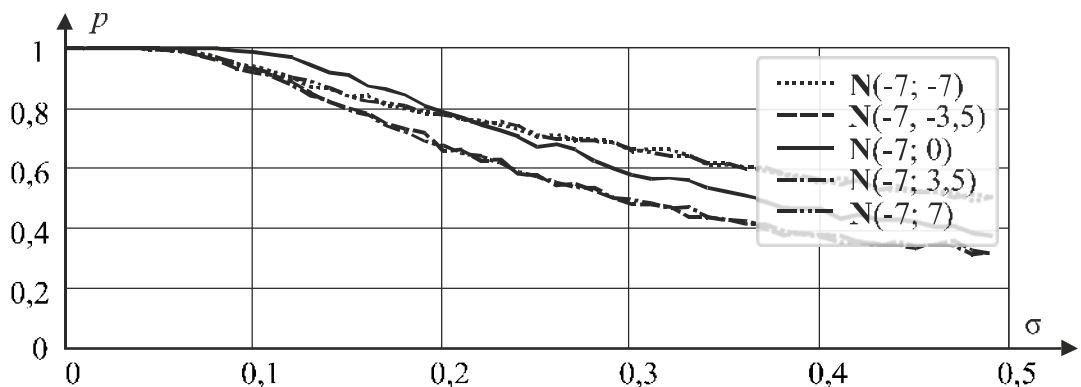


Рис. 7.64. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – трапецеидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3,5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3,5)$; $N(-7;7)$

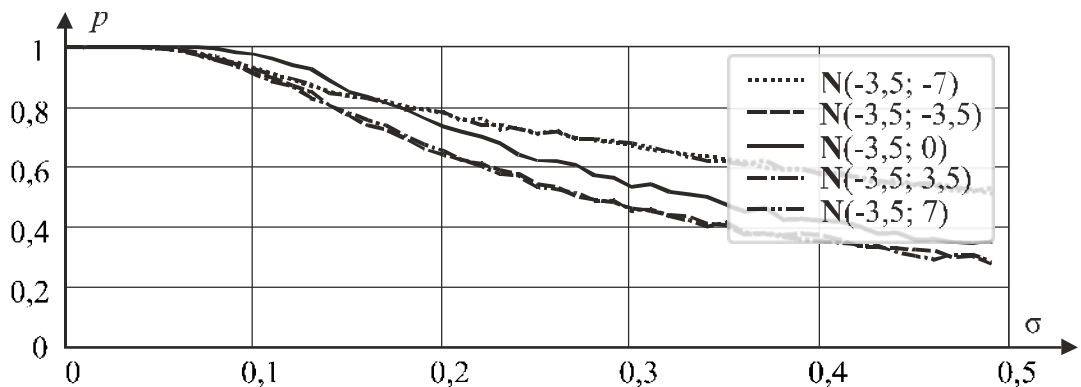


Рис. 7.65. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – трапецеидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(-3,5;-7)$, $N(-3,5;-3,5)$; $N(-3,5;0)$; $N(-3,5;3,5)$; $N(-3,5;7)$

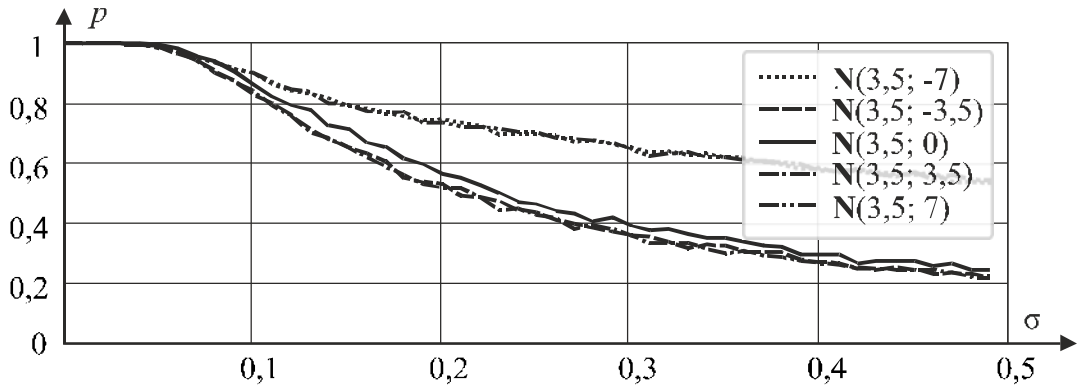


Рис. 7.66. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – трапецеидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(3,5;-7)$, $N(3,5;-3,5)$; $N(3,5;0)$; $N(3,5;3,5)$; $N(3,5;7)$

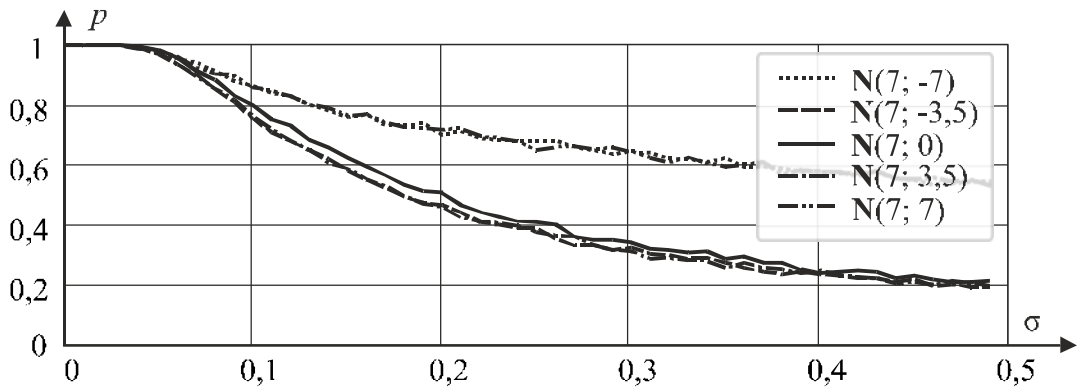


Рис. 7.67. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – трапецеидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3,5)$; $N(7;0)$; $N(7;3,5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.68 – 7.71 представлены зависимости вероятностей определения СГИ сжатие растяжение по горизонтали – трапецеидальное в горизонтальной плоскости от отношения СКО флуктуационного шума σ .

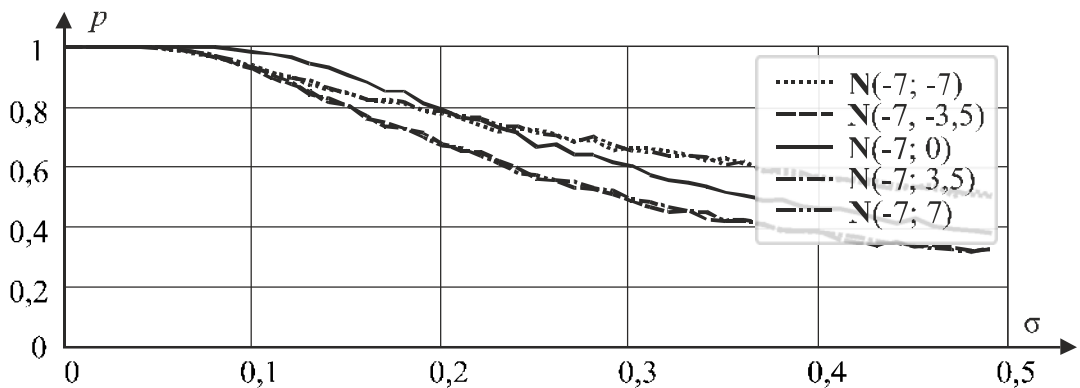


Рис. 7.68. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – трапецеидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3,5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3,5)$; $N(-7;7)$

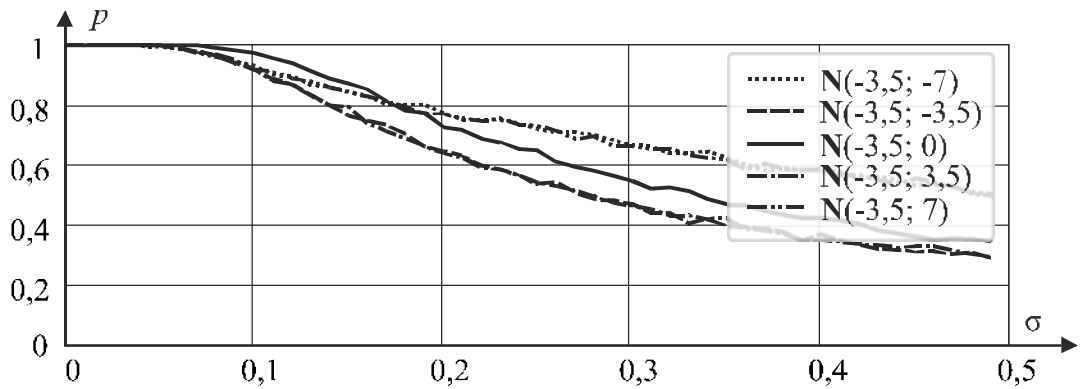


Рис. 7.69. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – трапецеидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(-3.5; -7)$, $N(-3.5; -3.5)$; $N(-3.5; 0)$; $N(-3.5; 3.5)$; $N(-3.5; 7)$

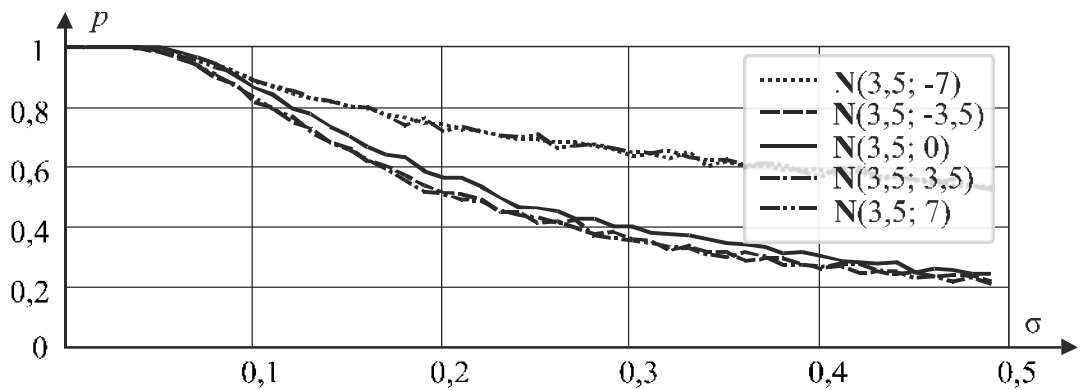


Рис. 7.70. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – трапецеидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(3.5; -7)$, $N(3.5; -3.5)$; $N(3.5; 0)$; $N(3.5; 3.5)$; $N(3.5; 7)$

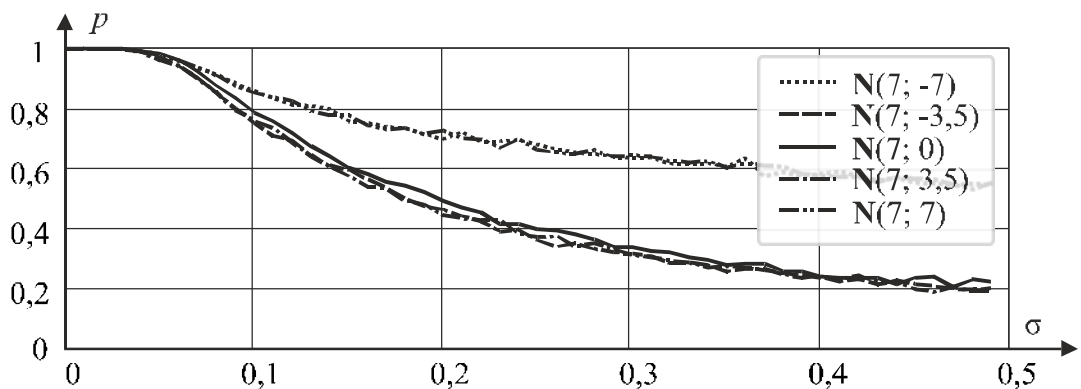


Рис. 7.71. СГИ сжатие растяжение по горизонтали – трапецеидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(7; -7)$, $N(7; -3.5)$; $N(7; 0)$; $N(7; 3.5)$; $N(7; 7)$

На рис. 7.72 – 7.75 представлены зависимости вероятностей определения СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости –параллелограмм от отношения СКО флуктуационного шума σ .

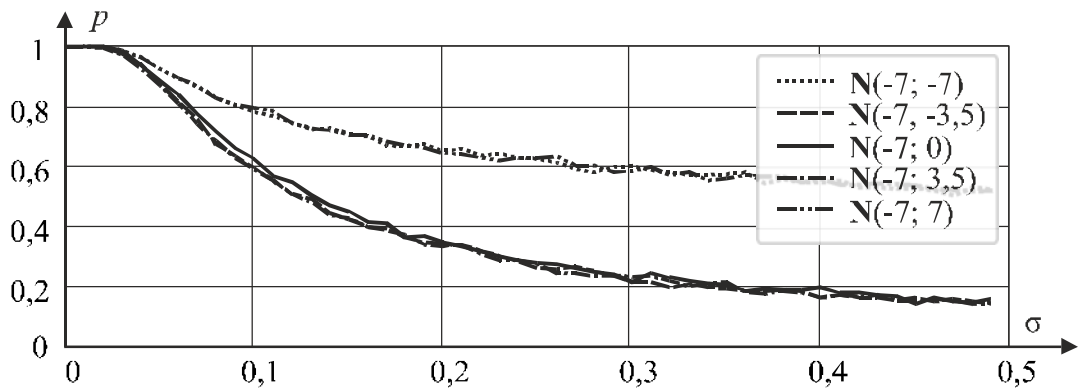


Рис. 7.72. СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости –параллелограмм для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3.5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3.5)$; $N(-7;7)$

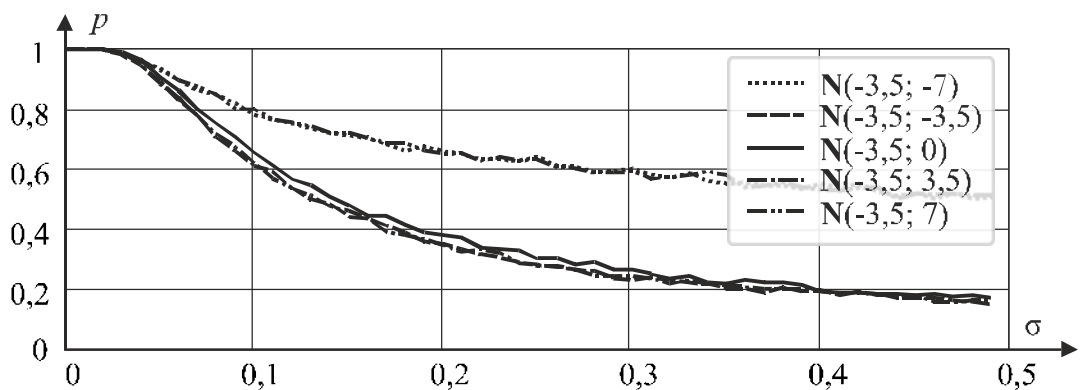


Рис. 7.73. СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости –параллелограмм для контуров $N(-3.5;-7)$, $N(-3.5;-3.5)$; $N(-3.5;0)$; $N(-3.5;3.5)$; $N(-3.5;7)$

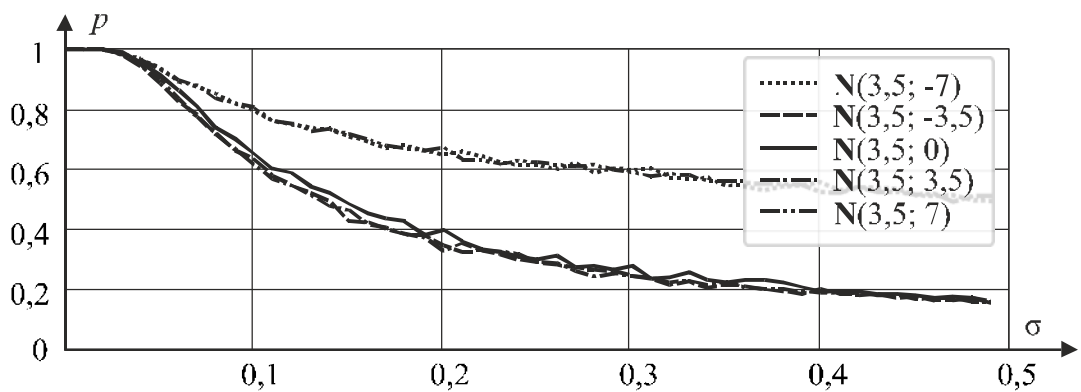


Рис. 7.74. СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости –параллелограмм для контуров $N(3.5;-7)$, $N(3.5;-3.5)$; $N(3.5;0)$; $N(3.5;3.5)$; $N(3.5;7)$

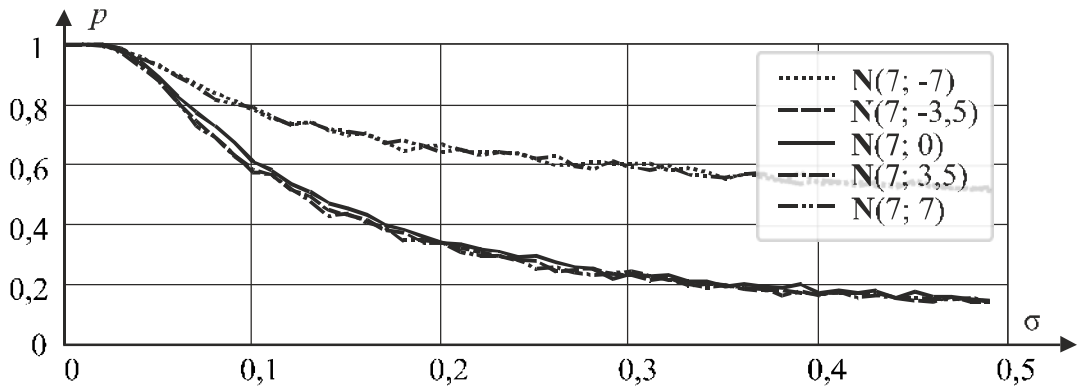


Рис. 7.75. СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости –параллелограмм для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3.5)$; $N(7;0)$; $N(7;3.5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.76 – 7.79 представлены зависимости вероятностей определения СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости – сжатие растяжение по вертикали от отношения СКО флуктуационного шума σ .

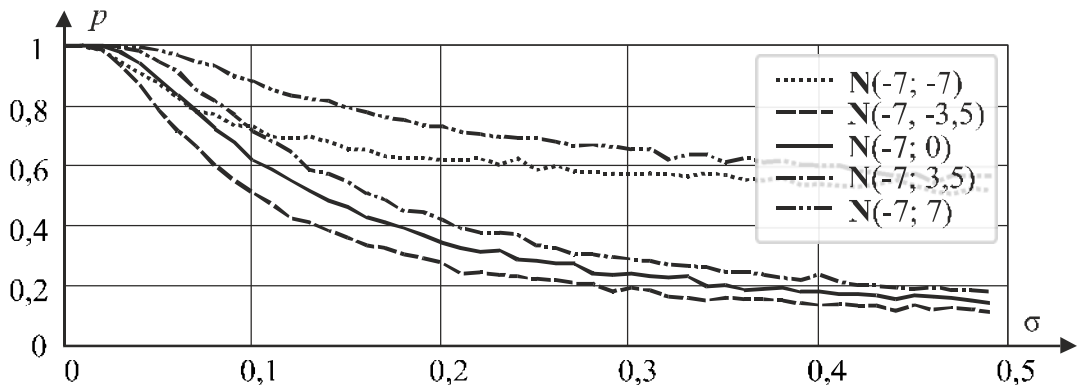


Рис. 7.76. СГИ трапецеидальные в вертикальной плоскости – сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3.5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3.5)$; $N(-7;7)$

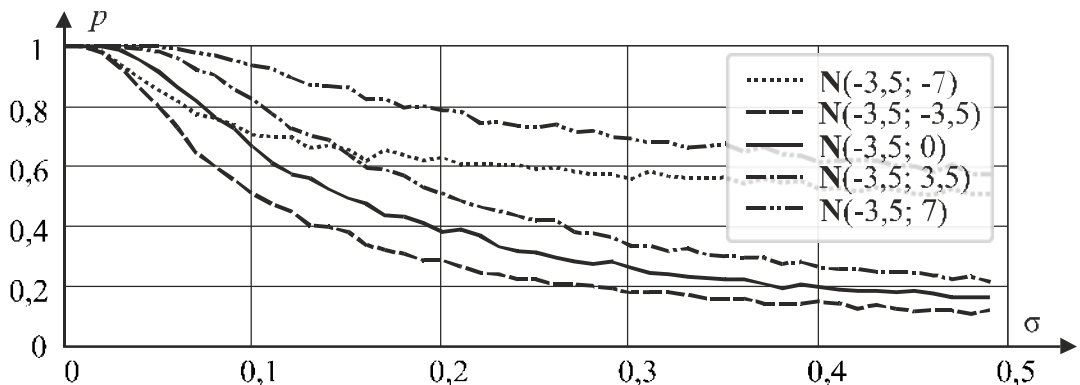


Рис. 7.77. СГИ трапецеидальные в вертикальной плоскости – сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(-3.5;-7)$, $N(-3.5;-3.5)$; $N(-3.5;0)$; $N(-3.5;3.5)$; $N(-3.5;7)$

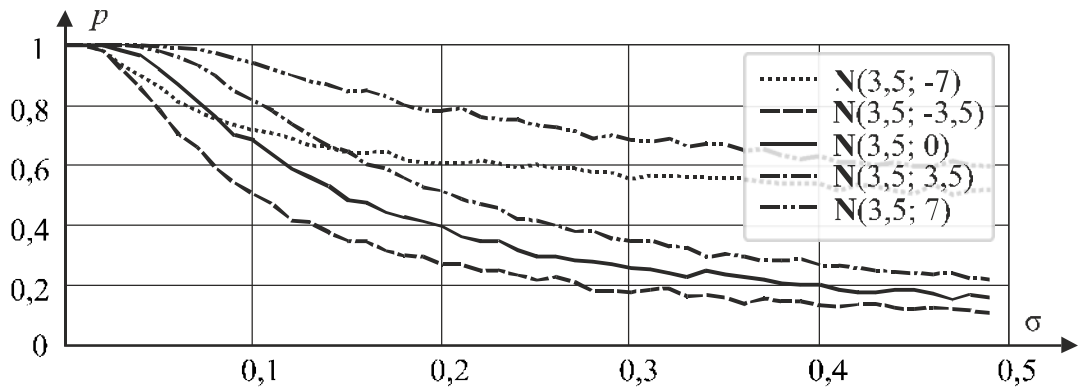


Рис. 7.78. СГИ трапецеидальные в вертикальной плоскости – сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(3,5;-7)$, $N(3,5;-3,5)$; $N(3,5;0)$; $N(3,5;3,5)$; $N(3,5;7)$

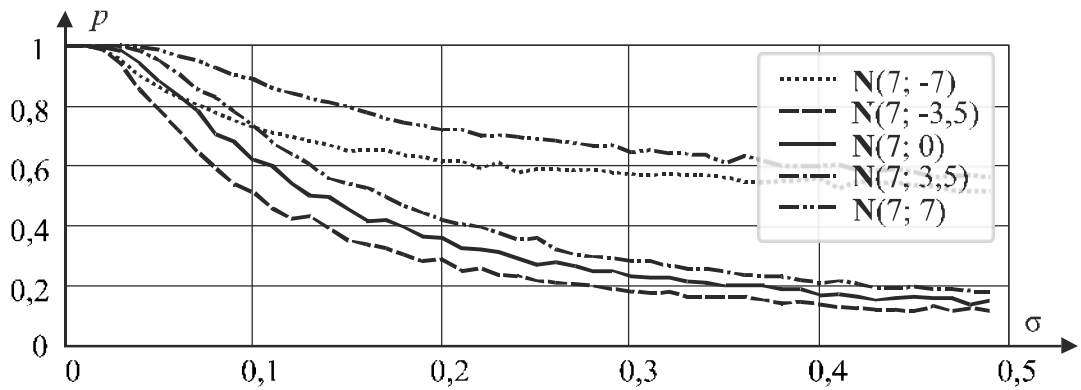


Рис. 7.79. СГИ трапецеидальные в вертикальной плоскости – сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3,5)$; $N(7;0)$; $N(7;3,5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.80 – 7.83 представлены зависимости вероятностей определения СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости –сжатие растяжение по горизонтали от отношения СКО флуктуационного шума σ .

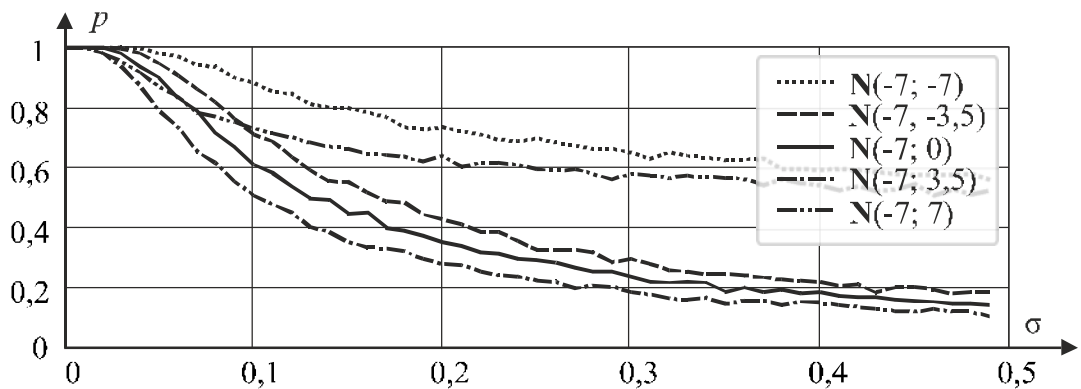


Рис. 7.80. СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости –сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3,5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3,5)$; $N(-7;7)$

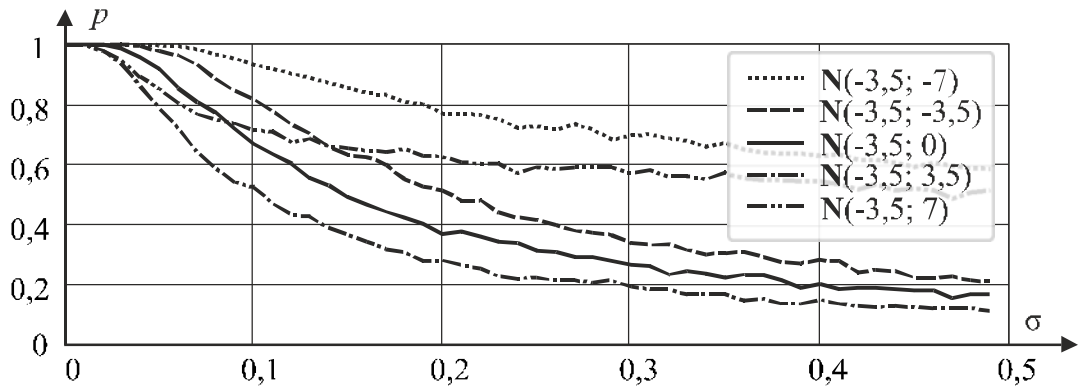


Рис. 7.81. СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости –сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(-3.5;-7)$, $N(-3.5;-3.5)$; $N(-3.5;0)$; $N(-3.5;3.5)$; $N(-3.5;7)$

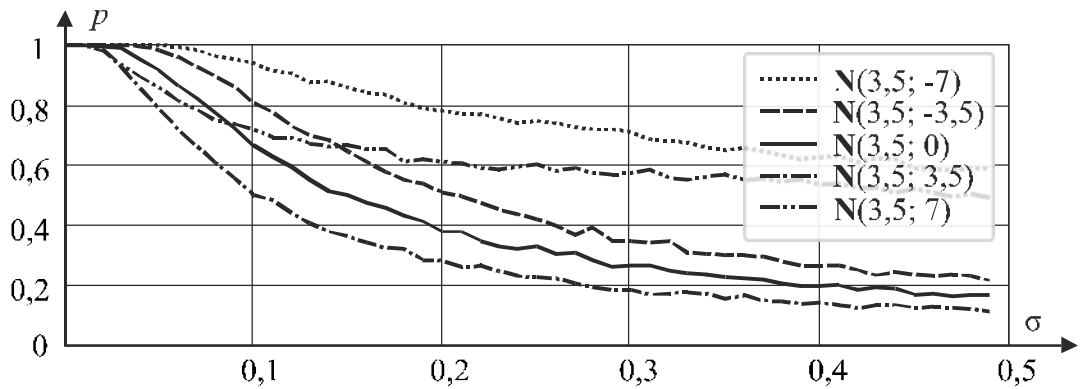


Рис. 7.82. СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости –сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(3.5;-7)$, $N(3.5;-3.5)$; $N(3.5;0)$; $N(3.5;3.5)$; $N(3.5;7)$

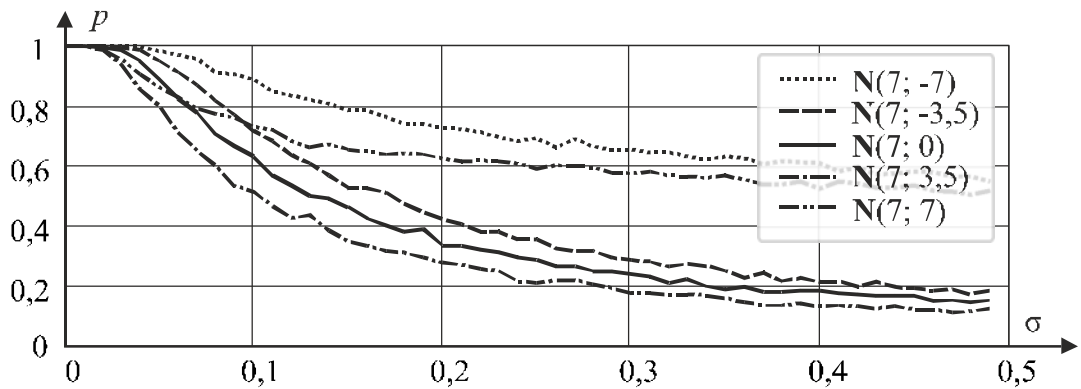


Рис. 7.83. СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости –сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3.5)$; $N(7;0)$; $N(7;3.5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.84 – 7.87 представлены зависимости вероятностей определения СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости – трапецеидальное в горизонтальной плоскости от отношения СКО флуктуационного шума σ .

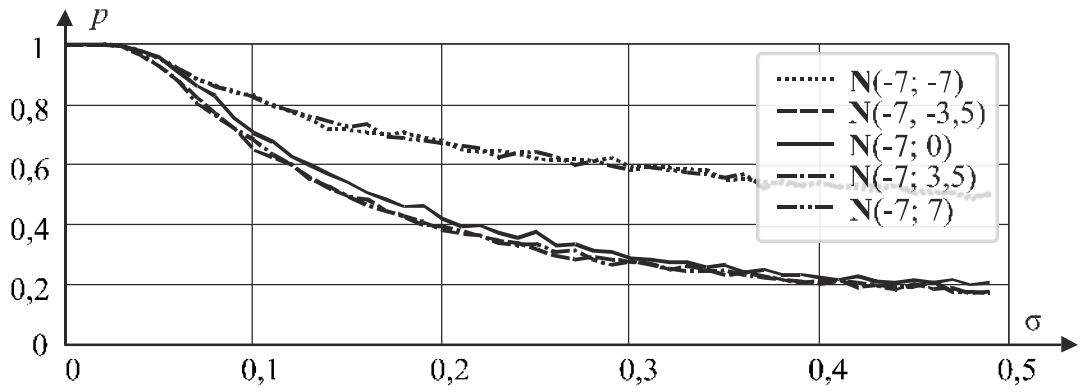


Рис. 7.84. СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости – трапецеидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3.5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3.5)$; $N(-7;7)$

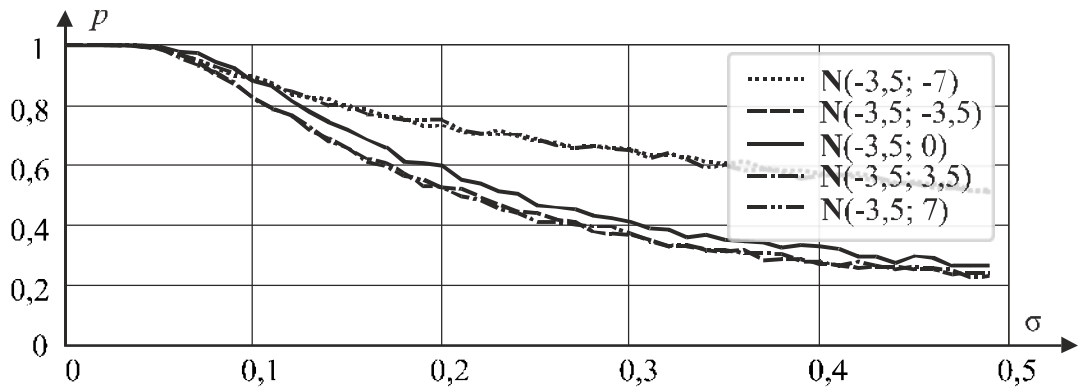


Рис. 7.85. СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости – трапецеидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(-3.5;-7)$, $N(-3.5;-3.5)$; $N(-3.5;0)$; $N(-3.5;3.5)$; $N(-3.5;7)$

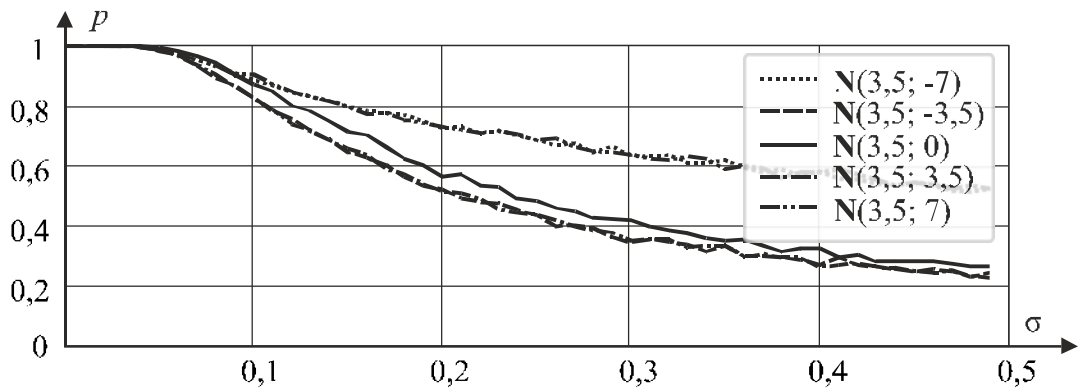


Рис. 7.86. СГИ трапецеидальное в вертикальной плоскости – трапецеидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(3.5;-7)$, $N(3.5;-3.5)$; $N(3.5;0)$; $N(3.5;3.5)$; $N(3.5;7)$

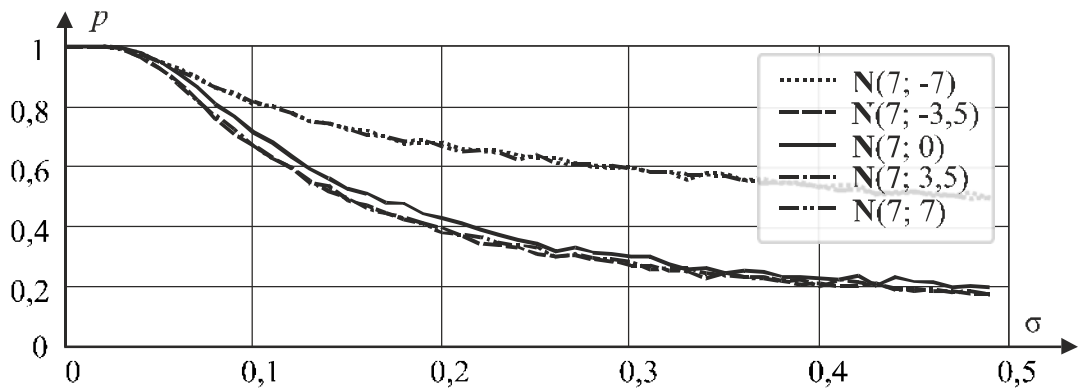


Рис. 7.87. СГИ трапецидальное в вертикальной плоскости – трапецидальное в горизонтальной плоскости для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3.5)$; $N(7;0)$; $N(7;3.5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.88 – 7.91 представлены зависимости вероятностей определения СГИ трапецидальное в горизонтальной плоскости – параллелограмм от отношения СКО флуктуационного шума σ .

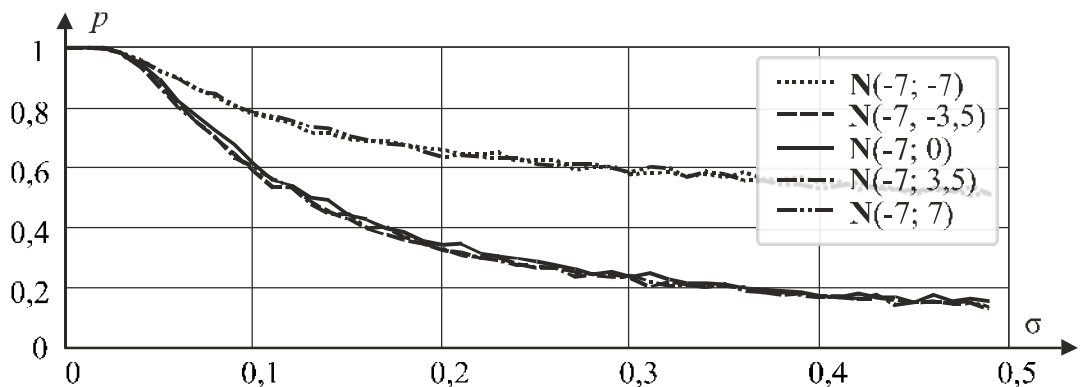


Рис. 7.88. СГИ трапецидальное в горизонтальной плоскости – параллелограмм для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3.5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3.5)$; $N(-7;7)$

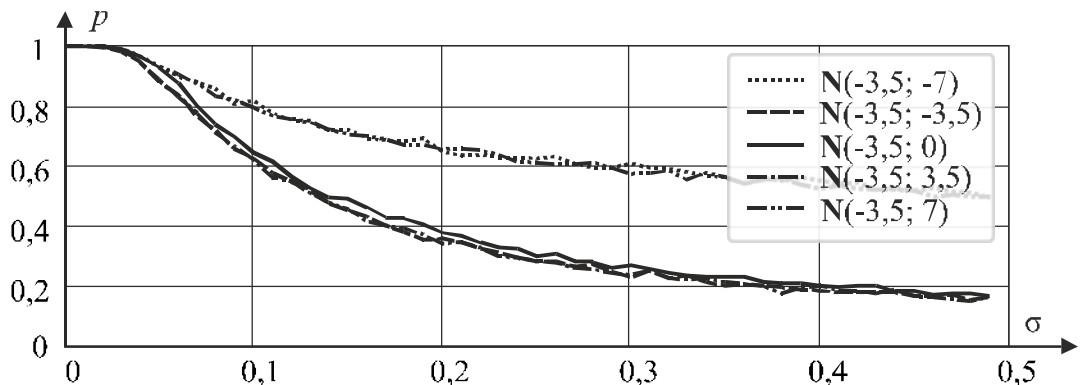


Рис. 7.89. СГИ трапецидальное в горизонтальной плоскости – параллелограмм для контуров $N(-3.5;-7)$, $N(-3.5;-3.5)$; $N(-3.5;0)$; $N(-3.5;3.5)$; $N(-3.5;7)$

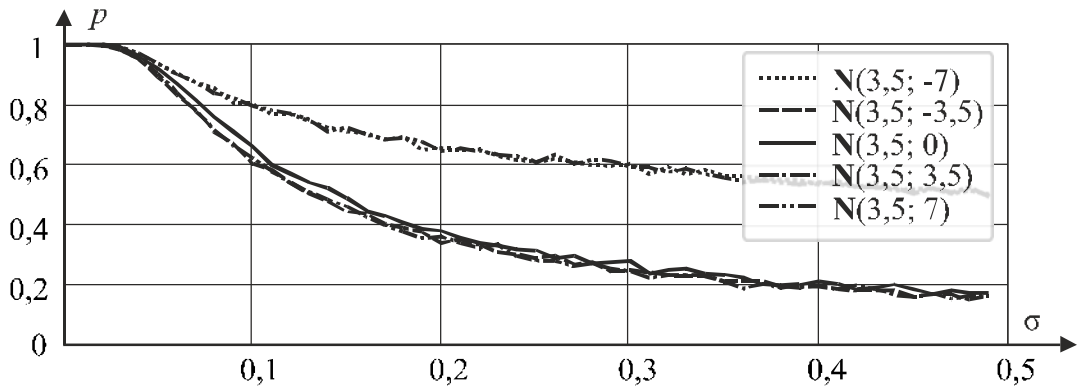


Рис. 7.90. СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости –параллелограмм для контуров $N(3,5;-7)$, $N(3,5;-3,5)$; $N(3,5;0)$; $N(3,5;3,5)$; $N(3,5;7)$

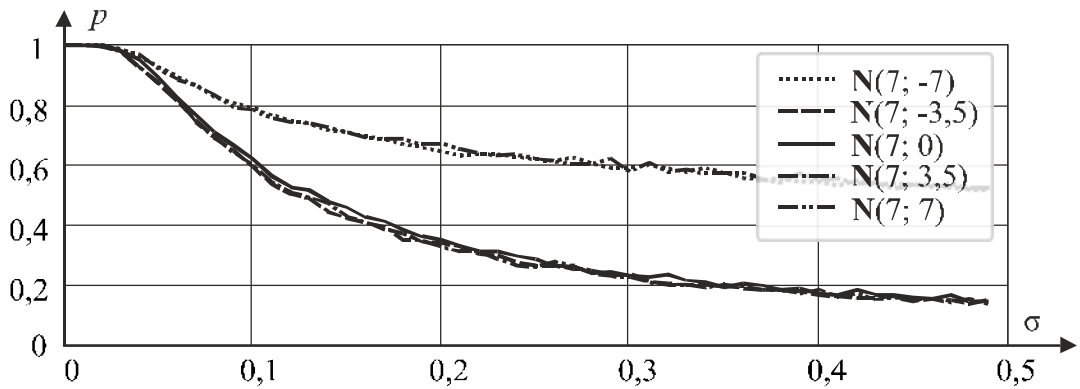


Рис. 7.91. СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости –параллелограмм для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3,5)$; $N(7;0)$; $N(7;3,5)$; $N(7;7)$

На рис. 7.92 – 7.95 представлены зависимости вероятностей определения СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости – сжатие растяжение по вертикали от отношения СКО флуктуационного шума σ .

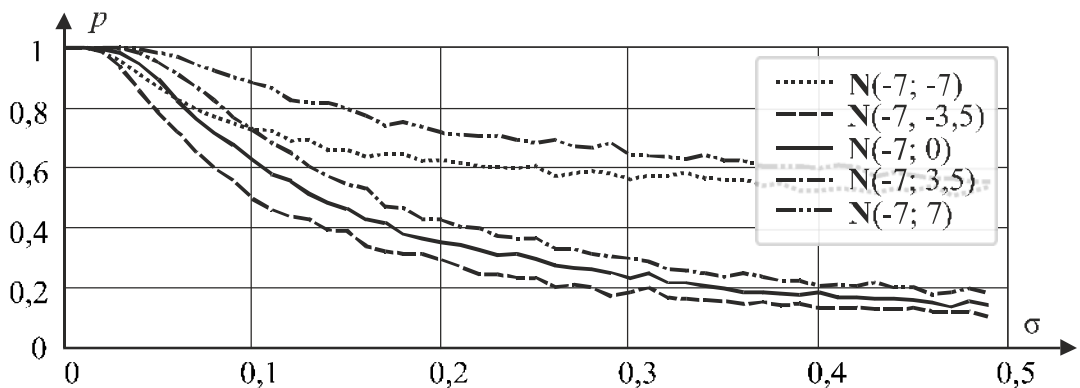


Рис. 7.92. СГИ трапецеидальные в горизонтальной плоскости – сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3,5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3,5)$; $N(-7;7)$

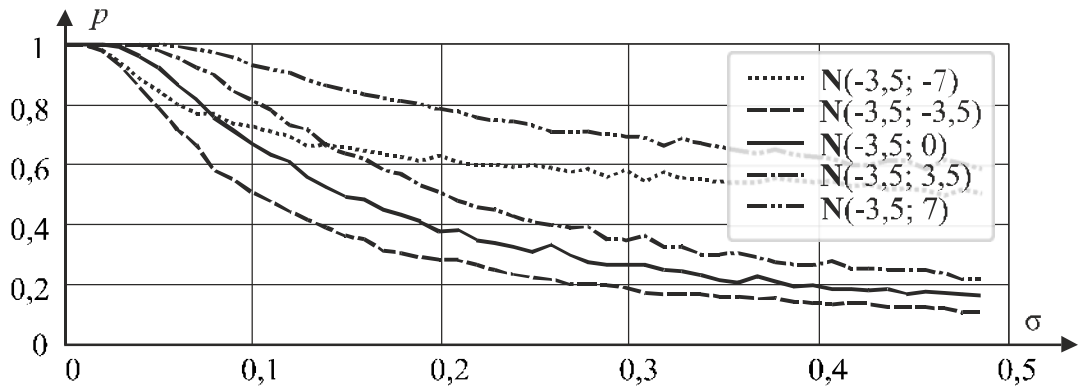


Рис. 7.93. СГИ трапецеидальные в горизонтальной плоскости – сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(-3.5; -7)$, $N(-3.5; -3.5)$; $N(-3.5; 0)$; $N(-3.5; 3.5)$; $N(-3.5; 7)$

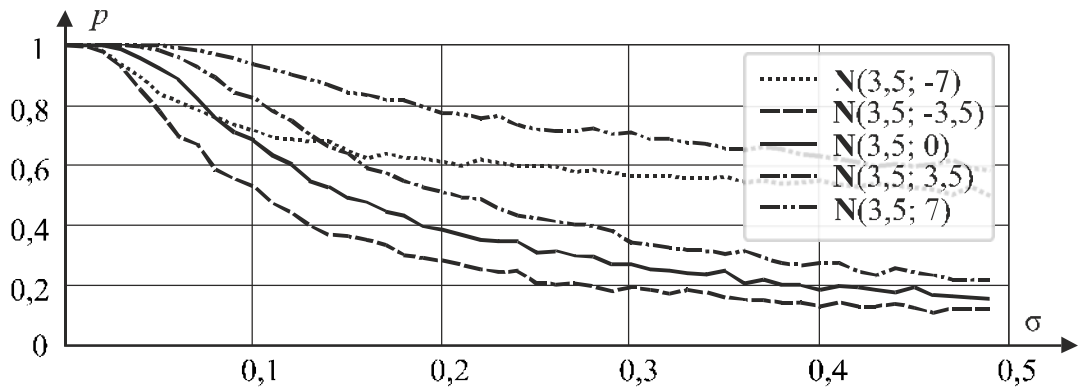


Рис. 7.94. СГИ трапецеидальные в горизонтальной плоскости – сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(3.5; -7)$, $N(3.5; -3.5)$; $N(3.5; 0)$; $N(3.5; 3.5)$; $N(3.5; 7)$

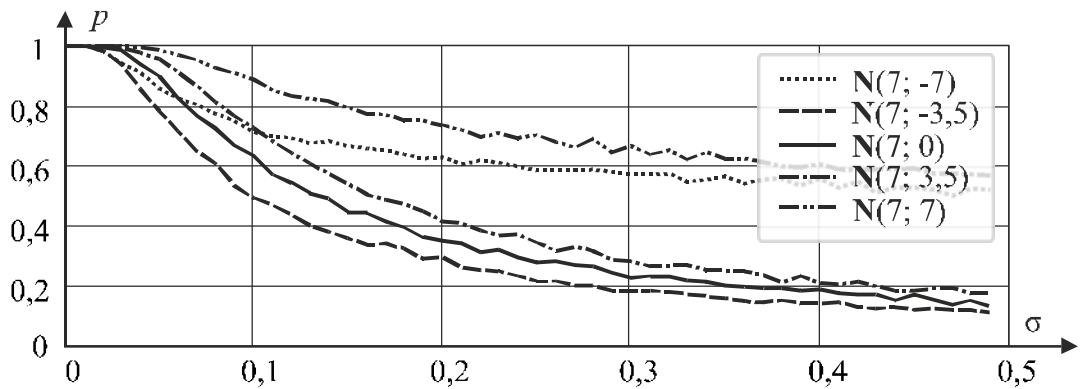


Рис. 7.95. СГИ трапецеидальные в горизонтальной плоскости – сжатие растяжение по вертикали для контуров $N(7; -7)$, $N(7; -3.5)$; $N(7; 0)$; $N(7; 3.5)$; $N(7; 7)$

На рис. 7.96 – 7.99 представлены зависимости вероятностей определения СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости – сжатие растяжение по горизонтали от отношения СКО флуктуационного шума σ .

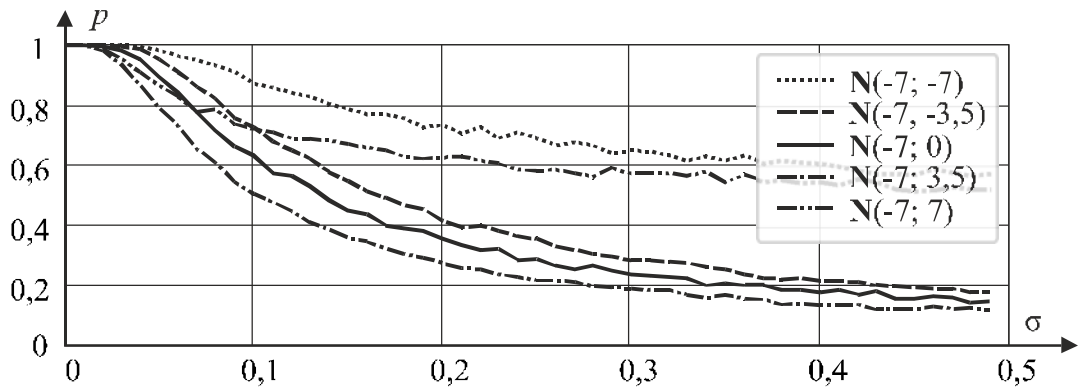


Рис. 7.96. СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости –сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(-7;-7)$, $N(-7;-3,5)$; $N(-7;0)$; $N(-7;3,5)$; $N(-7;7)$

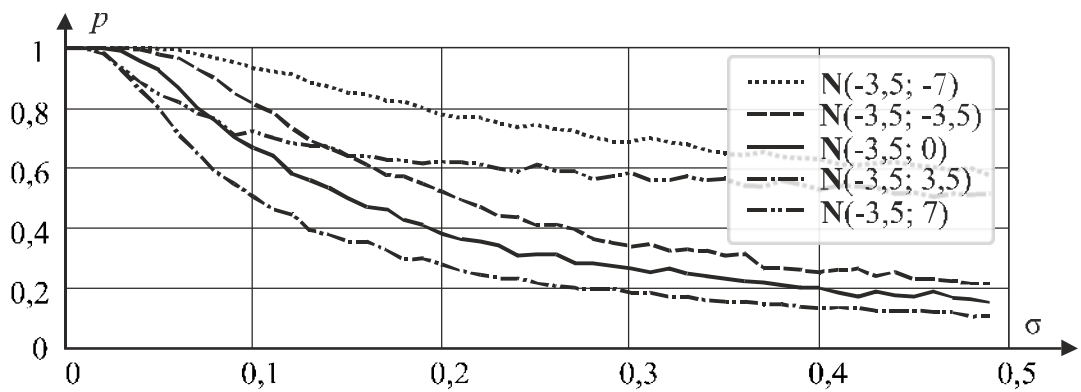


Рис. 7.97. СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости –сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(-3,5;-7)$, $N(-3,5;-3,5)$; $N(-3,5;0)$; $N(-3,5;3,5)$; $N(-3,5;7)$

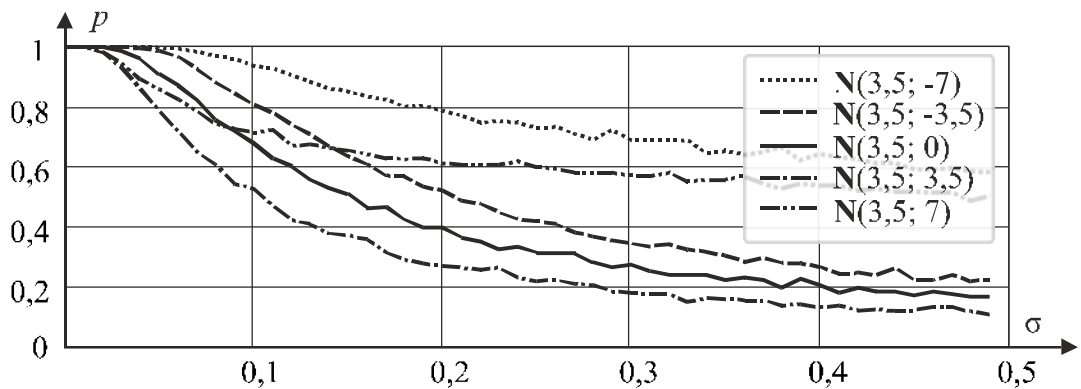


Рис. 7.98. СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости –сжатие растяжение по горизонтали для контуров $N(3,5;-7)$, $N(3,5;-3,5)$; $N(3,5;0)$; $N(3,5;3,5)$; $N(3,5;7)$

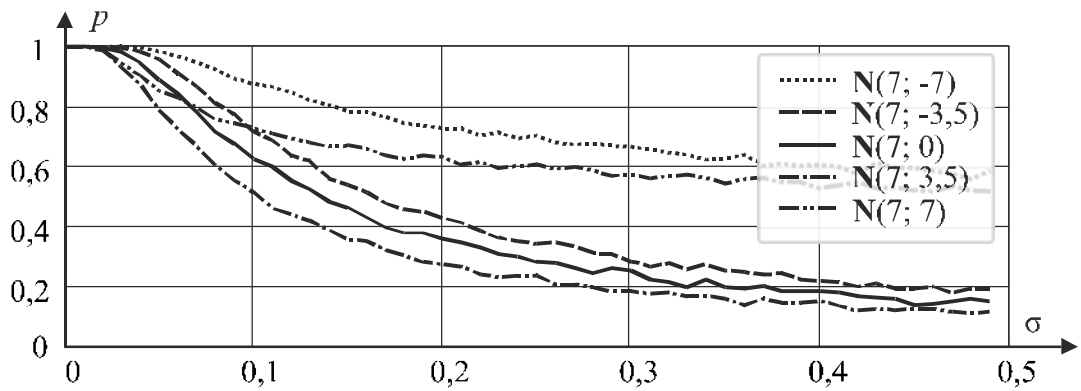


Рис. 7.99. СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости – сжатие – растяжение по горизонтали для контуров $N(7; -7)$, $N(7; -3,5)$; $N(7; 0)$; $N(7; 3,5)$; $N(7; 7)$

На рис. 7.100 – 7.103 представлены зависимости вероятностей определения СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости – трапецеидальное в вертикальной плоскости от отношения СКО флуктуационного шума σ .

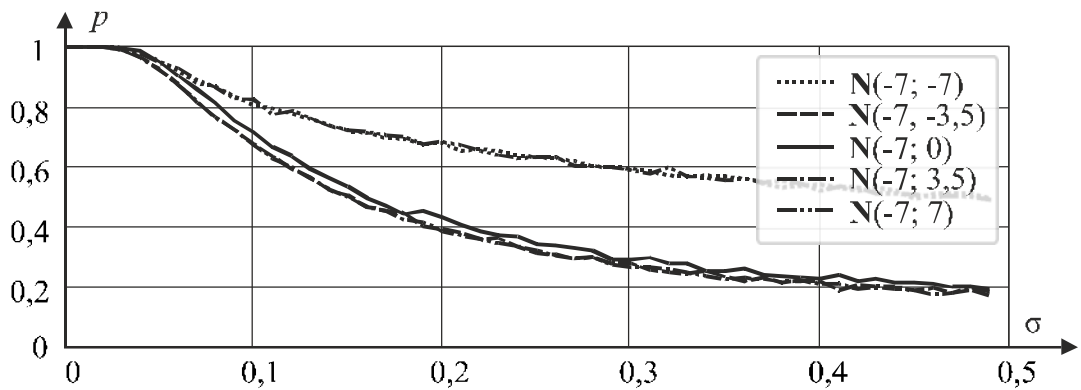


Рис. 7.100. СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости – трапецеидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(-7; -7)$, $N(-7; -3,5)$; $N(-7; 0)$; $N(-7; 3,5)$; $N(-7; 7)$

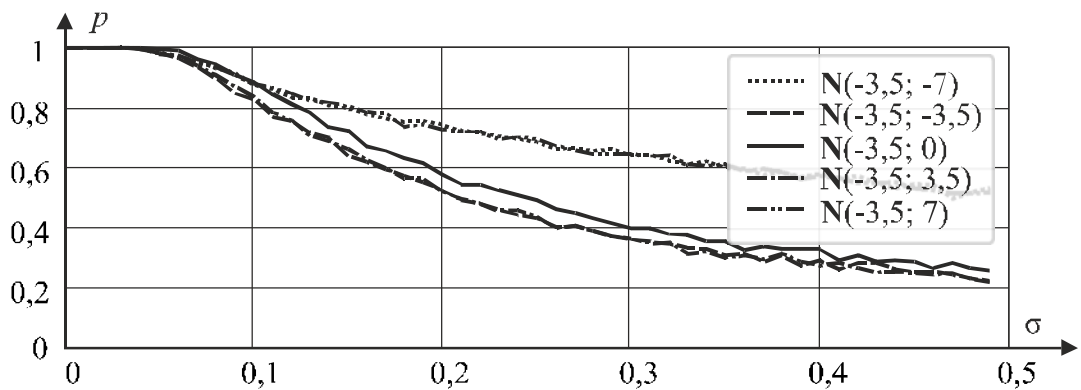


Рис. 7.101. СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости – трапецеидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(-3,5; -7)$, $N(-3,5; -3,5)$; $N(-3,5; 0)$; $N(-3,5; 3,5)$; $N(-3,5; 7)$

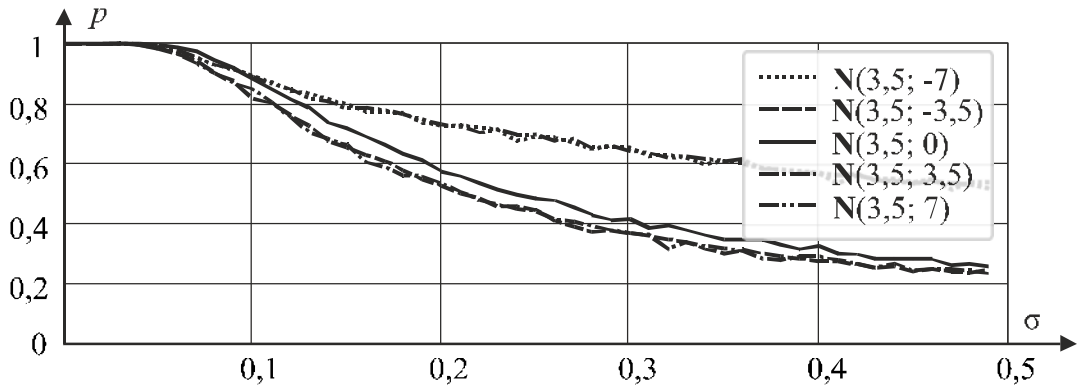


Рис. 7.102. СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости – трапецеидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(3,5;-7)$, $N(3,5;-3,5)$; $N(3,5;0)$; $N(3,5;3,5)$; $N(3,5;7)$

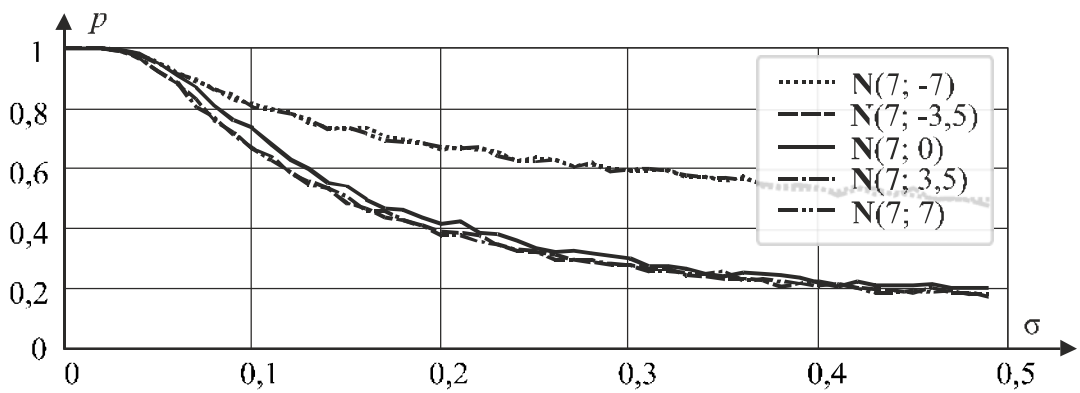
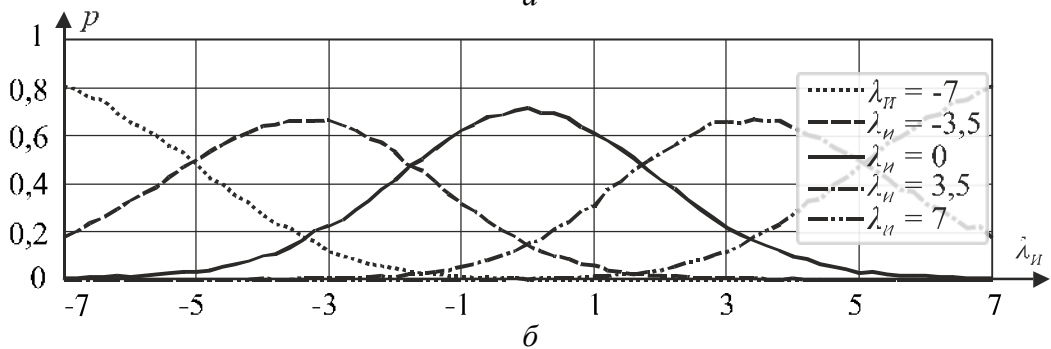
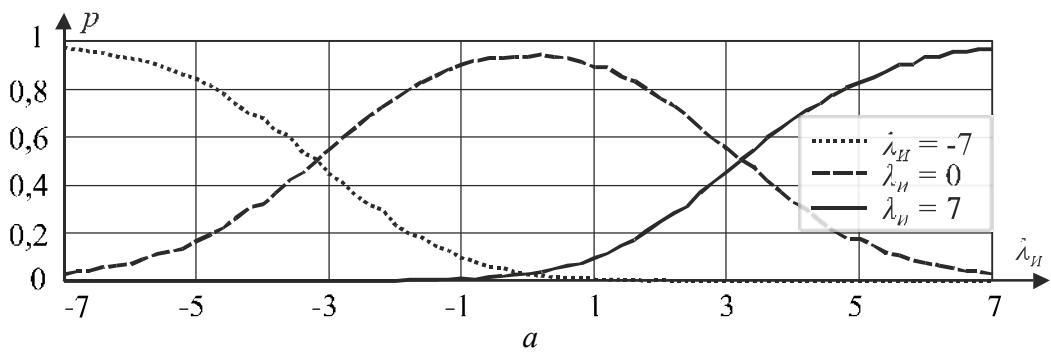


Рис. 7.103. СГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости – трапецеидальное в вертикальной плоскости для контуров $N(7;-7)$, $N(7;-3,5)$; $N(7;0)$; $N(7;3,5)$; $N(7;7)$



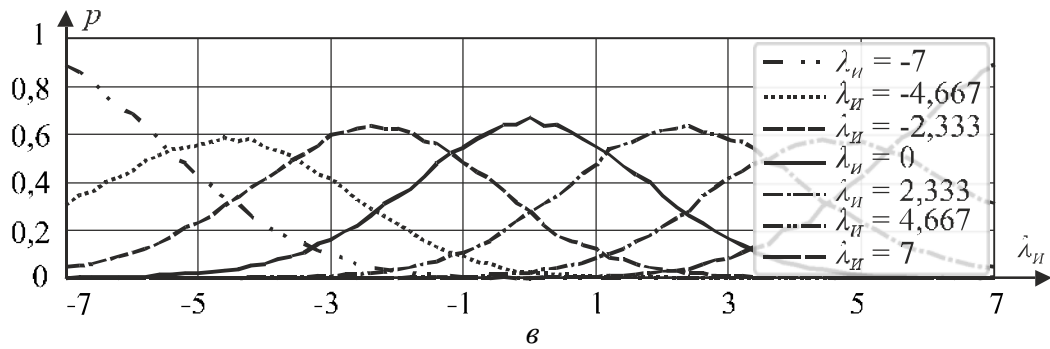
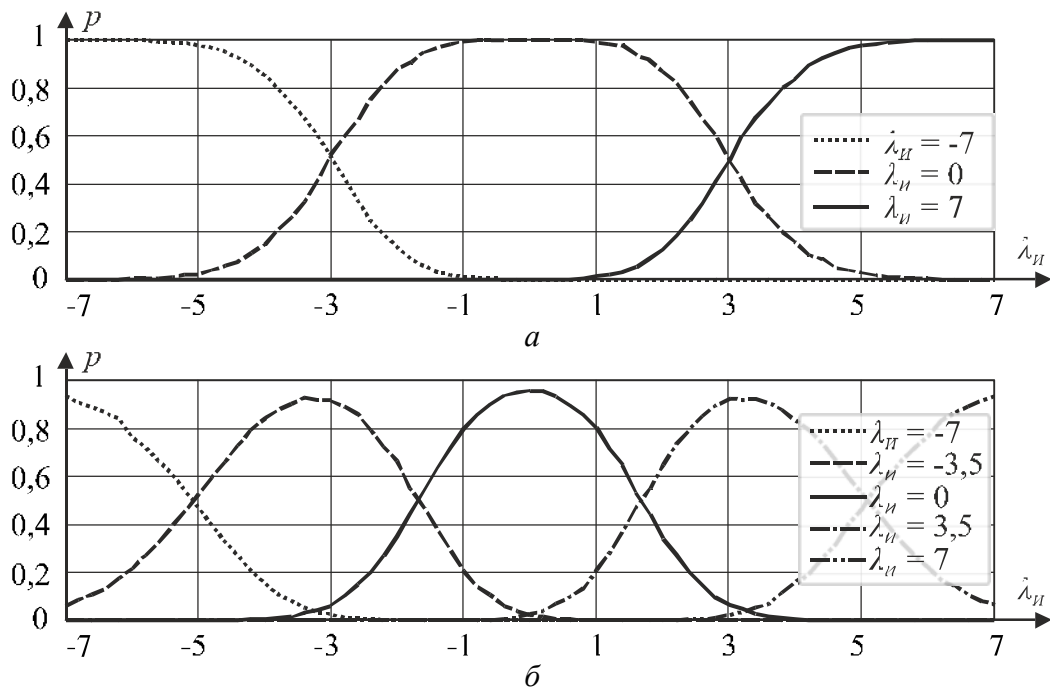


Рис. 7.104. ГИ параллелограмм: *a* - на входе три зашумленных контура с коэффициентами искажения -7 ; 0 ; 7 ; *b* - на входе пять зашумленных контура с коэффициентами искажения -7 ; $-3,5$; 0 ; $3,5$; 7 ; *в* - на входе семь зашумленных контура с коэффициентов искажения равным -7 ; $-4,667$; $-2,333$; 0 ; $2,333$; $4,667$; 7

Поведена оценка вероятности правильного распознавания контура от коэффициента искажения λ_{II} . При этом величина искажения изменялась от -7 до 7 . Проведена оценка параметра ГИ λ_{II} для ГИ параллелограмм (рис. 7.104) и ГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости (рис. 7.105). На вход системы распознавания подавались зашумленные контуры с математическим ожиданием равным 0 и СКО $0,1$.



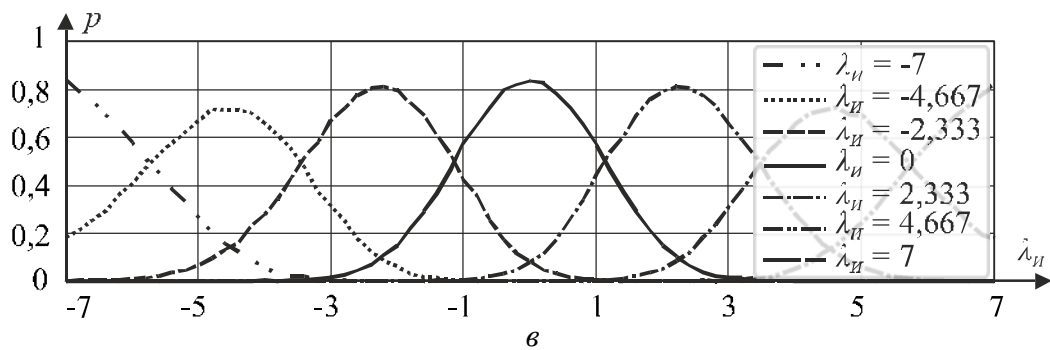


Рис. 7.105. ГИ трапецеидальное в горизонтальной плоскости: *a* - на входе три зашумленных контура с коэффициентов искажения равным -7; 0; 7; *b* - на входе пять зашумленных контура с коэффициентов искажения равным -7; -3,5; 0; 3,5; 7; *в* - на входе семь зашумленных контура с коэффициентов искажения -7; -4,667; -2,333; 0; 2,333; 4,667; 7

Анализируя полученные зависимости, можно сделать следующие выводы.

1. Все входные контуры имеют свои максимумы вероятности правильного распознавания на заданных коэффициентах искажения (например, при $\lambda_{И} = -0,7$ вероятность распознавания $p = 0,8$; при $\lambda_{И} = -3,5$, $p = 0,63$). Это дает возможность однозначно оценить коэффициенты искажений.

2. С увеличением количества эталонных искаженных контуров общая вероятность распознавания падает.

3. Исследуя распознавание контуров изображений с ГИ параллелограмм и ГИ трапецеидальные в горизонтальной плоскости получено, что вероятность оценки параметра искажения контуров изображений, представленных на рис. 7.105, выше чем на рис. 7.104. Это связано с более сложной формой контура получаемого в результате внесения искажений. Следовательно, для увеличения вероятности распознавания искаженных контуров изображений использовать контуры обладающих равномерным спектром и ортогональные друг другу.

Проведена оценка параметра искажения $\lambda_{И}$ при сравнении входного контура со всей базой эталонных контуров. Для проведения исследования сформирована база эталонных контуров. Всего по каждому типу искажения получен 71 эталонный контур. Искажения E_{CB} , E_{PB} , и E_{CF} , E_{PF} объединены в одну группу искажений. Объем базы эталонных контуров составил 355 контуров.

На рис. 7.106 представлен пример оценки вероятности правильного распознавания. По оси абсцисс отложен номер эталонного контура в классе, причем при $n = 0$, $\lambda_{II} = -7$, а при $n = 70$, $\lambda_{II} = 7$. По оси ординат отложен номер класса: где 0 – геометрическое искажение типа «параллелограмм», 1 – искажение «сжатие / растяжение по вертикали», 2 – искажение «сжатие / растяжение по горизонтали», 3 – искажение «трапецеидальное искажение в вертикальной плоскости», 4 – искажение «трапецеидальное искажение в горизонтальной плоскости». По оси аппликат отложена вероятность правильного распознавания контура p .

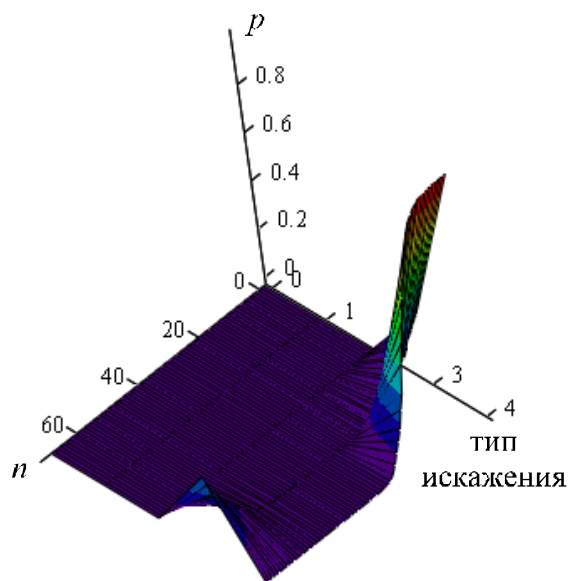


Рис. 7.106. Пример оценки вероятности правильного распознавания

Проведено исследование для ГИ параллелограмм для трех, пяти и семи классов эталонов с разными параметрами ГИ.

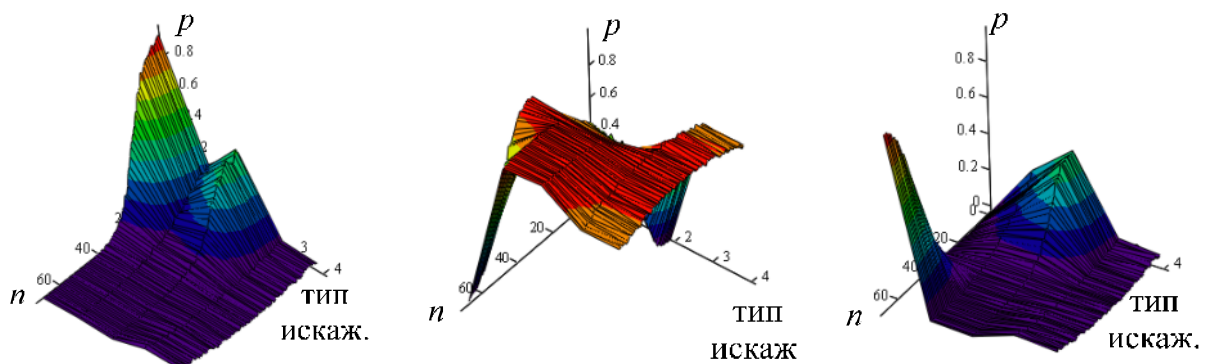


Рис. 7.107. Оценка вероятности правильного распознавания для трех эталонных контуров ГИ параллелограмм при $\lambda_{II} : -7; 0; 7$

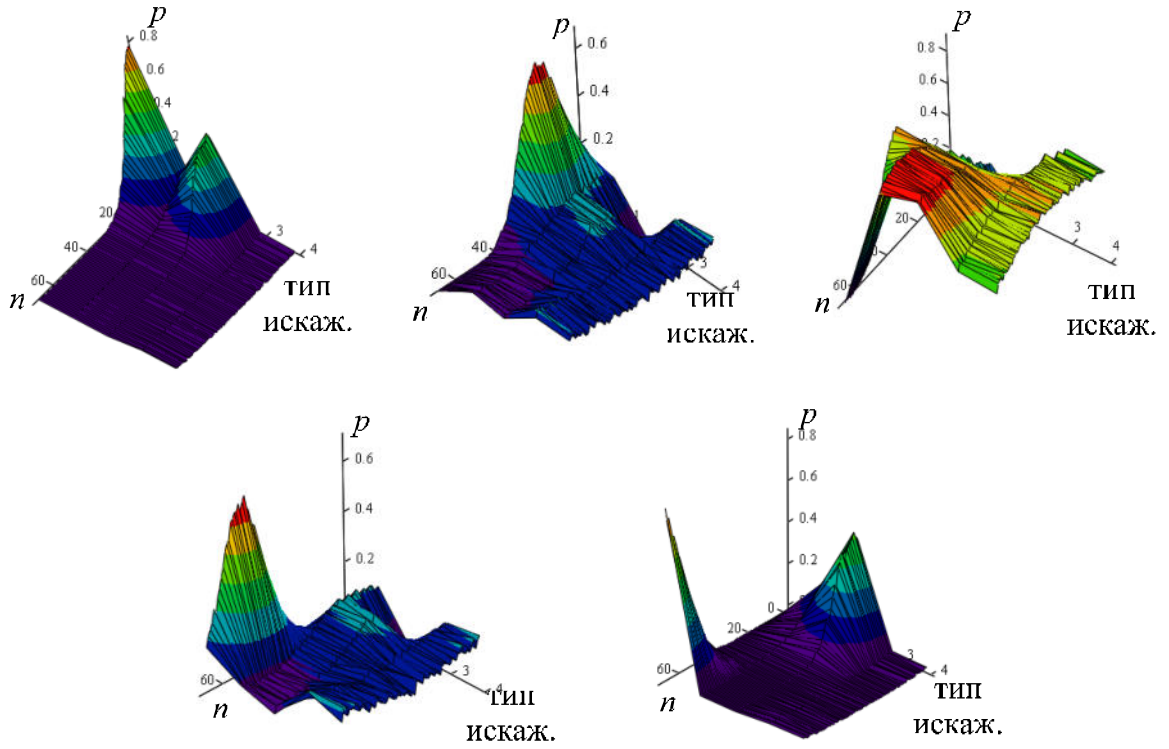
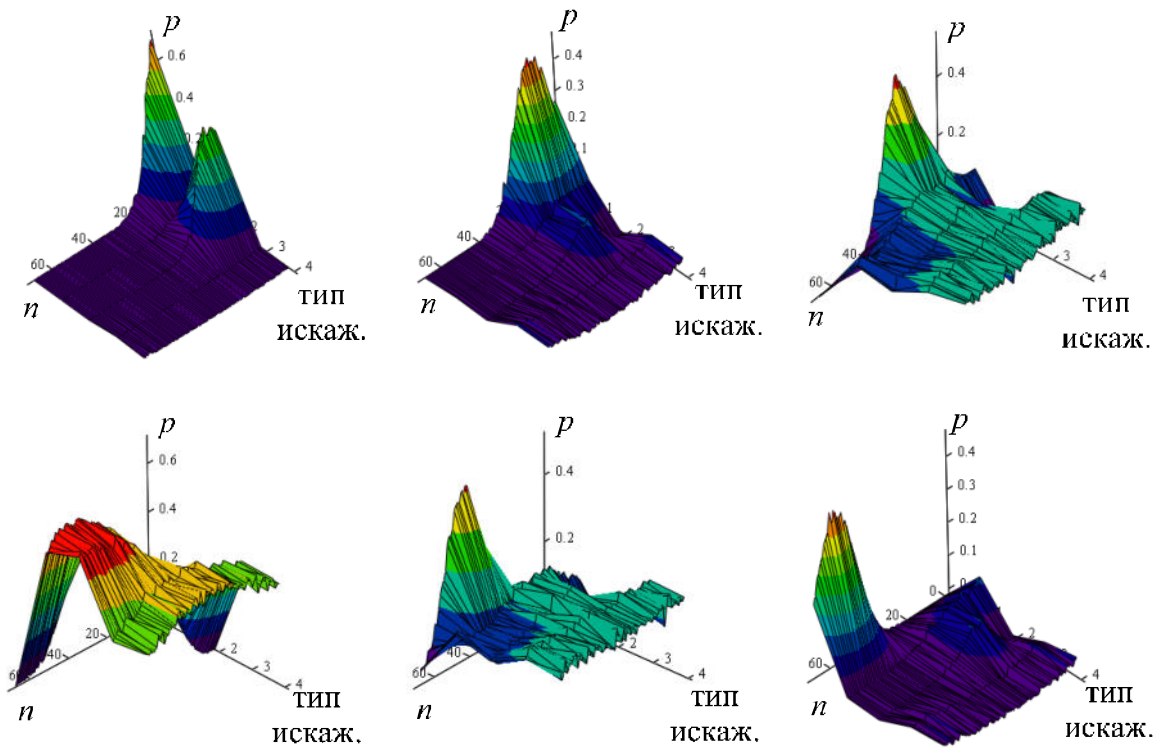


Рис. 7.108. Оценка вероятности правильного распознавания для пяти эталонных контуров ГИ параллелограмм при λ_{II} равным -7; -3,5; 0; 3,5; 7



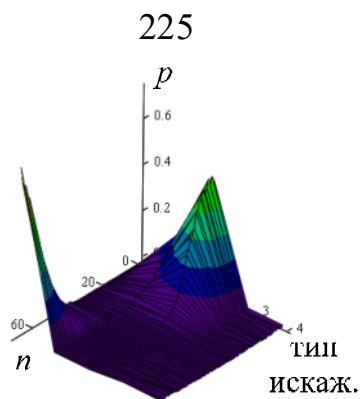


Рис. 7.109. Оценка вероятности правильного распознавания для семи эталонных контуров ГИ параллелограмм при λ_{II} равным -7; -4,667; -2,333; 0; 2,333; 4,667; 7

Таким образом, происходит однозначное определение параметров искажений, так как максимальные пики распознавания появляются однозначно в заданных местах.

7.5. Структурная схема обработки контуров изображений

Обработка контуров изображений представляет собой многоуровневый процесс, направленный на преобразование исходного непрерывного контурного изображения в структурированное цифровое представление, пригодное для распознавания и анализа. Предложена обобщенная структурная схема системы обработки контуров изображений (рис. 7.110).

На вход системы могут поступать входные сигналы в виде непрерывных $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,L}$, так и дискретных контуров $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ изображений (Глава 2, п. 2.2, п. 2.3). Непрерывный контур \mathbf{X} представляет собой сигнал, заданный в аналоговой форме, например, сигнал с датчика, графическое изображение, видеопоток). При необходимости, для перехода в цифровую область осуществляется дискретизация непрерывного контура \mathbf{X} с помощью аналогово-цифрового преобразователя. В результате формируется дискретное представление контура Γ в виде последовательности точек или сегментов. Дискретный контур Γ представляет собой аппроксимацию непрерывной, плавной линии контура реального объекта последовательностью упорядоченных точек (пикселей или вершин) в дискретном пространстве, которым является цифровое изображение.

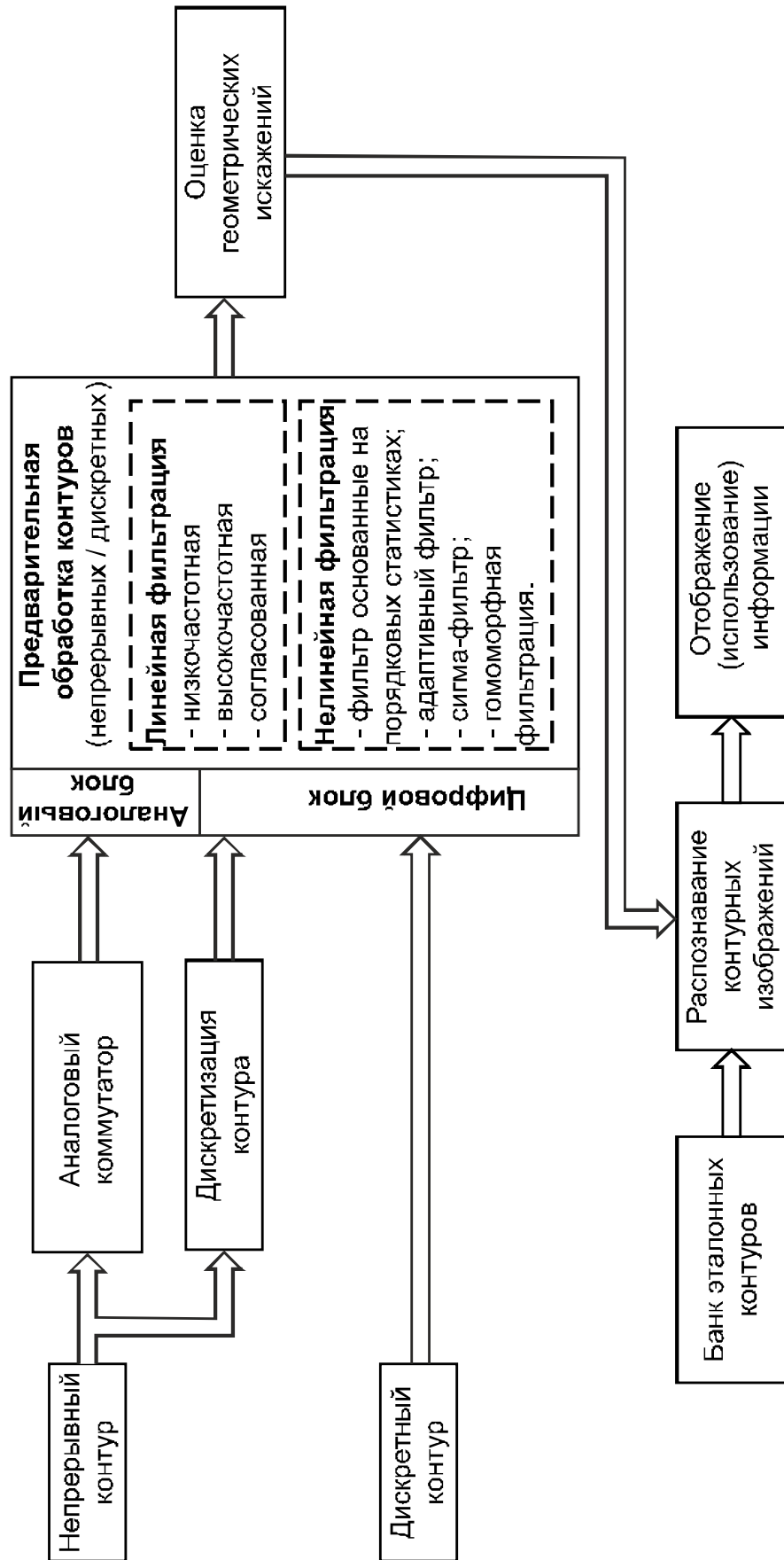


Рис. 7.110 Обобщенная структурная схема системы обработки контуров изображений

В работе контуры X и G представлены в комплексной форме. Контурные могут содержать шумы, геометрические искажения.

Входные контуры изображений X и G поступают на соответствующие входы блока предварительной обработки контуров (непрерывные контуры X в аналоговый блок обработки, дискретные G – в цифровой). На данном этапе производится начальная обработка как непрерывных X , так и дискретных контуров G с целью улучшения их качества и подготовки к дальнейшему анализу. Блок включает алгоритмы линейной и нелинейной фильтрации (Глава 5).

Линейная фильтрация применяется для подавления шумов и выделения значимых частотных компонент контура. Используются низкочастотная фильтрация при которой производится сглаживание контура, устранение высокочастотного шума, высокочастотная фильтрация производит подчеркивание границ и деталей контурного изображения, согласованная фильтрация используется для оптимальной обработки с выделения контуров заданной формы в условиях шумов. Нелинейная фильтрация (Глава 5) применяется для обработки контуров в условиях нелинейных искажений, импульсных шумов и нестационарных помех. Методы нелинейной фильтрации включают контурные фильтры на основе порядковых статистик (медианный фильтр, фильтр, основанный на вычислении усеченного среднего, фильтр максимума и минимума, фильтр срединной точки) (Глава 5, п. 5.2), адаптивные контурные фильтры, в которых осуществляется автоматическая настройка параметров в зависимости от локальных характеристик контура (Глава 5, п. 5.3), контурный сигма-фильтр – при подавлении импульсного шума с сохранением резких границ (Глава 5, п. 5.4), контурная гомоморфная фильтрация при разделении и обработка мультипликативных шумовых компонент контурного сигнала (Глава 5, п. 5.5).

После предварительной обработки контура изображений поступают в блок оценки геометрических искажений (Глава 6, п. 6.4.), который в схеме обработки контуров изображений выполняет критически важную функцию подготовки контура к корректному сравнению и распознаванию. Его основная задача – выявление и количественная оценка пространственных преобразований, которым

подвергся исходный контур (Глава 7), с целью их последующей компенсации или учёта. Блок выполняет операции идентификация типа и параметров искажений, анализирует, какие именно геометрические преобразования отличают текущий контур от его эталонного представления. К основным типам искажений можно отнести аффинные преобразования, такие как поворот φ , масштабирование μ и сдвиг начальной точки d (Глава 2), так и геометрические искажения, проявляющиеся в виде нарушения геометрического подобия изображения его оригиналу, которые не описываются простыми аффинными моделями (Глава 6, п. 6.2). Результаты работы этого блока служат исходными данными для последующих этапов с двумя основными целями: предварительная коррекция (нормализация) – параметры искажений передаются в блок предварительной обработки для обратного преобразования контура. Например, контур можно повернуть на вычисленный угол, привести к единому масштабу и сместить в начало координат. Это позволит сравнивать контуры в инвариантном к базовым преобразованиям пространстве; учёт искажений при решении задачи распознавания, в случае если предварительная коррекция невозможна или нежелательна, параметры искажений передаются непосредственно в блок распознавания. Алгоритмы сравнения могут использовать эти параметры для целенаправленного поиска в банке эталонов или для вычисления метрики сходства, устойчивой к данным искажениям.

Без этого блока система распознавания была бы крайне чувствительна к элементарным изменениям ракурса, расстояния до объекта или его ориентации. Блок оценки геометрических искажений обеспечивает робастность системы к таким изменениям, что является обязательным требованием для реальных приложений компьютерного зрения, робототехники или анализа медицинских снимков, где объект может наблюдаться под разными углами. Блок оценки геометрических искажений, это интеллектуальный модуль предварительной коррекции, который «понимает», как именно контур был трансформирован в пространстве, и предоставляет инструменты для устранения этих трансформаций

или их учёта, тем самым повышая эффективность и точность последующего распознавания.

На следующем шаге производится распознавание контуров изображений. Блок распознавания контуров изображений, это интеллектуальный модуль системы, который принимает окончательное решение о принадлежности обработанного входного контура к одному из известных классов или идентифицирует его как неизвестный объект. Он выполняет задачу классификации или идентификации на основе сравнения подготовленного контура с содержимым банка эталонов. К основным функциям блока относят операции: сопоставления и сравнения, то есть определение степени сходства между входным контуром и каждым эталоном из банка эталонов контуров с использованием заданной метрики; анализ полученных мер сходства и принятие решения о выборе наиболее вероятного класса или эталона согласно выбранному решающему правилу; оценка достоверности принятого решения (например, определение вероятности); обработка неопределенностей, действие на случай, когда сходство со всеми эталонами недостаточно высоко (отказ от распознавания).

Блок реализован на основе вычисления Евклидова расстояния в комплексной плоскости. Сравнение контуров реализовано на основе корреляционного анализа с поиском максимума корреляционной функции. Для решения задачи распознавания использованы Байесовские классификаторы, когда принятие решения производится на основе теоремы Байеса, максимизирующее функцию правдоподобия. Так же следует отметить что контуры, представленные на комплекснозначной плоскости, нечувствительны к преобразованиям поворота, масштаба и сдвига начальной точки.

Банк эталонных контуров представляет собой структурированное хранилище образцовых (эталонных) представлений контуров, используемое в качестве базы для сравнения и распознавания входящих обрабатываемых контуров. Он является ключевым компонентом контурного анализа и системы распознавания образов. Контур, как правило, приведен к единому масштабу,

ориентации и положению (инвариантное представление), чтобы исключить влияние базовых геометрических преобразований на этапе сравнения. Качество и структура банка эталонных контуров напрямую определяют точность распознавания, быстродействие системы (эффективный поиск среди тысяч эталонов), устойчивость к вариациям (хороший банк содержит не один, а множество эталонов одного класса, учитывающих разные ракурсы, стилизации). Эффективность блока распознавания контуров изображений напрямую зависит от качества банка эталонов, выбора информативных признаков и адекватности алгоритма сопоставления решаемой прикладной задаче. Его создание и наполнение часто является самой ресурсоемкой частью разработки систем компьютерного зрения и анализа изображений.

На последнем этапе результаты обработки визуализируются или передаются в системы принятия решений, например, интегрируются в системах компьютерного зрения, робототехники, медицинской диагностики и др.

Представленная обобщенная структурная схема обработки контуров изображений отражает этапы обработки контуров изображений в теории контурного анализа. Она обеспечивает последовательное преобразование исходного аналогового контура в цифровую форму, его очистку от шумов, предварительную коррекцию, сравнение с эталонами и окончательное распознавание. Данная схема может быть адаптирована под конкретные прикладные задачи, такие как распознавание объектов, анализ медицинских изображений, обработка сигналов в робототехнике и др.

7.6. Сравнение методов распознавания изображений на базе нейронной сети и методами контурного анализа

Задача обнаружения и распознавания объектов интереса на отдельных изображениях и видеопоследовательностях остается актуальной. Внедрение статистических методов в середине 20-го века заложило основу для более сложных методов классификации. С развитием вычислительной техники стали развиваться методы глубокого обучения и сверточных нейронных сетей, которые

выделяют существенные признаки автоматически на основе необработанных данных, без необходимости тщательного ручного конструирования [203, 204]. При этом, возможно, как создание собственных, так и дообучение существующих архитектур нейронных сетей, показавших эффективность для решаемой задачи. Основным ограничением технологий нейронных сетей является большая вычислительная сложность, и рост доступных вычислительных мощностей в последние десятилетия дал значительный стимул в развитии алгоритмов на их основе.

Несмотря это, существуют задачи, которые по-прежнему используют классические подходы, такие как алгоритмы машинного обучения и статистические методы. Эти методы, несмотря на эффективность нейронных сетей, имеют определенные преимущества. Так, обучение нейронных сетей обычно требует больших объемов размеченных данных, что может быть существенным ограничением в ситуациях, где доступность данных для обучения ограничена.

В работе [205] представлен достаточно подробный анализ подходов и методов обнаружения объектов на изображении, как частного случая задачи распознавания изображений. Внимание уделено как подходам на основе математических моделей изображений и отношения правдоподобия, так и свёрточным нейронным сетям, направленных на решение задач распознавания и обнаружения. При этом для обучения нейронных сетей используются уже не математические модели, а библиотеки реальных снимков. Анализ литературы показывает, что в настоящее время отсутствуют работы, в которых проводилось сравнение классических методов инвариантного распознавания форм с методами глубокого обучения и свёрточных нейронных сетей при решении задачи распознавания контурных изображений объектов, т. к. первый подход основан на математических моделях изображений и объектах интереса, а второй на подходах обучения алгоритмов обнаружения.

Для решения задачи распознавания (классификации) изображений создана база данных изображений. На рис. 7.111 представлен пример трех изображений, соответствующих трем классам.

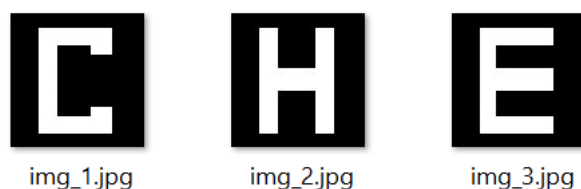


Рис. 7.111. Пример трех классов изображений (размер 100x100 пикселей)

Сгенерированы по 3000 вариантов изображений каждого класса с различными размерами и углами поворота размером 300x300 пикселей (рис. 7.112).

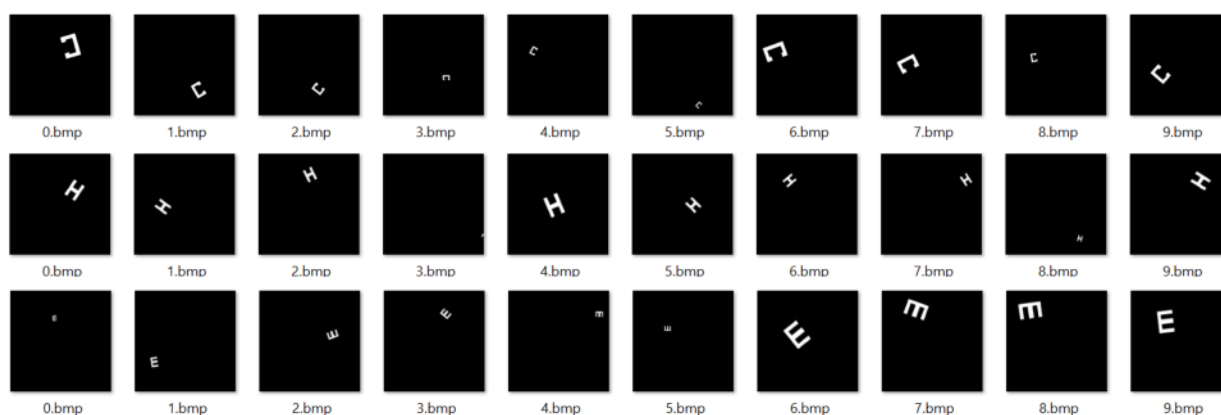


Рис. 7.112. Пример изображений из синтезированной базы данных

Произведено зашумление изображений (рис. 7.113). Для зашумления изображений применялся аддитивный Гауссовский шум.

Для выделения контура проводилась предобработка каждого изображения, которая состояла из следующих шагов (рис. 7.114):

- шаг 1 – фильтрация зашумленного изображения с помощью фильтра;
- шаг 2 – бинаризация изображения с уровнем порога, равным 128;
- шаг 3 – нахождение наибольшего по площади контура на бинарном изображении;

шаг 4 – выделение контура на изображении. Полученные контуры всех изображений были представлены в форме массивов, содержащих подмассивы $[dx, dy]$ – изменение координат точек контура $[x_2-x_1, y_2-y_1]$, где (x_1, y_1) – координаты начальной точки вектора контура, а (x_2, y_2) – координаты конечной точки вектора контура. Координаты вектора (dx, dy) были преобразованы в комплексное описание числа $dx + i dy$;

Шаг 5 – Передискретизация контуров, состоящих из комплексных чисел (рис. 7.115). После передискретизации все контуры имели длину в 100 отсчетов (комплексных чисел).

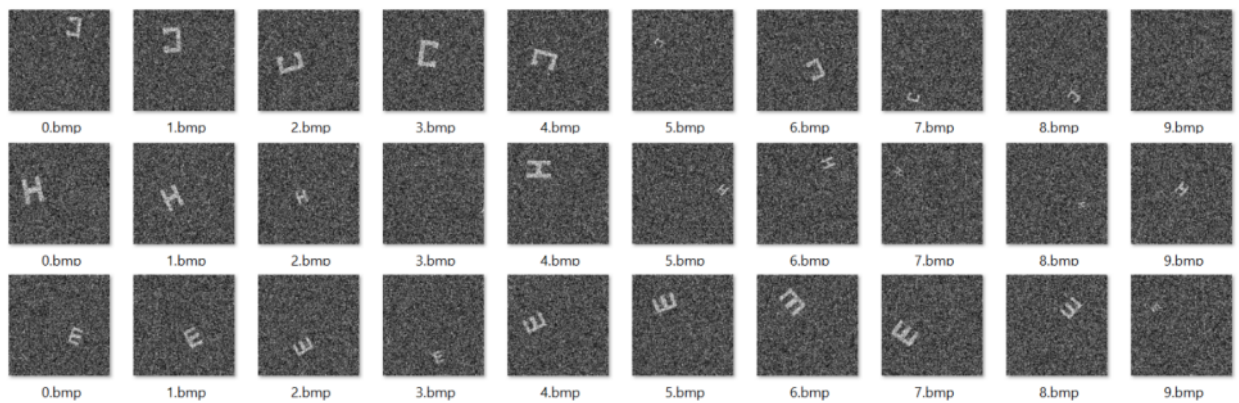


Рис. 7.113. Примеры зашумленных изображений

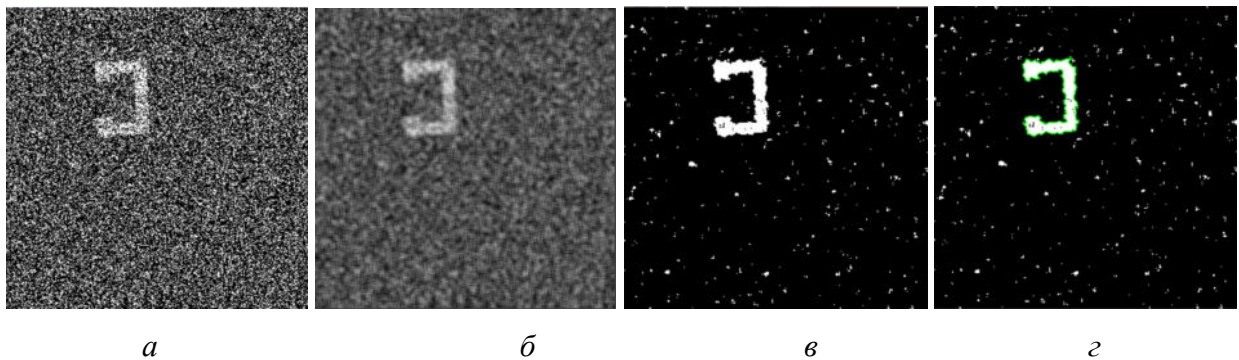


Рис. 7.114. Предобработка зашумленных изображений: (а) исходное зашумленное изображение; (б) фильтрация изображения фильтром среднего с ядром 5×5 ; (в) бинаризация изображения с порогом интенсивности 128; (г) нахождение наибольшего по площади контура

В общем случае задача обнаружение одного контура Γ , состоит в следующем. На вход обнаружителя поступает либо шумовой контур $N = Z$, либо

зашумленный контур $\mathbf{N} = \mathbf{\Gamma}_{(c)} + \mathbf{Z}$, элементарные векторы которого характеризуется дисперсией σ^2 . Шумовой контур задается нормальным законом распределения с нулевым математическим ожиданием. Контур $\mathbf{\Gamma}_{(c)}$ представляет собой сигнальный контур, полученный путём линейных преобразований растяжения эталонного контура $\mathbf{\Gamma}$ в $|\mu|$ раз, сдвигом начальной точки на d и поворота на угол $\Delta\varphi$. Для принятия обоснованного решения о наличии на входе обнаружителя зашумленного или шумового контура используется функция правдоподобия [3].

$$\Lambda(\mathbf{N}, \Delta\varphi, d, |\mu|) = c \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{N}\|^2 + |\mu|^2 \|\mathbf{\Gamma}\|^2 - 2|\mu| \operatorname{Re}(\mathbf{N}, \mathbf{\Gamma}_{\Delta\varphi, d})\right\}.$$

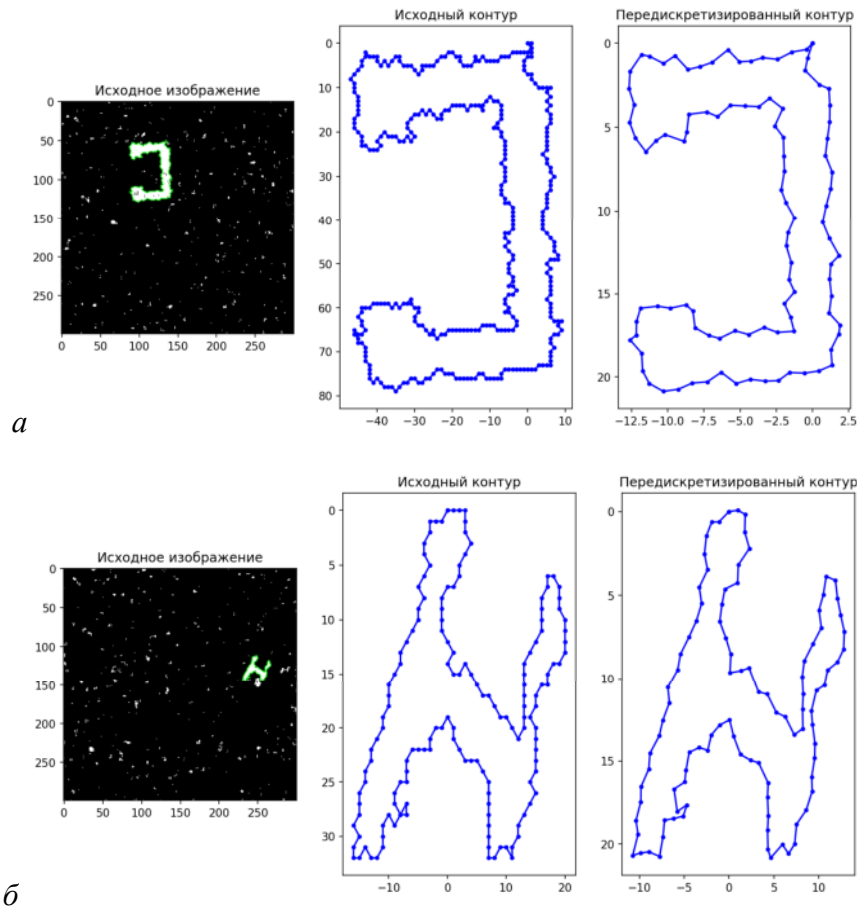


Рис. 7.115. Передискретизация контуров изображений: (а) буква «С»; (б) буква «Н»

На основе оценки максимального правдоподобия параметров μ , d , $\Delta\varphi$ выражение для квадратного корня из логарифма отношения правдоподобия: $\ln L(\mathbf{N}) = |\eta(d)|_{\max} / \sqrt{2}\sigma \|\mathbf{\Gamma}\|$. Тогда правило обнаружения зашумленного контура

будет иметь вид $|\eta(d)|_{\max} > \sqrt{2}\sigma \|\Gamma\| \sqrt{\ln \Lambda_0} = U_{|\mu|}$. Таким образом, оптимальный обнаружитель формирует k отсчетов контурного согласованного фильтра (КСФ), находит их модули, выбирает максимальный по величине модуль и сравнивает его с порогом U .

На примере двух классов изображений контуров рассмотрим задачу распознавания зашумленных контуров. Пусть контуры $\Gamma_{(1)} = \{\gamma_{(1)}(n)\}_{0,s-1}$ и $\Gamma_{(2)} = \{\gamma_{(2)}(n)\}_{0,s-1}$ – эталонные контуры соответственно двух классов. На устройство распознавания подается либо зашумленный контур первого класса $\mathbf{N}_{(1)} = \Gamma_{(1)} + \mathbf{Z}$, либо второго класса $\mathbf{N}_{(2)} = \Gamma_{(2)} + \mathbf{Z}$, где \mathbf{Z} – шумовой контур, заданный по нормальным законом распределения с нулевым математическим ожиданием. Необходимо обоснованно отнести зашумленный контур \mathbf{N} к одному из двух классов контуров.

В работе [3] показано, что для принятия решения необходимо сформировать безусловное отношение правдоподобия и сравнить его с пороговым значением. Функции правдоподобия контуров $\mathbf{N}_{(1)}$ и $\mathbf{N}_{(2)}$ имеют соответственно вид:

$$\Lambda_C(\mathbf{N}) = c \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[\|\mathbf{N}\|^2 + \|\Gamma_{(1)}\|^2 - 2\operatorname{Re}(\mathbf{N}, \Gamma_{(1)}) \right]\right\},$$

$$\Lambda_C(\mathbf{N}) = c \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[\|\mathbf{N}\|^2 + \|\Gamma_{(2)}\|^2 - 2\operatorname{Re}(\mathbf{N}, \Gamma_{(2)}) \right]\right\}.$$

Логарифм безусловного отношения правдоподобия будет иметь вид

$$\ln L(\mathbf{N}) = -\frac{1}{2\sigma^2} \left\{ \|\Gamma_{(1)}\|^2 - \|\Gamma_{(2)}\|^2 - 2[\operatorname{Re}(\mathbf{N}, \Gamma_{(1)}) - \operatorname{Re}(\mathbf{N}, \Gamma_{(2)})] \right\}.$$

Правило принятия решения в пользу класса K_1 записывается как:

$$\operatorname{Re}(\mathbf{N}, \Gamma_{(1)}) - \operatorname{Re}(\mathbf{N}, \Gamma_{(2)}) \geq \sigma^2 \ln \Lambda_0 + 0,5 \left(\|\Gamma_{(1)}\|^2 - \|\Gamma_{(2)}\|^2 \right),$$

где Λ_0 – пороговое значение отношения правдоподобия. Таким образом, для принятия решения о классе распознаваемого контура необходимо сформировать разность реальных частей скалярных произведений распознаваемого контура \mathbf{N} с каждым из эталонных контуров и сравнить её с пороговой величиной.

Для классификации изображений с помощью сверточной нейронной сети проведена предварительная обработка изображений. На первом шаге производился поиск объекта интереса на изображении. Далее, размерность фрагмента изображения приводилась к 100x100 пикселей. На последнем шаге проводилась нормализация изображения.

Разработан алгоритм для решения задачи классификации контуров изображений с помощью нейронной сети (рис. 7.116).

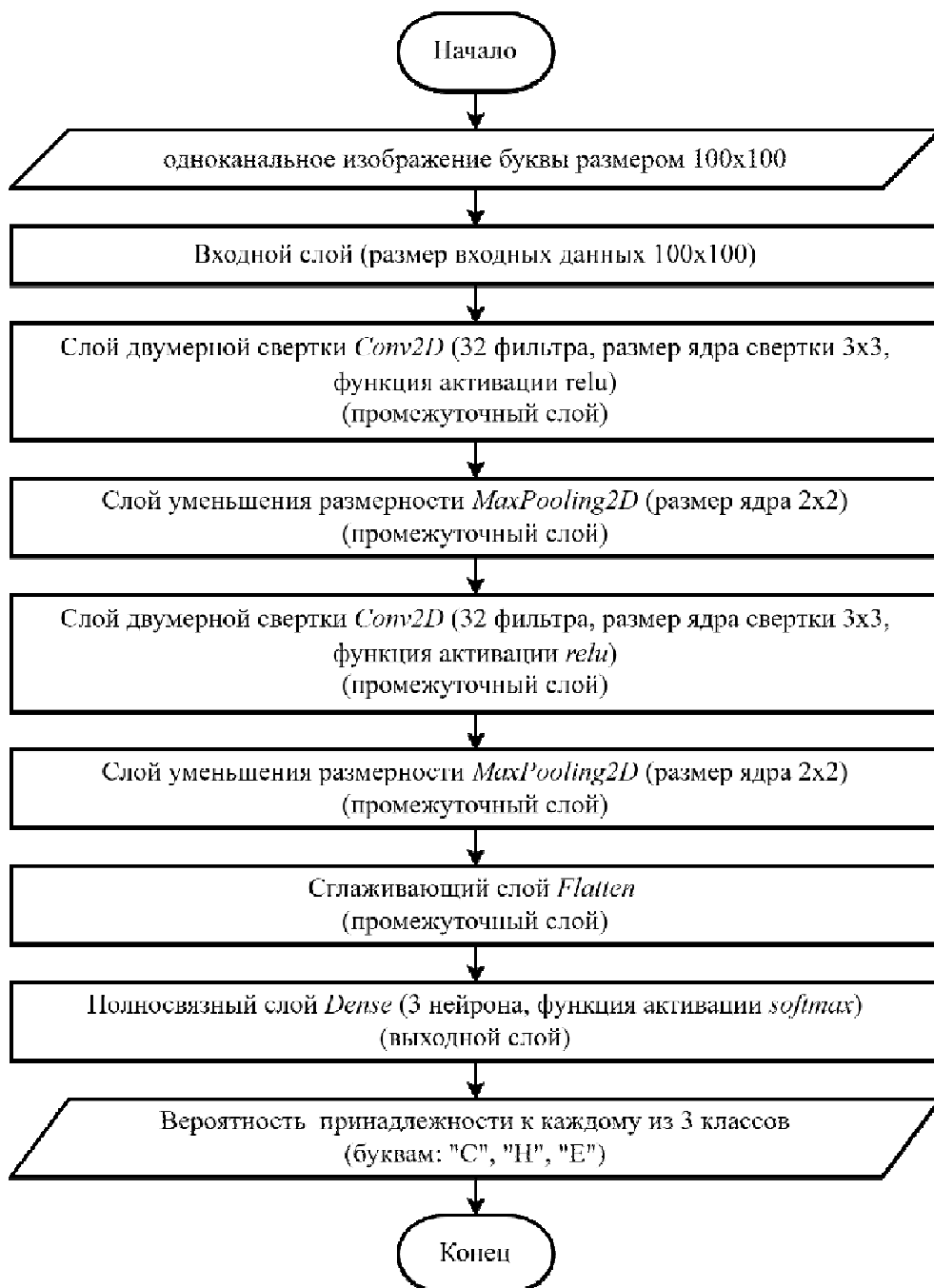


Рис. 7.116. Алгоритм классификации контуров изображений с помощью нейронной сети

Произведена оценка быстродействия распознавания (классификации) изображений на базе нейронной сети (рис. 7.117) и методами контурного анализа (табл. 7.6). В качестве исходных данных использована база данных незашумленных изображений (рис. 7.112). Получено, при потоковой обработке 9000 изображений размером 300x300 пикселей метод контурного анализа 1,97 раза обеспечивает выигрыш скорости обработки по сравнению применением двумерной сверточной нейронной сети. Основное время, при применении метода контурного анализа, ушло на предварительную обработку. При увеличении количества изображений выигрыш контурного анализа становится менее очевидным.

Табл. 7.6. Сравнение быстродействия методов распознавание (классификации) изображений размером 300 x 300 пикселей

	Контурный анализ	Двумерная сверточная сеть
Время предобработки (9000 изображений)	22,30 с	1,67 с
Время классификации (9000 изображений)	0,85 с	43,96 с
Время предобработки и классификации (9000 изображений)	$22,30 + 0,85 = 23,15$ с	$1,67 + 43,96 = 45,63$ с

Построен график зависимости вероятности правильного распознавания от отношения сигнал/шум (рис. 7.118) при последовательной подаче на вход системы распознавания зашумленных контуров, представленных на рис. 7.113 (при фиксированном пороге обнаружения $U = 0,9$). Графики получились почти одинаковыми, что связано с «псевдо-ортогональностью» заданных контуров.

При различных порогах обнаружения исследованы зависимости правильного распознавания. Эталонный контур представленный на рис. 7.111

(слева) подается на вход системы распознавания. Пороги обнаружения U зададим равными 0,5; 0,7; 0,9 соответственно. Графики зависимости вероятности правильного распознавания контура от отношения сигнал/шум приведены на рис. 7.119. Исходя из полученных графиков можно сделать вывод об ухудшении характеристик правильного распознавания с увеличением порога обнаружения. Так, вероятность правильного распознавания $P_{np} = 0,8$ достигается при отношении сигнал/шум $q = 3$ и пороге обнаружения $U = 0,5$; $q = 5,5$, $U = 0,7$; и $q = 11$, $U = 0,9$ соответственно.

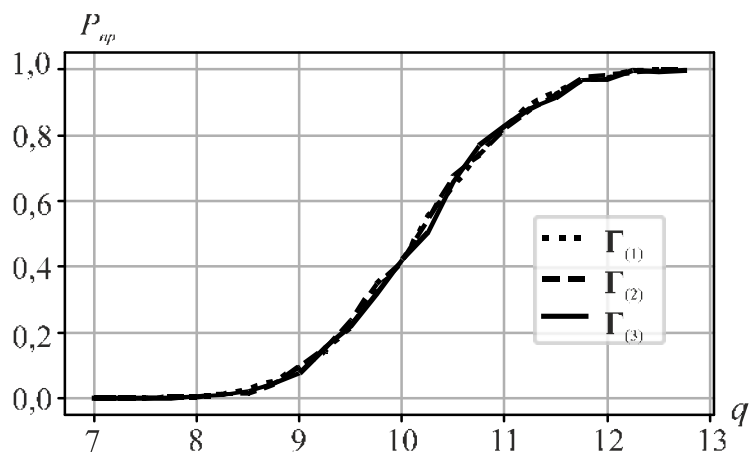


Рис. 7.118. Вероятность правильного распознавания контуров от отношения сигнал/шум при пороге обнаружения $U = 0,9$

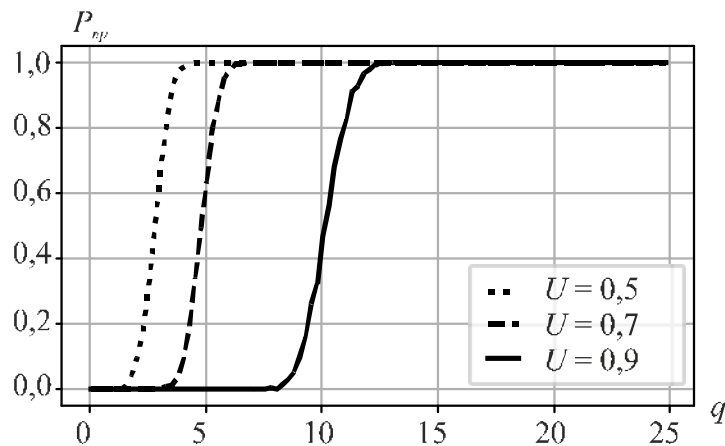


Рис. 7.119. Зависимости вероятности правильного распознавания контура от отношения сигнал/шум (рис. 7.111, слева) при порогах обнаружения 0,5; 0,7 и 0,9

Исследовано влияние на характеристики вероятности правильного распознавания при подаче на вход системы распознавания контура с

неизвестными параметрами растяжения и поворота контура. Получено, что изменение линейных параметров преобразования контурного изображения (поворот, масштабирование) не влияет на характеристики обнаружения.

Получены характеристики вероятности правильного распознавания (классификации) изображений (рис. 7.112) от СКО флуктуационного шума для метода контурного анализа и на базе сверточной нейронной сети (рис. 7.120).

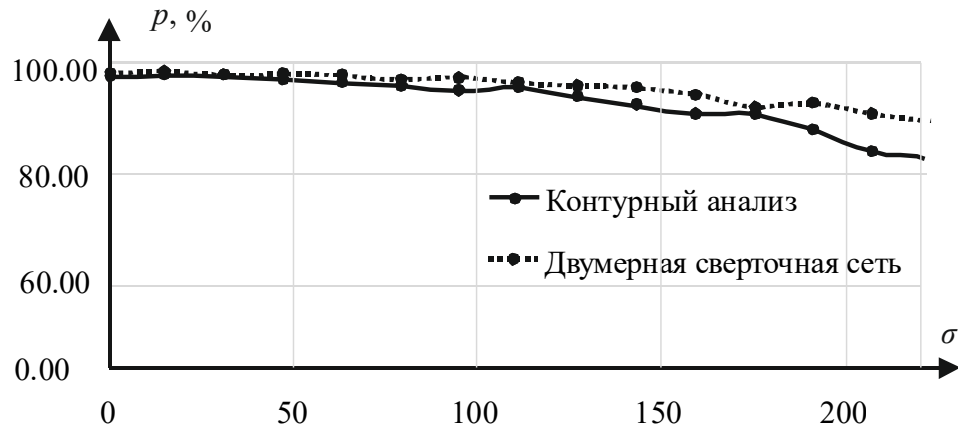


Рис. 7.120. Вероятность распознавания (классификации) моделей от степени зашумления входных данных

Получено, что при СКО яркости равное 50, значение вероятности правильного распознавания (классификации) для обоих методов одинаковое и равное $p \approx 97\%$. Дальнейшее зашумление приводит к уменьшению вероятности правильного распознавания контуров изображений. Например, при СКО яркости равном 150, для метода контурного анализа $p = 90,75\%$, а на базе нейронной сети $p = 95,1\%$. Это связано с сильным искажением выделенного контура из зашумленного изображения.

7.7. Выводы по главе 7

1. Решена задача определения класса ГИ при наложении на контуры изображений нормального шума. Построены зависимости вероятности правильного определения класса ГИ от ОСШ для моделей контуров изображений с «простыми» и с «комбинированными» искажениями.

2. Разработан алгоритм оценки «простых» искажений. Исследована вероятность правильного определения параметра ГИ от СКО шума. При этом количество базовых эталонных контуров была вариативной величиной. Для устранения влияния энергетического фактора наблюдаемый входной контур нормировался. Получено, что с увеличением количества эталонных контуров общая вероятность правильного принятия решения о типе ГИ снижается. Для искажений «сжатие-растяжение по вертикали» и «сжатие-растяжение по горизонтали» зависимости при парных параметрах λ_{II} ГИ (при $\lambda_{II} = -7$ и 7 ; $-4,667$ и $4,667$; $-3,5$ и $3,5$; $-2,333$ и $2,333$) происходит зеркальные отражения графиков по парным параметрам λ_{II} . Также при парных параметрах λ_{II} (-7 и 7 ; $-4,667$ и $4,667$; $-3,5$ и $3,5$; $-2,333$ и $2,333$) графики распознавания разнятся, что не наблюдается на других типах искажений. ГИ «типа параллелограмм», «трапецеидальное искажение в вертикальной плоскости», «трапецеидальное искажение в горизонтальной плоскости» парные параметры геометрических искажений λ_{II} (-7 и 7 ; $-4,667$ и $4,667$; $-3,5$ и $3,5$; $-2,333$ и $2,333$) зависимости правильного определения ГИ изменяются по одинаковому закону.

3. Исследована вероятность правильного определения параметра СГИ от СКО шума. Получено, что все входные контуры имеют свои максимумы вероятности правильного распознавания на заданных коэффициентах искажения (например, при $\lambda_{II} = -0,7$ вероятность распознавания $p = 0,8$; при $\lambda_{II} = -3,5$, $p = 0,63$). Это дает возможность однозначно оценить коэффициенты искажений. С увеличением количества эталонных искаженных контуров общая вероятность распознавания падает. Исследуя распознавание контуров изображений с ГИ параллелограмм и ГИ трапецеидальные в горизонтальной плоскости получено, что вероятность оценки параметра искажения контуров изображений представленных на рис. 7.105 выше чем на рис. 7.104. Это связано с более сложной формой контура получаемого в результате внесения искажений. Следовательно, для увеличения вероятности распознавания искаженных контуров изображений использовать контуры обладающих равномерным спектром и свойством ортогональности.

4. Исследованы зависимости правильного распознавания изображений от отношения сигнал/шум для аддитивной модели шума, распределенного по нормальному закону, полученные с использованием нейронных сетей CNN и методов контурного анализа. В качестве примера рассмотрена задача классификации произвольных контурных изображений. Экспериментально установлено, что изменение линейных преобразование контуров, заданных на комплексной плоскости не влияет на графики зависимостей вероятности правильного распознавания, это связано с инвариантностью преобразований комплекснозначных контуров. Соответственно при формировании базы данных контурных изображений достаточно внести одно описание для каждой формы контура изображения. При решении задачи распознавания нейронной сетью получено: первое – при подаче на вход изображения участвовавшего в обучении задача распознавания решается; второе – если на вход сети подать изображение, которое отсутствовало в обучающей выборке, но по форме совпадало с изображениями входящих в обучающую выборку, то результаты классификации может быть непредсказуемыми. Для решения данной проблемы необходимо увеличить объем данных обучающей выборки, включив в неё все возможные комбинации и произвести «до обучение» модели нейронной сети. При проектировании нейронных сетей приходится эмпирически выбирать варьируемые параметры сети, которых достаточно много. Эти параметры существенно влияют на результат классификации.

При потоковой обработке 9000 незашумленных изображений размером 300x300 пикселей метод контурного анализа обеспечивает выигрыш по скорости обработки в 1,97 раза по сравнению с применением двухмерной сверточной нейронной сети.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен анализ современного состояния проблемы обработки контуров изображений. В силу специфики представления контуров возникает необходимость в решении комплекса задач, направленных на дальнейшее развитие теории контурного анализа. Показано, что в существующей теории остаются непроработанными следующие аспекты: анализ непрерывных комплекснозначных контуров, геометрические искажения контуров, нелинейные искажения контуров изображений, а также задачи нелинейной фильтрации изображений. В ходе решения указанной научно-технической проблемы – развития теории контурного анализа – в диссертационной работе предложены и внедрены новые модели, методы и алгоритмы. Полученные основные результаты позволяют системно устранить выявленные пробелы и повысить эффективность обработки контуров изображений.

Получены следующие результаты:

1. Разработаны теоретические основы обработки и распознавания непрерывных и случайных контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде, в частности:

– впервые предложена математическая модель непрерывных контуров изображений в виде непрерывной замкнутой кривой, заданной на комплексной плоскости непрерывного переменного, мера схожести которого описывается в виде нормированного скалярного произведения, инвариантного к линейным преобразованиям изменениям масштаба и угловой ориентации, позволяющая получить потенциальные характеристики распознавания контуров изображений;

– впервые предложена математическая модель случайного контура, определяемая как комплекснозначная случайная функция, заданная ансамблем возможных реализаций, дающая возможность описания изображений объектов.

2. Разработаны спектральные и корреляционные методы оценки линейных преобразований непрерывных и случайных контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде, позволяющие эффективно решать задачу распознавания изображений.

3. Разработаны методы обработки изображений с учетом их представления в комплекснозначном коде, обеспечивающие возможность применения традиционных для теории одномерных сигналов подходов, в частности:

– метод передискретизации комплекснозначных контуров изображений, отличающийся возможностью сохранения информации о форме контурного изображения в частотной области; обеспечивающий сохранение информативности контурного изображения не менее чем на 9,5 % по сравнению с алгоритмом эквализации при изменении размерности контура в большую/меньшую сторону в 1,5 раза;

– алгоритм быстрого преобразования Фурье, алгоритмы свертки и обратной свертки (деконволюции) для контуров изображений объектов, заданных в комплекснозначном коде.

4. Разработаны методы нелинейной фильтрации контуров изображений, позволяющих повысить помехоустойчивость СТЗ в условиях воздействия шума, в частности:

– разработано четыре разновидности контурных фильтров, основанных на порядковых статистиках, с упорядочиванием по модулю, аргументу, вещественной и мнимой частям комплекснозначных контуров изображений объектов: исследованы медианный фильтр, фильтр усеченного среднего, фильтр максимума, минимума, средней точки для контуров изображений, представленных на комплексной плоскости в случаях воздействия шума;

– модифицированный контурный сигма-фильтр для контуров изображений, представленных на комплексной плоскости, основанный на выборе среднеквадратического значения в окне фильтра для комплекснозначных значений контура.

5. Разработан метод оценки параметров геометрических искажений контуров изображений в условиях неопределенности априорных данных о параметрах и воздействия шумов, позволяющие решать задачу распознавания получаемых изображений в СТЗ с различными геометрическими искажениями, включающие:

– математические модели контуров изображений с геометрическими искажениями, обладающие инвариантностью к преобразованию сдвига, масштабирования контура и обеспечивающие визуальное представление о форме объектов, а также позволяющие автоматизировать процедуру оценки параметров искажений в системах технического зрения;

– итерационный метод углового согласования контуров изображений объектов в системах оценки геометрических искажений контуров изображений в условиях отсутствия предварительной информации об угловых параметрах и масштаба изображений, основанный на свойствах комплекснозначных контуров задавать одновременно меру схожести сигнала и величину угла между ними и обеспечивающий возможность выполнения операций как корректного, так и некорректного углового совмещения контуров изображений;

– получены новые результаты зависимости влияния геометрических искажений на спектры контуров изображений, дающих возможность оценки зависимостей вида геометрического искажения контура изображения объекта на его спектр, что позволит решить задачу распознавания контуров изображений в СТЗ по их частотному представлению. Синтезированы оптимальные по критерию максима правдоподобия алгоритмы распознавания комплекснозначных контуров изображений объектов. Выполнено моделирование работы системы распознавания и построены характеристики правильного распознавания.

6. Предложена новая структура организации системы обработки контуров изображений, специфика которой определяется введением следующих функциональных блоков: блока обработки непрерывных и случайных комплекснозначных контуров; блока предварительной обработки, осуществляющий нелинейную фильтрацию контуров изображений; блока оценки геометрических искажений контуров заданных в комплекснозначном виде, обеспечивающий правильность распознавания.

Разработана методика и выполнены экспериментальные исследования автоматизированной системы оценки распознавания геометрических искажений контуров комплекснозначных изображений объектов с априорно неизвестными

параметрами, основанные на применении метода максимума правдоподобия, что верифицировало теоретические результаты и выводы работы и продемонстрировало эффективность углового согласования и оценки параметров контуров с геометрическими искажениями.

Получены зависимости правильного распознавания изображений от отношения сигнал/шум для аддитивной модели шума, распределенного по нормальному закону, полученные с использованием нейронных сетей CNN и методов контурного анализа. Экспериментально установлено, что изменение линейных преобразование контуров, заданных на комплексной плоскости не влияет на графики зависимостей вероятности правильного распознавания, что связано с инвариантностью преобразований комплекснозначных контуров изображений.

При формировании базы данных контуров изображений достаточно внести одно описание для каждой формы контура. Метод контурного анализа позволяет решить проблему обучения нейронных сетей в задачах с ограниченным доступом к данным или их отсутствием.

Получено, при потоковой обработке 9000 незашумленных изображений размером 300x300 пикселей метод контурного анализа обеспечивает выигрыш по скорости обработки в 1,97 раза по сравнению с применением двухмерной сверточной нейронной сети.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методы компьютерной обработки изображений / Под ред. В.А. Сойфера – М.: Физматлит, 2003.
2. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005.
3. Введение в контурный анализ и его приложение к обработке изображений и сигналов / Под ред. Я.А. Фурмана. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
4. Комплекснозначные и гиперкомплексные системы в задачах обработки многомерных сигналов / Под. ред. Я.А. Фурмана. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
5. Фурман А.Я. Визуализация изображений в трехмерных сценах. Уч. пособие. – Йошкар-Ола: МарГТУ, 2007.
6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 2003.
7. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие / А.Б. Сергиенко. – 2-е изд. – СПб.: Питер, 2006.
8. Оппенгейм А., Шафер М. Цифровая обработка сигналов: пер. с англ. – М.: Техносфера, 2006.
9. Ричард Л. Цифровая обработка сигналов: пер. с англ. / Л. Ричард. – 2-е изд. – М.: Бином-Пресс, 2007.
10. Федосов В.П. Цифровая обработка сигналов в LabVIEW / В.П. Федосов, А.К. Нестеренко. – М.: ДМК Пресс, 2007.
11. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. для вузов по спец. «Радиотехника» / С.И. Баскаков. – М.: Высш. шк., 2000.
12. Макаренко А.А. Практикум по цифровой обработке сигналов / А.А. Макаренко – СПб.: НИУИТМО, 2014. – 50 с.
13. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1974.

14. Алфимцев Н.А. Метод обнаружения объекта в видеопотоке в реальном времени / А.Н. Алфимцев, И.И. Лычков // Вестник ТГТУ. – 2011. – Т. 17, №1. – С. 44-54.
15. Крылов В.Н. Совмещение изображений в системах оптического контроля печатных плат / В.Н. Крылов, Г.Ю. Щербакова // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – Одесса. – 2000. – №1. – С. 23-25.
16. Сидоров А. Особенности реперных знаков для систем автоматического совмещения / А. Сидоров // Электронные компоненты. – М., 2011. – №9, – С. 18-23.
17. Бойко И.А. Распознавание объектов на основе видеосигнала, полученного с камеры, установленной на подвижной платформе / И.А. Бойко, Р.А. Гурьянов // Молодой ученый. – 2013. – №6. – С. 34-36.
18. Овчинников А. Концепция построения бюджетных систем оптической инспекции качества монтажа печатных плат / А. Овчинников // Технология в электронной промышленности. – М., 2009. – №9. – С. 41-44.
19. Алешин С.А. Спектральный подход к вычислению аффинных инвариантов / С.А. Алешин, Ф.Ф. Дедус, Р.К. Тетуев // Сборник докладов 14-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» (ММРО-14). – Суздаль, 2009. С. – 289-292.
20. Arbter K. Application of Affine Invariant Fourier Descriptors to Recognition of 3-D Objects / K. Arbter, W.E. Synder, H. Burkhardt, G. Hirzinger // IEEE Transactions On PAMI. – 1990. – Vol. 12, № 7. – P. 640-647.
21. Lin C.C. Classification of partial 2-D shapes using Fourier descriptors / C.C. Lin, R. Chellappa // IEEE Transactions On PAMI. – 1987. – Vol. 9, №5. – P. 686-690.
22. Tieng Q.M. Recognition of 2D Object Contours Using the Wavelet Transform Zero-Crossing Representation / Q.M. Tieng, W.W. Boles // IEEE Transactions On PAMI. – 1997. – Vol. 19, № 8. – P. 910-916.
23. Khalil M.I. A Dyadic Wavelet Affine Invariant Function for 2D Shape Recognition / M.I. Khalil, M.M. Bayoumi // IEEE Transactions On PAMI. – 2001. – Vol. 23, №10. – P. 1152-1154.

24. Huan Z.H. Affine-invariant B-spline Moments for Curve matching / Z.H. Huan, F.S. Cohen // Image Processing. – 1996. – Vol. 5, № 10. – P. 1473-1480.
25. Калмыков В.Г. Анализ контуров объектов в бинарных изображениях / В.Г. Калмыков, В.В. Вишнеvский // Математические машины и системы. – 1997. – № 2. – С. 68-71.
26. Freeman H. Shape Description via the Use of Critical points / H. Freeman // Pattern Recognition. – 1978. – Vol. 10, №3. – P. 159-166.
27. Вишнеvский В.В. Структурный анализ цифровых контуров изображений как последовательностей отрезков прямых и дуг кривых / В.В. Вишнеvский, В.Г. Калмыков // Штучный интеллект. – 2004. – №3. – С. 479-488.
28. Kovalevsky V.A. Applications of Digital Straight Segments to Economical Image Encoding, In Proceedings of the 7th International Workshop, DGCI'97, Montpellier, France, December 3-5, 1997, Springer 1997. – P. 51-62.
29. Калмыков В.Г. Структурный метод описания и распознавания отрезков цифровых прямых в контурах бинарных изображений / В.Г. Калмыков // Искусственный интеллект. – 2002. – № 4. – С. 450-457.
30. Сорокин С.В. Сравнительный анализ методов нелинейной фильтрации сигналов и изображений / С.В. Сорокин, М.А. Щербаков // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». – Пенза. – 2006. – С. 89-91.
31. Сорокин С.В. Решение задачи предварительной обработки изображений, подверженных влиянию импульсного шума / С.В. Сорокин, А.С. Урнев // Сборник статей Международной научно-технической конференции «Проблемы автоматизации и управления в технических системах». – Пенза. – 2013. – С. 176-179.
32. Сорокин С.В. Использование взвешенных медианных фильтров для удаления импульсного шума на изображении / С.В. Сорокин // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2014. – № 4 (12). – С. 160-166.

33. Сорокин С.В. Увеличение фрагментов изображения с использованием медианной фильтрации / С.В. Сорокин // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2014. – № 4 (12). – С. 155-159.

34. Сорокин С.В. Возможности и преимущества взвешенных медианных фильтров для удаления импульсного шума на изображении / С.В. Сорокин // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». – 2014. – Т. 2. – С. 203-204.

35. Сорокин С.В. Возможности медианной фильтрации при решении задачи повышения качества изображений / С.В. Сорокин // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». – 2014. – Т. 2. – С. 202-203.

36. Сорокин С.В. Использование взвешенных медианных фильтров для удаления импульсного шума при обработке изображений / С.В. Сорокин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2007. – № 3. – С. 50.

37. Щербаков М.А. Нелинейный оператор повышения качества изображения / М.А. Щербаков, С.В. Сорокин // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». – 2007. – Т. 1. – С. 288-289.

38. Щербаков М.А. Матричное решение задачи оптимальной нелинейной фильтрации изображений / М.А. Щербаков, С.В. Сорокин // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». – 2007. – Т. 1. – С. 285-288.

39. Щербаков М.А. Метод синтеза цифровых полиномиальных фильтров с помощью базисных частотных функций / М.А. Щербаков, С.В. Сорокин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2007. – № 4. – С. 74-86.

40. Макаров И.П. Дополнительные главы математического анализа. – М.: Просвещение, 1968.

41. Дедус Ф.Ф., Куликова Л.И., Панкратов А.Н., Тетуев Р.К. Классические ортогональные базисы в задачах аналитического описания и обработки

информационных сигналов. – М: Издат. отд. Фак. ВМиК МГУ им. Ломоносова, 2004. – 172 с.

42. Тетуев Р.К., Дедус Ф.Ф. Классические ортогональные полиномы. Применение в задачах обработки данных. – Пущино: ИМПБ РАН, 2007.

43. El Oirrak A. Affine invariant descriptors using Fourier series / A. El Oirrak, M. Daoudi, D. Aboutajdine // Pattern Recognition Letters. – 2002. – № 23. – P. 1109-1118.

44. Civi H. Affine invariant 3L Fitting of Implicit Polynomials / H. Civi, A. Ercil // PRIA – 2003. – Vol. 13, №3 – P. 489-494.

45. Alferez R. Geometric and Illumination Invariants for Object Recognition / R. Alferez, Y.-F. Wang // IEEE Transactions On PAMI. – 1999. – Vol.21, №6. – P. 505-536.

46. Lamdan Y. Affine Invariant Model-Based Object Recognition / Y. Lamdan, J.T. Schwartz, H.J. Wolfson // IEEE Trans. Robot, and Automat. – 1990. – Vol. 6, №5. – P. 578-589.

47. Местецкий Л.М. Гравюрная векторизация бинарных растровых изображений / Л.М. Местецкий // Искусственный интеллект. – 2000. – № 2. – С. 149-154.

48. Mestetskiy L.M. The continuous skeleton of the digital binary image Proceeding of the 8th international conference on computer graphics and visualization Graphicon-98, Moscow, 1998.

49. Местецкий Л.М. Скелетизация многоугольной фигуры на основе обобщенной триангуляции Делоне / Л.М. Местецкий // Программирование. – 1999. – №3. – С. 16-31.

50. Mestetskiy L.M. Fat Curves and Representation of Planar Figures, Computers & Graphics, Vol.24 (1-2), 2000.

51. Zuhn C.T. Fourier Descriptors for Plane Closed Curves / C.T. Zuhn, R.Z. Roskies // IEEE Transactions on Computers, vol. C-21, №3, March, 1972.

52. Richard C.W. Identification of Three-Dimensional Objects Using Fourier Descriptors of the Boundary Curve / C.W. Richard, H. Hemani // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. SMC-4, №4, July 1974.

53. Person E. Shape Discrimination Using Fourier Discriptors / E. Person, Fuk. // IEEE Transaction, Man and Gibernetics, vol. SMC-7, №3, March 1972.

54. Granlund G.H. Fourier Preprocessing for Hand Print Character Recognition / G.H. Granlund // IEEE Transactions on Computers, vol. C-21, №2, Febr. 1977.

55. Abbasi S. Curvature scale space image in shape similarity retrieval / S. Abbasi, F. Mokhtarian, J. Kittler // MultiMedia Systems. – 1999. – Vol.7. – P. 467-476.

56. Dudek G. Shape representation and recognition from mutliscale curvature / G. Dudek, J.K. Tsotsos // Computer Vision and Image Understanding. – 1997. – Vol. 68, No. 2. – P. 170-189.

57. Ray B.K. ACORD – an adaptive corner detector for planar curves / B.K. Ray, R. Pandyan // Pattern Recognition. – 2003. – Vol.36. – P. 703-708.

58. Жукова К.В. Параметрическое семейство гранично-скелетных моделей формы / К.В. Жукова, И.А. Рейер // Сборник докладов 14-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» (ММРО-14). – Суздаль, 2009. – С. 346-350.

59. Местецкий Л.М. Непрерывная морфология бинарных изображений: фигуры, скелеты, циркуляры. – М.: Физматлит, 2009. – 288 с.

60. Местецкий Л.М. Непрерывное скелетное представление изображения с контролируемой точностью / Л.М. Местецкий, И.А. Рейер // Труды 13-й международной конф. «ГРАФИКОН-2003». – М. – С. 246-249.

61. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: Введение. – М.: Мир, 1989. – 478 с.

62. Жукова К.В. Выделение линии профиля по опорным точкам с применением базового скелета / К.В. Жукова, И.А. Рейер // Сборник докладов 13-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» (ММРО-13). – Зеленогорск, 2007. – С. 323-328.

63. Choi H.I. Mathematical Theory of Medial Axis Transform / H.I. Choi, S.W. Choi, H.P. Moon // Pathific Journal of Mathematics. – 1997. – Vol.181, No. 1.

64. Фурман Я.А. Спектральный анализ замкнутых полигональных контуров плоских изображений / Я. А. Фурман // Радиотехника. – 1994. – № 12. – С.41–44.

65. Фурман Я.А. Основы теории обработки контуров изображений: Учебное пособие для вузов. – Йошкар-Ола: МарГТУ, 1997.

66. Хафизов Р.Г. Системы распознавания плоских и объемных изображений по их форме на основе контурного анализа: дис. ... док. техн. наук: Спец. 05.12.04 / Хафизов Ринат Гафиятуллович; Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева. – Казань, 2010. - 322 с.

67. Хафизов Р.Г. Математические основы распознавания изображений по их форме на базе контурного и кватернионного анализа / Р.Г. Хафизов, Я.А. Фурман // Марийск. гос. техн. ун-т - Йошкар-Ола, 2009. Деп. в ВИНТИ № 375 В2009.

68. Фурман Я.А. Методы и алгоритмы обработки и распознавания плоских и объемных изображений по их форме / Я.А. Фурман, Р.Г. Хафизов // Марийск. гос. техн. ун-т - Йошкар-Ола, 2009. Деп. в ВИНТИ № 376 В2009.

69. Хафизов Р.Г. Распознавание плоских зашумленных изображений по их форме / Р.Г. Хафизов, И.Л. Егошина // Известие Вузов. Приборостроение. – 2006, – №4. – С. 46-51.

70. Васин Ю.Г. Распознавание составных объектов изображения на базе структурного и корреляционно-экстремальных методов / Ю.Г. Васин, Л.И. Лебедев // Сборник докладов 13-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» (ММРО-13). – Зеленогорск, 2007. – С. 285-288.

71. Ганебных С.Н. Представление полутоновых объектов с многоуровневым разрешением для ускоренного распознавания образов / С.Н. Ганебных, М.М. Ланге // Сборник докладов 13-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» (ММРО-13). – Зеленогорск, 2007. – С. 295–299.

72. Домахина Л.Г. Об одном методе сегментации растровых объектов для задач преобразования формы / Л.Г. Домахина // Сборник докладов 13-й

Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» (ММРО-13). – Зеленогорск, 2007. – С. 311–313.

73. Дышкант Н.Ф. Сравнение 3D портретов при распознавании лиц / Н.Ф. Дышкант, Л.М. Местецкий // Сборник докладов 13-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» (ММРО-13). – Зеленогорск, 2007. – С. 314–316.

74. Кревецкий А.В. Сегментация цветных телевизионных изображений лиственного покрова в задачах лесной таксации / А.В. Кревецкий, Ю.А. Ипатов // Сборник докладов 13-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» (ММРО-13). – Зеленогорск, 2007. – С. 337–340.

75. Николаев А.А. Распознавание неоднородностей, определение их геометрических характеристик и построение 3D геометрических моделей в задачах неразрушающего контроля / А.А. Николаев // Сборник докладов 13-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» (ММРО-13). – Зеленогорск, 2007. – С. 506–508.

76. Medvedeva E.V. Two-stage image preprocessing algorithm / E.V. Medvedeva, E.E. Kurbatova // 10th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies" (PRIA-10-2010). Conference Proceedings. – St. Petersburg, 2010. – Vol. 1. – P. 292-296.

77. Bessmeltsev V.P. Methods for Localization of Structures on Substrates Micromachined by a Laser Beam / V.P. Bessmeltsev, E.D. Bulushev, N.V. Goloshevsky // 10th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies" (PRIA-10-2010). Conference Proceedings. – St. Petersburg, 2010. – Vol. 2. – P. 75-78.

78. Vasin Yu.G. An Algorithm for Off-Road Routing of Vehicles / Yu.G. Vasin, A.A. Egorov // 10th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies" (PRIA-10-2010). Conference Proceedings. – St. Petersburg, 2010. – Vol. 2. – P. 225-226.

79. Yatchenko A.M. Left Ventricle 3D Model Reconstruction / A.M. Yatchenko, A.S. Krylov, A.V. Gavrilov, I.V. Arkhipov // 10th International Conference "Pattern

Recognition and Image Analysis: New Information Technologies" (PRIA-10-2010). Conference Proceedings. – St. Petersburg, 2010. – Vol. 2. – P. 229-232.

80. Хафизов Р.Г. Анализ непрерывных комплекснозначных сигналов, задающих контуры изображений плоских объектов / Р.Г. Хафизов // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2006. – № 4. – С. 24-27.

81. Хафизов Р.Г. Линейная фильтрация непрерывных контуров изображений, заданных в комплекснозначном виде / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Компьютерная оптика. – 2010. – Т. 34, №3, - С. 408-416.

82. Хафизов Р.Г. Распознавание непрерывных комплекснозначных контуров изображений / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Известия вузов. Приборостроение. – 2012. – № 5. – С. 3-9.

83. Охотников С.А. Дискретизация непрерывных контуров изображений, заданных в комплекснозначном виде / С.А. Охотников, Р.Г. Хафизов // Компьютерная оптика. – 2012. – Т. 36, №2, – С. 274-278.

84. Основы теории обработки непрерывных контуров изображений: монография / Р. Г. Хафизов, А. А. Роженцов, Д. Г. Хафизов, С. А. Охотников; под общ. ред. проф. Р. Г. Хафизова. – Йошкар-Ола, 2015. – 172 с.

85. Охотников С.А. Система распознавания речи по контурам изображения губ / С.А. Охотников, Р.Г. Хафизов, Т.В. Яранцева // Проектирование и технология электронных средств. – 2016. – № 2, – С. 13-17.

86. Хафизов Р.Г. Модели контуров изображений объектов при наличии геометрических искажений / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников, Т.В. Яранцева // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 3. – С. 415-420. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-3-415-420.

87. Передискретизация контуров цифровых изображений объектов / С.А. Охотников, Р.Г. Хафизов, И.Л. Егошина, Д.Г. Хафизов // Цифровая обработка сигналов. – 2021. – №4. – С.48-51.

88. Красильников И.Н. Теория передачи и восприятия изображений. – М.: Радио и связь, 1986. – 246 с.

89. Хафизов Р.Г. Методика обработки непрерывных комплекснозначных сигналов / Р.Г. Хафизов, Н.А. Добрынская // Марийск. гос. техн. ун-т – Йошкар-Ола, 2005. Деп. в ВИНТИ 06.06.2005, №812-В2005.

90. Роженцов А.А. Потенциальная эффективность распознавания объектов по их форме, задаваемой непрерывным контуром / А.А. Роженцов, Р.Г. Хафизов, Н.А. Добрынская // Сборник докладов 12-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» (ММРО-12). – М., 2005. – С. 420-422.

91. Khafizov R.G. Models of flat and spatial images contours on the basis of the theory of a complex variable function / R.G. Khafizov, A. Nefyodov // 8th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies" (PRIA-8-2007). Conference Proceedings. – Yoshkar-Ola, 2007. – Pp. 150-152.

92. Охотников С.А. Анализ непрерывных комплекснозначных сигналов, задающих контуры изображений плоских объектов / С.А. Охотников, А.А. Баев // Тезисы докладов Тринадцатой Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика». – М.: МЭИ, 2007. – Т. 1. – С. 103.

93. Хафизов Р.Г. Методы и средства обработки непрерывных контуров изображений / Р.Г. Хафизов, Д.Г. Хафизов, С.А. Охотников – Марийский госуд. техн. унив-т. Йошкар-Ола, 2011. – 167 с. – Деп. в ВИНТИ 27.05.2011 № 254-В2011.

94. Охотников С.А. Алгоритм управления деревообрабатывающим станком на основе аппарата контурного анализа изображений / С.А. Охотников // Информационно-управляющие системы. – 2013. – №1 (62)/2013. – С. 11-15.

95. Хафизов Р.Г. Применение контурного анализа изображений для решения задач дефектоскопии пиломатериалов / Р.Г. Хафизов, И.Н. Багаутдинов, С.А. Охотников // Вестник Марийского государственного технического университета. Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – Йошкар-Ола, 2011. – №2, – С. 30-35.

96. Охотников С.А. Аппаратно-программный комплекс для решения задач дефектоскопии пиломатериалов на основе контурного анализа / С.А. Охотников // Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе». – Йошкар-Ола: Марийский государственный технический университет: в 2 ч.– Ч.1. – 2011. – С. 102-107.

97. Хафизов Р.Г. Программный комплекс дефектоскопии пиломатериалов и управления деревообрабатывающим станком / Р.Г. Хафизов, Д.Г. Хафизов, И.Н. Багаутдинов, А.Р. Галяутдинов, С.А. Охотников // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012616592, РОСПАТЕНТ, 23.07.2012 г.

98. Охотников С.А. Исследование влияния дискретизации на качество различения контуров изображений / С.А. Охотников, Р.Г. Хафизов // Сборник материалов X международной научно-технической конференции «Опτικο-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации» (Распознавание - 2012). – Курск, 2012. – С. 48-50.

99. Охотников С.А. Реализация алгоритмов обработки непрерывных контуров изображений / С.А. Охотников, Р.Г. Хафизов // Сборник материалов XI международной научно-технической конференции «Опτικο-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации» (Распознавание - 2013). – Курск, 2013. – С. 414-416.

100. Ломакина-Румянцева Е.И. Автоматическая сегментация поведения лабораторных животных на основе выделяемых контуров / Е.И. Ломакина-Румянцева, Д.П. Ветров, Д.А. Кропотов // Сборник докладов 14-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» (ММРО-14). – Суздаль, 2009. – С. 556–559.

101. ГОСТ Р 52290—2004 Технические средства организации дорожного движения. Знаки дорожные. Общие технические требования. – М., 2006. – 125 с.

102. Williem W. Fast and robust perspective rectification of document images on a smartphone / W. Williem, C. Simon, S. Cho, I.K. Park // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW). – P. 197-198.

103. Hartley R., Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision. – 2nd ed. – Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003. – 656 p.

104. Xu G., Zhang Z. Epipolar geometry in stereo, motion and object recognition. A unified approach. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. – 327 p.

105. Гошин Е.В. Двухэтапное формирование пространственного преобразования для совмещения изображений / Е.В. Гошин, А.П. Котов, В.А. Фурсов // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 4. – С. 886-891.

106. Jung J.-I. Geometric and colorimetric error compensation for multi-view images / J.-I. Jung, Y.-S. Ho // Journal of Visual Communication and Image Representation. 2014. – Vol. 25(4). – P. 698-708.

107. Wang X. Geometric and photometric correction of projected rectangular pictures / X. Wang, R. Klette, B. Rosenhahn // Proceedings of the Image Vision Computing. – 2005. – P. 223-228.

108. Geetha K.A. Automatic rectification of perspective distortion from a single image using plane homography / K.A. Geetha, S. Murali // International Journal on Computational Sciences and Applications. – 2013. – Vol. 3(5). – P. 47-58.

109. Алпатов Б.А. Электронная юстировка изображений при мультиспектральном наблюдении / Б.А. Алпатов, П.В. Бабаян // Цифровая обработка сигналов. – 2003. – № 1. – С. 24-26.

110. Анализ спектров сложных сигналов на базе комплекснозначных дискретно-кодированных последовательностей / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников, А.А. Смышляев, Н.С. Виноградов // Проектирование и технология электронных средств. – 2020. – № 3. – С. 3-8.

111. Хафизов Р.Г. Нелинейная фильтрация контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 5. – С. 757-762. – DOI: 10.18287/2412-6179-СО-745.

112. Анализ травмоопасности путей доступа инструмента к области хирургического интереса при подготовке к проведению лапароскопических операций / С.А. Охотников, Р.Г. Хафизов, Д.Г. Хафизов, Ю.Е. Гарипова // Известия Российской академии наук. Серия физическая. – 2018. – Т. 82, № 12. – С. 1695-1700. – DOI: 10.1134/S0367676518120104.

113. Хафизов Р.Г. Исследование вопроса передискретизации контуров видеоизображений / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Материалы 13-й международной научно-технической конференции «Перспективные технологии в средствах передачи информации ПТСПИ-2019». Владимир, 2019. – С. 207-209.

114. Хафизов Р.Г. Передискретизация контуров изображений, заданных в комплекснозначном виде / Р.Г. Хафизов // Материалы XV Международной н/т конференции «Опτικο-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов и обработки изображений», Курск, 2019. – С. 104-106.

115. Фурман, Я.А. Контурная математическая модель электроэнцефалограммы / Я.А. Фурман, В.В. Севастьянов, К.О. Иванов, Р.Г. Хафизов, С.Н. Свинцов, А.В. Казаринов, С.А. Охотников // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – Йошкар-Ола, 2015. – №4(28), – С. 26-42.

116. Охотников С.А. Оценка нелинейных искажений контуров изображений объектов, заданных на комплексной плоскости / С.А. Охотников // Телекоммуникации. – 2017. – № 8. – С. 30-35

117. Метод выделения контура и оценки площади сечения сосудов шеи при ультразвуковом исследовании / С.А. Охотников, Р.Г. Хафизов, Е.В. Ким, Д.Г. Хафизов // Медицинская техника. – 2022. – № 4. – С. 33-35.

118. Хафизов Д.Г. Программа удаленного доступа к осциллографу платформы ELVIS II + / Д.Г. Хафизов, С.А. Охотников, Р.Г. Хафизов, М.А. Сулова // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2021617903, 20.05.2021. Заявка № 2021617185 от 12.05.2021.

119. Хафизов Д.Г. Программа удаленного доступа к функциональному генератору платформы ELVIS II + / Д.Г. Хафизов, С.А. Охотников, Р.Г. Хафизов,

М.А. Сулова // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2021617903, 20.05.2021. Заявка № 2021617185 от 12.05.2021.

120. Хафизов Р.Г. Программный комплекс для исследования непрерывных контуров изображений / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников, Ю.Е. Гарипова // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010611737, РОСПАТЕНТ, 3.03.2010 г.

121. Хафизов Р.Г. Визуализация трехмерного изображения на базе анализа проекций непрерывных контуров / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012619044, РОСПАТЕНТ, 05.10.2012 г.

122. Okhotnikov S.A. The software for processing continuous complex-valued signals defining the form of flat images / S.A. Okhotnikov // 8th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies" (PRIA-8-2007). Conference Proceedings. – Yoshkar-Ola, 2007. – P. 279.

123. Хафизов Р.Г. Применение стереографической проекции для решения задач распознавания контуров изображений / Р.Г. Хафизов, Д.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Вестник Марийского государственного технического университета. Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – Йошкар-Ола, 2009. – №3, – С. 36-42.

124. Хафизов Р.Г. Применение непрерывных контуров заданных в комплекснозначном виде для обработки медицинских изображений / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Сборник докладов XXIII Всероссийская научно-техническая конференция студентов, молодых ученых и специалистов «Биотехнические, медицинские и экологические системы и комплексы» (БИОМЕДСИСТЕМЫ-2010). – Рязань, 2010. – С. 285-288.

125. Okhotnikov S.A. Matched filtering of continuous contour of image / S.A. Okhotnikov, R.G. Khafizov // 10th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies" (PRIA-10-2010). Conference Proceedings. – St. Petersburg, 2010. – Vol. 1. – P. 309-312.

126. Хафизов Р.Г. Обработка изображений в системе информационной поддержки при проведении трансуретальной резекции предстательной железы / Р.Г. Хафизов, Ю.Е. Третьякова, С.А. Охотников // Сборник научных статей «Медицинские приборы и технологии». – ТулГУ, 2009. – С. 60-64.

127. Охотников С.А. Методика оценки нелинейных искажений изображений объектов в виде ориентиров / С.А. Охотников // Сборник материалов XIII международной научно-технической конференции «Оптико-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации» (Распознавание - 2017). – Курск, 2017. – С. 270-272.

128. Гарипова Ю.Е. Система информационной поддержки хирурга на базе классификации тканей по их травмоопасности / Ю.Е. Гарипова, С.А. Охотников, А.В. Казаринов // Сборник материалов XIV международной научно-технической конференции «Оптико-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации» (Распознавание - 2018). – Курск, 2018. – С. 84-86.

129. Казаринов А.В. Алгоритм классификации тканей на томографических изображениях органов брюшной полости / А.В. Казаринов, С.А. Охотников, Ю.Е. Гарипова // Сборник материалов XIV международной научно-технической конференции «Оптико-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации» (Распознавание - 2018). – Курск, 2018. – С. 134-136.

130. Охотников С.А. Алгоритм предварительной обработки эндоскопических изображений желудочно-кишечного тракта / С.А. Охотников, А.В. Казаринов, Д.М. Батухтин // Сборник материалов XIV международной научно-технической конференции «Оптико-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации» (Распознавание - 2018). – Курск, 2018. – С. 131-133.

131. Охотников С.А. Исследование вопроса быстрой свертки непрерывных контуров видеоизображений / С.А. Охотников // Сборник материалов XIII международной научно-технической конференции «Перспективные технологии в

средствах передачи информации» (ПТСПИ-2019). – г. Владимир, – 2019. – С. 204-206.

132. Охотников С.А. Методика объективного контроля за действиями хирурга / С.А. Охотников, Ю.Е. Гарипова, А.В.Казаринов // Сборник материалов XIV международной научно-технической конференции «Оптико-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации» (Распознавание - 2019). – Курск, 2019. – С. 129-131.

133. Охотников С.А. Медианная фильтрация контуров изображений, заданных в комплекснозначном виде / С.А. Охотников // Сборник научных статей по материалам XXIII Международной научно-технической конференции «Медико-экологические информационные технологии – 2020». – Курск, 2020. – С. 190-194.

134. Охотников С.А. Сигма-фильтрация контуров изображений заданных в комплекснозначном виде // Перспективные технологии в средствах передачи информации. Материалы 14-ой международной научно-технической конференции. – Владимир, 2021. – С. 188-190.

135. Охотников С.А. Особенности гомоморфной фильтрации контуров изображений // Оптико-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов и обработки изображений. Материалы XVI Международной научно-технической конференции. – Курск, 2021. – С. 189-191.

136. Охотников С.А. Оценка параметров геометрических искажений контуров изображений / С.А. Охотников // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. – 2023. – № 1, – С. 50-60. – DOI: 10.24412/2221-2574-2023-1-50-60.

137. Szeliski R. Stereo matching with transparency and matting / R. Szeliski, P. Golland // International Journal of Computer Vision. – 1999. – Vol. 32(1). – P. 45-61.

138. Szeliski R. Computer vision: Algorithms and applications / R. Szeliski. – London: Springer, 2011.

139. Kian S.T. Triaxial accelerometer static calibration / S.T. Kian, M. Awad, A. Dehghani, S. Zahedi // Proceedings of the World Congress on Engineering. – 2011. – Vol. III. – P. 2164-2167.

140. Челноков Ю.Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения / Ю.Н. Челноков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.

141. Rohac J. Calibration of low-cost triaxial inertial sensors / J. Rohac, M. Sipos, J. Simanek // IEEE Instrumentation and Measurement Magazine. – 2015. – Vol. 18(6). – P. 32-38.

142. Kholopov I.S. Development of strapdown inertial navigation system with MEMS sensors, barometric altimeter and ultrasonic range meter / I.S. Kholopov // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2015. – Vol. 93(1).

143. Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration / Z. Zhang // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2000. – Vol. 22(11). – P. 1330-1334.

144. Безруков В.Н. Искажения сигналов изображения в современных системах телевидения / В.Н. Безруков, А.В. Попов, В.М. Аладин // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2015. – №1. – С. 45-50.

145. Безруков В.Н. Анализ характеристик формирования составляющих сигналов изображений цветного и спектрального телевидения / В.Н. Безруков // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2012. – №5. – С. 29-32.

146. Безруков В.Н. Дискретно-интегральный анализ характеристик светофильтров в системах цветного и спектрального телевидения / В.Н. Безруков // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2012. – №9. – С. 33-36.

147. Безруков В.Н. Адаптивная коррекция сигнала телевизионного изображения / В.Н. Безруков, П.Ю. Комаров, Л.А. Шушкевич // Вестник связи. – 2010. – №6. – С. 42-45.

148. Безруков В.Н. Адаптивность при сжатии спектра сигналов изображений в системах цифрового телевидения / В.Н. Безруков, С.Г. Романов, М.О. Седов // Электросвязь. – 2013. – №1. – С. 22-25.

149. Мясников С.Е. Исследование методов коррекции геометрических искажений на видеоизображении / С.Е. Мясников, К.В. Ежова // *International Journal of Open Information Technologies* ISSN: 2307-8162 vol. 12, no. 3, 2024.

150. Шипунова К.В. Измерение и коррекция координатных искажений в телевизионных изображениях программными средствами / К.В. Шипунова, А.В. Каменский, М.И. Курячий // *Доклады ТУСУРа*, том 20, № 2, 2017.

151. Капустин В.В. Коррекция координатных искажений в телевизионно-вычислительных системах / В.В. Капустин // *Доклады ТУСУРа*. – 2015. – № 4 (38). – С. 174–177.

152. Андриянов Н.А. Обнаружение объектов на изображении: от критериев Байеса и Неймана–Пирсона к детекторам на базе нейронных сетей EfficientDet / Н.А. Андриянов, В.Е. Дементьев, А.Г. Ташлинский // *Компьютерная оптика*. – 2022. – Т. 46, № 1. – С. 139-159.

153. Багаутдинов Р.С. Исследование возможности использования космических снимков для выявления археологических объектов / Р.С. Багаутдинов, В.Н. Копенков, В.Н. Мышкин, В.В. Сергеев, С.А. Трибунский // *Компьютерная оптика*. – 2015. – Т. 39, № 3. – С. 439-444.

154. Михайличенко А.А. Выделение контуров костей коленного сустава на медицинских рентгенограммах / А.А. Михайличенко, Я.М. Демяненко // *Компьютерная оптика*. – 2019. – Т. 43, № 3. – С. 455-463.

155. Raghu M, Zhang C, Kleinberg J, Bengio S. Transfusion: Understanding transfer learning for medical imaging. *Proc 33rd Conf on Neural Information Processing Systems (NeurIPS) 2019*; 1: 1-22.

156. Адуенко А.А. Алгоритмы выделения и совмещения устойчивых отражателей на спутниковых снимках / А.А. Адуенко, А.С. Василейский, А.И. Карелов, И.А. Рейер, К.В. Рудаков, В.В. Стрижов // *Компьютерная оптика*. – 2015. – Т. 39, № 4. – С. 622-630.

157. Фам Туан Ань. Факторная модель обнаружения и распознавания контура и основных элементов человеческого лица / Туан Ань Фам, Н.А. Жукова, Е.Л. Евневич // *Научно-технический вестник информационных технологий*,

механики и оптики. – 2021. – Т. 21, № 4. – С. 482–489. doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-4-482-489.

158. Михайличенко А.А. Выделение контуров костей коленного сустава на медицинских рентгенограммах / А.А. Михайличенко, Я.М. Демяненко // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 3. – С. 455-463. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-455-463.

159. Гизатуллин З.М. Метод обнаружения контуров на основе весовой модели изображения / З.М. Гизатуллин, С.А. Ляшева, О.Г. Морозов, М.П. Шлеймович // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 3. – С. 393-400. – DOI: 10.18287/2412-6179-СО-615.

160. Thanh DNH, Hai NH, Hieu LM, Tiwari P, Prasath VBS. Skin lesion segmentation method for dermoscopic images with convolutional neural networks and semantic segmentation. Computer Optics 2021; 45(1): 122-129. DOI: 10.18287/2412-6179-СО-748

161. Шахуро В.И. Синтез обучающих выборок для классификации дорожных знаков с помощью нейросетей / В.И. Шахуро, А.С. Конушин // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 1. – С. 105-112. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-1-105-112.

162. Евдокимова В.В. Нейросетевая реконструкция видеопотока в дифракционных оптических системах массового производства / В.В. Евдокимова, М.В. Петров, М.А. Ключева, Е.Ю. Зыбин, В.В. Косьянчук и др. // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 1. – С. 130-141. – DOI: 10.18287/2412-6179-СО-834.

163. Алпатов Б.А. Технологии обработки и распознавания изображений в бортовых системах технического зрения / Б.А. Алпатов, П.В. Бабаян // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – Рязань. – 2017. – №2. – С. 34-44.

164. Алпатов Б.А., Бабаян П.В., Балашов О.Е., Степашкин А.И. Методы автоматического обнаружения и сопровождения объектов. Обработка изображений и управление. – М.: Радиотехника, 2008. – 176 с.

165. Papari G. Edge and line oriented contour detection: State of the art / G. Papari, N. Petkov // *Image and Vision Computing*. – 2011. – Vol. 29, Issue 2-3. – P. 79-103.

166. Garcia R.L. A fully automatic algorithm for contour detection of bones in hand radiographs using active contours. / R.L. Garcia, M.M. Fernandez, J.I. Arribas, C.A. Lopez // *IEEE International Conference on Image Processing*, 2003. – P. 421-424.

167. Михайличенко А.А. Метод точного выделения контуров медицинских объектов на рентгенограммах / А.А. Михайличенко, Я.М. Демяненко // Труды 26-й Международной конференции по компьютерной графике и обработке изображений, ГрафиКон 2016. – 2016. – С. 193-198.

168. Щербаков М.А. Классификация цифровых нелинейных фильтров по виду дискретных сверток / М.А. Щербаков // *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки*. 2021. № 4. С. 108-125. doi:10.21685/2072-3059-2021-4-9.

169. Okhotnikov, S.A., Kim, E.V., Khafizov, D.G. *et al.* A Method for Detecting Outlines and Assessing Cross-Sectional Areas of the Neck Vessels in Ultrasound Investigations. *Biomed Eng* 56, 264–267 (2022). <https://doi.org/10.1007/s10527-022-10216-0>.

170. Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения. Курс лекций и практических занятий. М.: Физматкнига, 2010. 672 с.

171. Roberts L.G. *Machine Perception of 3-D Solids*. MIT Press, 1965. 82 p.

172. Sobel I., Feldman G. A 3x3 Isotropic Gradient Operator for Image Processing // *Stanford Artificial Intelligence Project*. 1968.

173. Canny J. A Computational Approach to Edge Detection // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1986. Vol. PAMI-8. Iss. 6. PP. 679–698. DOI:10.1109/TPAMI.1986.4767851

174. Ершов М.Д. Исследование подходов к выделению контуров объектов на изображении на основе предварительной фильтрации и нечеткой логики / М.Д. Ершов, С.С. Георгиева // *Цифровая Обработка Сигналов*. – 2019. – №3. – С. 46-53

175. Шипко В.В. Выделение контуров на гиперспектральных изображениях / В.В. Шипко, Е.А. Самойлин, В.Э. Пожар, А.С. Мачихин // Автометрия. – 2021. – Т. 57. – № 6. – С. 67-75.
176. Сирота А.А. Обнаружение и оценка параметров перепада яркости в задаче контурного анализа объектов / А.А. Сирота, А.И. Соломатин // Автометрия. – 2009. – Т. 45, № 5. – С. 59–69.
177. Yu Z. Optimized self-adapted contrast enhancement algorithm for wafer contour extraction / Z. Yu, J. Wang, G. Lu // Multimedia Tools and Applications. – 2019. – V. 78, № 22. – P. 32087–32108. DOI: doi.org/10.1007/s11042-019-08019-9.
178. Лихачев А.В. Выделение трех уровней яркости на зашумленном изображении / А. В. Лихачев // Вычислительные методы и программирование. – 2020. – Т. 21, № 2. – С. 180–186. DOI: 10.26089/NumMet.v21r216.
179. Журавлев А.А. Сравнение эффективности методов выделения контуров на изображениях дорожной поверхности в зависимости от размера и формата / А.А. Журавлев // Инженерный вестник Дона. 2024. № 7 (115). С. 604-614.
180. Шульга Т.Э. Распознавание дорожных знаков российского образца с использованием нейронных сетей / Т.Э. Шульга, Д.А. Солопекин // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2024. № 2. С. 85–94. DOI:10.24143/2072-9502-2024-2-85-94. EDN:LTLMXA
181. Дязитдинова А.А. Интерактивная обработка изображений для робастного распознавания геометрических примитивов / А.А. Дязитдинова // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 2. С. 41–48. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-2-41-48. EDN:SCTROE
182. Kapustin V.V. Coordinate Correction of Distortions in the Television-Computer Systems for Pattern Recognition / V.V. Kapustin, A.G. Kostevich, M.I. Kuryachiy // IEEE 16-th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices. – 2015. – P. 289–291.

183. Nghia T. Vo. Python implementation of distortion correction methods for x-ray tomography. zenodo.org, 2018. URL: https://zenodo.org/record/1322720#.YV7_k9rTVaQ, doi:10.5281/zenodo.1322720

184. Бирюков Е.Д. Методы калибровки и коррекции геометрических искажений и светочувствительности автомобильной камеры заднего вида. / Е.Д. Бирюков, Е.Д. Бирюков, Б.Х. Барладян, Л.З. Шапиро, А.Г. Волобой // Труды Международной конференции по компьютерной графике и зрению «Графикон». – 2023. – № 33. – С. 78-87.

185. Шипко В.В. Алгоритм коррекции геометрических искажений гиперспектральных изображений, формируемых в условиях угловых колебаний беспилотного летательного аппарата / В.В. Шипко // Автометрия. – 2023. – Т. 59, – № 2. – С. 41-48. DOI: 10.15372/AUT20230205.

186. Хафизов Р.Г. Оценка геометрических искажений контуров изображений губ в системах визуального ввода информации / Р.Г. Хафизов, Т.В. Яранцева // Информационно-управляющие системы. – 2017. – № 4 (89). – С. 2-6.

187. Белов А.А. Способ компенсации проективных искажений последовательности изображений, получаемых с БПЛА / А.А. Белов, А.Г. Ташлинский // Вестник Ульяновского государственного технического университета. – 2024. – № 3 (107). – С. 32-39. doi: 10.61527/1684-7016-2024-3-32-39.

188. Филимонов С.Д. Устранение искажений на изображениях, получаемых системой технического зрения / С.Д. Филимонов, В.В. Булатов // Инновационное приборостроение. – 2023. – Т. 2. – № 6. – С. 85–89. Doi: 10.31799/2949-0693-2023-6-85-89.

189. Заволович Б.Д. Оценка геометрических отклонений между мрт- и кт-изображениями при планировании радиохирургии / Б.Д. Заволович, И.И. Банникова, А.В. Далечина, В.В. Костюченко, П.Н. Рябов и др. // Вестник Национального исследовательского ядерного университета "МИФИ". – 2023. – Т. 12. – № 5. – С. 289-298.

190. Бирюков Е.Д. Методы калибровки и коррекции геометрических искажений и светочувствительности автомобильной камеры заднего вида / Е.Д. Бирюков, Б.Х. Барладян, Л.З. Шапиро, А.Г. Волобой // Труды Международной конференции по компьютерной графике и зрению «Графикон». – 2023. – № 33. – С. 78-87.

191. Сотников А.В. Адаптивный алгоритм сопровождения объектов на видеоизображении / А. В. Сотников, А. В. Шипатов, Ю.В. Савченко // Изв. вузов. Электроника. – 2025. – Т. 30. – № 1. – С. 94–106. <https://doi.org/10.24151/1561-5405-2025-30-1-94-106>. EDN: ВКВААГ.

193. Гуляев П.В. Применение реперных отметок для координатной привязки к поверхности в сканирующей зондовой микроскопии / П.В. Гуляев // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 3. – С. 420-426. – DOI: 10.18287/2412-6179-СО-641.

194. Pratt W.K., Mancill C.E., Spectral Estimation Techniques for the Spectral Calibration of a Color Image Scanner, Appl. Opt., 14, 11,73-75 (1975).

195. Красильников Н. Н. Цифровая обработка 2D- и 3D-изображений: учеб. пособие. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011.

196. Холопов И.С. Алгоритм коррекции проективных искажений при маловысотной съёмке / И.С. Холопов // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 2. – С. 284-290.

197. Макаренко А.А. Коррекция проективных искажений изображений при маловысотной оптико-электронной аэросъёмке / А.А. Макаренко, Л.С. Турнецкий // Известия вузов. Приборостроение. – 2008. – Т. 51, № 5. – С. 64-70.

198. Li M. A new lane line segmentation and detection method based on inverse perspective mapping / M. Li, C. Zhao, Y. Hou, M. Ren // International Journal of Digital Content Technology and its Applications. – 2011. – Vol. 5(4). – P. 230-236.

199. Фурсов В.А. Информационная технология реконструкции цифровой модели местности по стереоизображениям / В.А. Фурсов, Е.В. Гошин // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 335-342.

200. Фаворская М.Н. Компенсация проективных искажений при создании панорамных снимков / М.Н. Фаворская, Д.С. Новиков // Техническое зрение. – 2014. – Вып. 1(5). – С. 60-67.

201. Ефимов А.И. Алгоритм поэтапного уточнения проективного преобразования для совмещения изображений / А.И. Ефимов, А.И. Новиков // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 2. – С. 258-265.

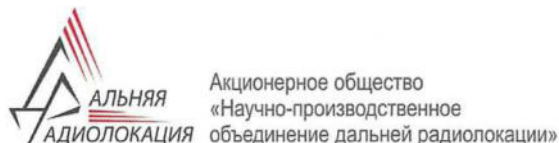
202. Okhotnikov S.A. Mathematical Model and Methods of Analysis of Continuous Contours Images / S.A. Okhotnikov, R.G. Khafizov, M.A. Egoshin // Image Analysis and Pattern Recognition. State of the Art in the Russian Federation. Series on Language Processing, Pattern Recognition, and Intelligent Systems. Volume 7. – World Scientific Publishing Europe Ltd., Singapore, 2024. – P. 199-232. – https://doi.org/10.1142/9789811267215_0005.

203. LeCun Y, Bengio Y, Hinton G. Deep learning. Nature 2015; 521: 436-444. DOI: 10.1038/nature14539.

204. LeCun Y, Boser B, Denker JS, Henderson D, Howard RE, Hubbard W, Jackel LD. Backpropagation applied to handwritten Zip Code recognition. Neural Computation 1989; 1(4): 541-551.

205. Шолле Ф. Глубокое обучение на Python. 2-е межд. издание. — СПб.: Питер, 2023. — 576 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А АКТ О ВНЕДРЕНИИ Акционерное общество «Научно-производственное объединение дальней радиолокации»



127083, г. Москва, ул. 8 Марта, д.10, стр. 1, тел.: +7 (495) 723-83-49, факс: +7 (495) 723-83-50
E-mail: inbox@npodr.ru, ОКПО 54765242, ОГРН 1027739299060, ИНН/КПП 7713269230/771301001

УТВЕРЖДАЮ

Исполняющий обязанности заместителя
генерального директора АО НПОДАР по науке

кандидат технических наук

Н.А. Ходатаев

«24»

АКТ

об использовании результатов диссертации
на соискание ученой степени доктора технических наук
Охотникова Сергея Аркадьевича

Комиссия в составе: председателя – Леухина Анатолия Николаевича, директора НТЦ-6, доктора физико-математических наук; членов комиссии – Буханца Дмитрия Ивановича, ученого секретаря, доктора технических наук; Ермолицкого Александра Ивановича, заместителя директора НТЦ-6, составила настоящий акт о том, что результаты диссертационных исследований на соискание ученой степени доктора технических наук Охотникова Сергея Аркадьевича, а именно:

- методы нелинейной фильтрации комплекснозначных контуров изображений на основе их представления в комплекснозначном коде в случаях воздействия мультипликативного или импульсного шума;

- алгоритм выделения и идентификации объектов на радиолокационных изображениях по их контурным признакам;

- программная модель обработки сигналов, учитывающая комплексный характер данных

апробированы и использованы АО НПОДАР в ходе выполнения:

СЧ НИЭР «Аэрозор» в части повышения эффективности формирования описания объектов интереса на основе признаков их наличия на радиолокационных изображениях и извлечения тематической информации об объектах интереса;

СЧ НИР «Радиолокация-Х-РТИ» в части программно-методического обеспечения по верификации (валидации) продуктов, получаемых с использованием

радиолокаторов с синтезированной апертурой антенны авиационного и космического базирования;

в рамках инвестиционного проекта «ЭЛИК» в части функционального программного обеспечения решения задач геопривязки и геопозиционирования радиолокационных изображений.


Использование результатов диссертационной работы Охотникова С.А. позволяет:

- повысить достоверность выделения контуров малоразмерных и высокоскоростных целей на фоне активных и пассивных помех;
- сократить время обработки сигналов за счет оптимизации вычислительных процедур;
- улучшить характеристики системы автоматического распознавания целей.

Заключение комиссии:


Результаты диссертационного исследования «Модели и методы обработки комплекснозначных контуров изображений в системах технического зрения» обладают практической значимостью и рекомендованы к дальнейшему использованию при выполнении научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ в АО НПОДАР, связанных с совершенствованием алгоритмического обеспечения систем технического зрения и обработки радиолокационных данных.

Председатель комиссии:

 А.Н. Леухин

Члены комиссии:

 Д.И. Буханец

 А.И. Ермолицкий

ПРИЛОЖЕНИЕ Б АКТ О ВНЕДРЕНИИ ООО «Резонансные системы»



ООО «РЕЗОНАНСНЫЕ СИСТЕМЫ»

424000, Россия, республика Марий Эл, г. Йошкар-Ола, ул. Комсомольская, 145,7
Тел. 8 (8362) 436020. E-mail: info@nmr-design.com

ИНН 1215132129, КПП 121501001, ОГРН 1081215004496, ОКПО 83984100, р. сч. 40702810300390000886 в ПАО «АК БАРС» БАНК, г. Казань, кор. сч. 3010181000000000805, БИК 049205805

"УТВЕРЖДАЮ"

Директор



ООО «Резонансные системы»

И.А. Николаев

03 2026 г.

АКТ

о внедрении результатов диссертационного исследования
Охотникова Сергея Аркадьевича
на тему «Модели и методы обработки комплекснозначных контуров изображений в
системах технического зрения»

Комиссия в составе: председателя – директора Николаева Иннокентия Александровича, к.т.н., членов комиссии:

- 1) главного инженера Иванова Ивана Александровича
- 2) главного инженера Ивановой Марии Сергеевны

составила акт о том, что результаты диссертационного исследования Охотникова С.А. на тему: «Модели и методы обработки комплекснозначных контуров изображений в системах технического зрения», внедрены в производственную деятельность ООО «Резонансные системы» при разработке перспективных низкопольных томографов. Результаты исследования использовались при разработке устройств вторичной обработки магниторезонансных изображений при разработке изделий магниторезонансной томографии.

Председатель комиссии:

Директор



Николаев И.А.

Члены комиссии:

Главный инженер



Иванов И.А.

Главный инженер



Иванова М.С.

ПРИЛОЖЕНИЕ В АКТ О ВНЕДРЕНИИ в НИР, проект RFMEFI57717X0254

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе

Д.В. Иванов

2026 г.

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы Охотникова С.А.
в НИР ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет»

Научно-техническая комиссия в составе: руководителя проекта, д.т.н., профессора Роженцова А.А., декана радиотехнического факультета, к.т.н., доцента Дедова А.Н., доцента кафедры РТиМБС, к.т.н., доцента Иванова К.О. составила настоящий акт в том, что результаты диссертационной работы «Модели и методы обработки комплекснозначных контуров изображений в системах технического зрения» Охотникова С.А.:

1. Методы нелинейной фильтрации контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде, обеспечивающих обработку изображений в случаях воздействия мультипликативного или импульсного шума. Введены четыре разновидности контурных фильтров, основанных на порядковых статистиках, с упорядочиванием по модулю, аргументу, вещественной и мнимой частям.
2. математические модели контуров изображений с геометрическими искажениями, позволяющие автоматизировать процедуру оценки параметров искажений в робототехнических системах технического зрения. В общем случае модель процесса искажения контура изображения может быть описана действием некоторого искажающего оператора на исходный контур. Исследовано влияние искажений на спектры контуров.

использованы при выполнении научно-исследовательских работ в рамках проекта RFMEFI577170254 «Система интраоперационной навигации с поддержкой технологии дополненной реальности на базе виртуальных 3D моделей органов, полученных по результатам КТ диагностики, для малоинвазивных операций» в период с 2017 – 2019 гг.

Руководитель проекта,
д.т.н., профессор

 А.А. Роженцов

Декан радиотехнического факультета
к.т.н., доцент

 А.Н. Дедов

Доцент кафедры РТиМБС
к.т.н., доцент

 К.О. Иванов

ПРИЛОЖЕНИЕ Г АКТ О ВНЕДРЕНИИ в НИР по гранту РФФ № 23-19-00568



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе

Д.В. Иванов

«06»

2026 г.

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы Охотникова С.А.
в НИР ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет»

Научно-техническая комиссия в составе: руководителя проекта, д.т.н., профессора Петухова И.В., декана радиотехнического факультета, к.т.н., доцента Дедова А.Н., доцента кафедры РТиМБС, к.т.н., доцента Иванова К.О. составила настоящий акт в том, что результаты диссертационной работы «Модели и методы обработки комплекснозначных контуров изображений в системах технического зрения» Охотникова С.А.:

1. Математическая модель непрерывного случайного контура (НСК), представляющего собой комплексную случайную функцию. При этом комплексная случайная функция рассматривается как совокупность ее возможных реализаций. Введены понятия математического ожидания и дисперсии НСК. Геометрически математическое ожидание НСК представляется как «усредненный контур», вокруг которого расположены другие контуры – реализации. Показано, что важным условием при исследовании статистических характеристик НСК является равенство между собой значений параметров линейных преобразований контуров его реализаций. Предложена методика выравнивания этих параметров в процессе формирования модели НСК.
2. метод оценки геометрических искажений контуров изображений, основанный на применении метода максимума правдоподобия, и структуры систем оценки геометрических искажений. Процедуру оценки параметра искажения можно рассматривать как многоэтапную. При этом оценка искажения, полученная на каждом этапе, служит в качестве начального значения при формировании эталонного контура.

использованы при выполнении научно-исследовательских работ в рамках гранта Российского научного фонда № 23-19-00568 «Методы и интеллектуальная система поддержки динамической устойчивости операторов эргатической системы» в период с 2023 – 2025 гг.

Руководитель проекта,
д.т.н., профессор

И.В. Петухов

Декан радиотехнического факультета
к.т.н., доцент

А.Н. Дедов

Доцента кафедры РТиМБС,
к.т.н., доцент

К.О. Иванов

ПРИЛОЖЕНИЕ Д АКТ О ВНЕДРЕНИИ в НИР по гранту РФФИ, проект №08-01-12000 офи.



АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы Охотникова С.А.
в НИР ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет»

Научно-техническая комиссия в составе: руководитель проекта, д.т.н., профессора Хафизова Р.Г., профессора кафедры РТиМБС, д.т.н., доцента Егошиной И.Л., к.т.н., доцента Иванова К.О., составила настоящий акт в том, что результаты диссертационной работы «Модели и методы обработки комплекснозначных контуров изображений в системах технического зрения» Охотникова С.А.:

1. Подход к описанию непрерывных комплекснозначных сигналов в системах передачи телевизионных изображений, представленных на комплексной плоскости в виде замкнутых контуров. Задано линейное пространство вектор-контуров и получены основные аналитические соотношения. Рассмотрены вопросы спектрального и корреляционного анализа непрерывных контуров и выявлены особенности спектров, связанные с комплекснозначным характером и замкнутостью контуров.
2. Методика линейной фильтрации видеоизображений объектов, заданных в виде непрерывных контуров с априори известной формой, в системах передачи телевизионных изображений при наличии помех. Контурный согласованный фильтр производит вычисление ВКФ эталонного и фильтруемого контуров. Он позволяет определить количественную меру схожести двух плоских форм. ИХ фильтра воспроизводит в обратном направлении обхода зеркально отраженный относительно горизонтальной оси эталонный контур со смещенной начальной точкой. Частотный коэффициент передачи фильтра с точностью до фазового множителя повторяет комплексно сопряженный спектр контура, с которым он согласован.

использованы при выполнении научно-исследовательских работ в рамках гранта Российского фонда фундаментальных исследований «Разработка методов и создание информационной технологии визуализации и сравнительного анализа сопряженных пространственных статических и динамических сцен» (проект № 08-01-12000-офи);

Руководитель проекта,
д.т.н., профессор

Р.Г. Хафизов

Профессор кафедры РТиМБС
д.т.н., доцент

И.Л. Егошина

Доцент кафедры РТиМБС
к.т.н., доцент

К.О. Иванов

ПРИЛОЖЕНИЕ Е АКТ О ВНЕДРЕНИИ в НИР в рамках гос. задания №8.1068.2011.



АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы Охотникова С.А.
в НИР ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет»

Научно-техническая комиссия в составе: руководитель проекта, д.т.н., профессора Хафизова Р.Г, профессора кафедры РТиМБС, д.т.н., доцента Егошиной И.Л., к.т.н., доцента Иванова К.О. составила настоящий акт в том, что результаты диссертационной работы «Модели и методы обработки комплекснозначных контуров изображений в системах технического зрения» Охотникова С.А.:

1. Методика линейной, в том числе согласованной, фильтрации непрерывных контуров, заданных в виде замкнутых комплекснозначных функций, обеспечивающая возможность формирования достаточной статистики для распознавания объектов интереса с априори известной формой при неизвестных параметрах линейных преобразований масштабирования и поворота.
2. Методика распознавания видеоизображений объектов с априори известной формой на основе анализа его контура, заданной в виде комплекснозначной непрерывной замкнутой функции, обеспечивающая инвариантность к преобразованиям масштабирования и вращения изображений, а также к нелинейному преобразованию изменения угла обзора.
3. Алгоритмы и программное обеспечение для исследования спектральных и корреляционных характеристик, моделирования обработки аналоговых сигналов, полученных аппроксимацией дискретных контуров изображений.

использованы при выполнении научно-исследовательских работ в рамках государственного задания на 2012 г «Разработка теоретических подходов к обработке непрерывных контуров изображений» (№8.1068.2011).

Руководитель проекта,
д.т.н., профессор

Р.Г. Хафизов

Профессор кафедры РТиМБС
д.т.н., доцент

И.Л. Егошина

Доцент кафедры РТиМБС
к.т.н., доцент

К.О. Иванов

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж АКТ О ВНЕДРЕНИИ в учебный процесс ПГТУ



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное бюджетное
 образовательное учреждение высшего
 образования
 «Поволжский государственный
 технологический университет»
 (ФГБОУ ВО «ПГТУ»)
 пл. Ленина, д. 3, г.Йошкар-Ола,
 Республика Марий Эл, 424000
 Телефон (8362) 68-68-70, факс (8362) 41-08-72
 E-mail: info@volgatech.net, <http://www.volgatech.net/>
 ИНН/КПП 1215021281/121501001,

№ _____
 На № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ:

Директор департамента
 образовательной деятельности
 ФГБОУ ВО «ПГТУ»

Т.А. Конюхова /
 «19» 01 2026 г.



А К Т

об использовании результатов научных исследований

Охотникова С.А.

(Фамилия И.О.)

в учебном процессе ПГТУ

Научно-техническая комиссия в составе: председателя к.с.-х.н., доцента директора департамента образовательной деятельности Конюховой Т.А. и членов комиссии: д.т.н., профессора, зав. каф. РТиМБС Хафизова Р.Г., д.т.н., профессора Егошиной И.Л., к.т.н., доцента Иванова К.О. составила настоящий акт о том, что материалы и результаты научных исследований Охотникова С.А. на тему «Модели и методы обработки комплекснозначных контуров изображений в системах технического зрения» использованы в учебном процессе подготовки обучающихся по специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» в следующих формах:

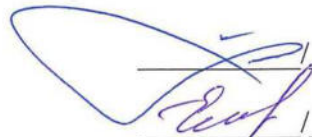
№	Результат исследования	Учебная дисциплина	Форма использования
1.	Метод нелинейной фильтрации контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде, для обработки изображений с мультипликативной моделью зашумления или при воздействии импульсного шума	Цифровая обработка изображений	<i>Практическая работа №5 «Линейная фильтрация контурных изображений» Практическая работа №6 «Нелинейная фильтрация контурных изображений»</i>
2.	Методика распознавания изображений объектов, заданных в виде непрерывной функции комплексного переменного;	Цифровая обработка изображений	<i>Практическая работа №7 «Обнаружение контуров изображений»</i>
3.	Программный комплекс	Цифровая обработка	<i>Практическая работа №3</i>

для исследования непрерывных контуров изображений	изображений	«Исследование спектров контуров изображений»
---	-------------	--


Материалы обсуждены и одобрены на заседании кафедры _____ РТиМБС _____
(наименование кафедры)

Протокол № 5 от «10» декабря 2025 г.

Председатель комиссии:

 / Т.А. Конохова

Члены комиссии:

 / И.Л. Егошина

 / К.О. Иванов

Заведующий кафедрой РТиМБС:

 / Р.Г. Хафизов