На правах рукописи

МИХЕЕВ КИРИЛЛ ВАЛЕРЬЕВИЧ

РАЗРАБОТКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ УСТРОЙСТВ ОБРАБОТКИ И ОТОБРАЖЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Специальность 05.12.04 – Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Владимир 2016

Работа выполнена на кафедре систем автоматизированного проектирования Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

Научный руководитель:	**Чекушкин Всеволод Викторович** Доктор технических наук, профессор, профессор кафедры систем автоматизированного проектирования Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
Официальные оппоненты:	**Костров Борис Васильевич** Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой ЭВМ Рязанского государственного радиотехнического университета ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет»
	Кисляков Алексей Николаевич Кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры информационных технологий ФГБОУ ВО «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (РАНХиГС). Владимирский филиал.
Ведущая организация:	АО «Всероссийский научно-исследовательский институт радиотехники», г. Москва

Защита диссертации состоится «12» апреля 2017 года в 16.00 часов на заседании диссертационного совета Д.212.025.04 при Владимирском государственном университете имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых по адресу: 600000, г. Владимир, ул. Горького, д. 87, ВлГУ, ауд. 301, кор.3.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» и на сайте http://diss.vlsu.ru.

Автореферат разослан «16» января 2017 г.

Отзывы на автореферат, заверенные печатью, просим направлять по адресу: 600000, г. Владимир, ул. Горького, 87, ВлГУ, РТ и РС, Самойлову А.Г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор технических наук, профессор А.Г. Самойлов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Основой интеллектуальных радиотехнических систем (РТС) и радиоэлектронных комплексов являются высокопроизводительные специализированные вычислительные устройства, которые решают различные задачи по обработке радиотехнической информации, управлению, контролю, диагностике, экспертным оценкам и т.д. При этом необходимо проводить моделирование структур таких систем, их оптимизацию, разрабатывать алгоритмы реализации вычислительных процессов. Решению этих задач посвящен ряд работ как с классическим изложением численных математических методов и алгоритмов, так и прикладных работ, ориентированных на применение быстродействующих экономичных процедур для решения специфических математических уравнений и вычисления типовых нелинейных функций в реальном масштабе времени, в том числе направленных на уменьшение погрешностей измерений. Хорошие в различных аспектах монографии и научные статьи не достаточно приспособлены к современным требованиям массового эффективного применения ЭВМ, специализированных вычислителей, программируемых логических интегральных схем (ПЛИС).

Состояние проблемы. Существующие подходы к решению отмеченных задач, нашедшие отражение в научных работах отечественных и зарубежных исследователей ориентированы в первую очередь на математическую строну проблемы и в большинстве своем отражают различные математические методы реализации функциональных зависимостей. Однако, в последнее время развитие информационных технологий и вычислительной техники позволяет исследователям и инженерам-практикам с одной стороны использовать в разрабатываемой радиоэлектронной аппаратуре различные сложные алгоритмы и методы обработки информации, обеспечивающие работу систем в реальном масштабе времени. С другой стороны, современная элементная база цифровой обработки информации отличается большим разнообразием, в которую входят компьютеры, микроЭВМ, специализированные вычислители, ПЛИС, что требует от разработчиков адаптировать алгоритмы обработки под используемую элементную базу.

Теоретические основы численных методов и методов аппроксимации были заложены крупнейшими учёными своего времени, а именно, И. Ньютоном, Л. Эйлером, Н.И. Лобачевским, К.Ф. Гауссом, которые построили математическую базу теории, которая была развита другими известными учеными – П.Л. Чебышевым, Ш. Эрмитом, М. Сэвиджем и другими. С появлением первых аналоговых и, впоследствии, цифровых вычислительных устройств, автоматизирующих процессы обработки различного рода информации, потребовали от исследователей разработки прикладных методов аппроксимации, которые были внедрены с существующие в то время вычислительные устройства отечественными и зарубежными учеными, именно: В.Д. Байковым, В.Б. Смоловым, Б. Волдером, П. Безье, С.Н. Бернштейном, Р.У. Хэммингом и другими. Появление высокопроизводительных вычислительных систем обработки информации потребовало от ученых и исследователей разработки новых прикладных численных методов и методов аппроксимации, позволивших с одной стороны реализовать более сложные алгоритмы обработки, с другой стороны, на порядок и более повысить точность представления функций. Решением этих задач в конце прошлого начале нынешнего века в нашей стране и за рубежом занимались ученые: С.В. Конягин, Ж.П. Обэн, Е.В Чумакова, С.С. Кукушкин, Э.А. Акчурин, В.В. Чекушкин и другие.

Существующие численные методы решения типовых задач, которые входят в вычислительные процедуры основных алгоритмов работы РТС, не являются наилучшими в современных вычислителях, поскольку ориентированы на другие их структуры. Программно-аппаратурная реализация вычислительных устройств основывается на известных численных методах, ряд типовых задач по измерению и преобразованию координат, формированию физических эталонов для систем контроля, машинной графике, воспроизведению траекторий, вычислению функций, калибровки измерительных систем, которые применяются в настоящее время, могут быть значительно улучшены.

Цель работы и задачи исследования:

Целью работы является разработка алгоритмов аппроксимации различных функциональных зависимостей и моделирования траекторий движения воздушных объектов для устройств цифровой обработки и отображения информации радиотехнических систем, обеспечивающих высокое быстродействие, необходимые точностные характеристики и минимальные программно - аппаратурные затраты.

Поставленная цель достигается решением следующих **задач**:

- существенного упрощения реализации сложных функциональных зависимостей путем их представления в виде суперпозиции более простых функций и разработки соответствующих полиномиальных преобразований Чебышева, обеспечивающих повышение точности аппроксимации и минимизации программно - аппаратурных затрат;

- моделирования реализуемого в системах цифровой обработки радиотехнической информации вычислительного процесса для обеспечения сокращения вычислительных затрат, значительного уменьшения погрешности результата за счёт взаимного поглощения и взаимной компенсации составляющих погрешностей;

- разработки структуры вычислителя, построенного на универсальном микропроцессоре или ПЛИС, ориентированного на наиболее рациональную реализацию конкретной вычислительной задачи с устранением избыточной точности;

- разработки метода воспроизведения траекторий ВО из плавно сопрягаемых сегментов при различных законах изменений линейной скорости с обеспечением контроля перегрузок в трехмерном пространстве, обеспечивающего реалистичное задание тренажной информации.

Методология и методы исследования. При проведении исследований в диссертационной работе использованы численные методы чебышевской аппроксимации функциональных зависимостей, вариационного исчисления, теории оптимизации, моделирования. Реализация и анализ полученных решений осуществлялись с применением методов вычислительной математики, математического моделирования, различных программных продуктов.

Основные положения, выносимые на защиту:

- алгоритмы автоматического поиска полиномов наилучшего приближения для решения задачи восстановления значения функции, отличающиеся тем, что фиксация оптимального значения одной из переменных одновременно обеспечивает уменьшение диапазонов последующего поиска оптимальных значений оставшихся переменных;

- алгоритмы аппроксимации стандартных функций, арифметических и векторных операций с диапазоном представления от 3 до 64 двоичных разрядов результата с устранением избыточной точности, отличающиеся тем, что разрядные сетки операндов сокращены на 2-5 двоичных разрядов без снижения класса точности измерительного прибора;

- алгоритмы автоматического поиска и ускоренные алгоритмы преобразования координат, ортогональных составляющих сигналов в амплитуду и фазу, реализации преобразования комплексного сигнала из алгебраического представления в экспоненциальное с обеспечением выигрыша по быстродействию до 2-х раз;

- метод воспроизведения траекторий ВО из плавно сопрягаемых сегментов, полученных на основе параметрических уравнений кривых Безье при различных законах изменений линейной скорости с контролем перегрузок.

Результаты работы внедрены в учебный процесс кафедры САПР Муромского института ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых», а также на предприятии АО «МЗ РИП» (АО Концерн ВКО «АЛМАЗ-АНТЕЙ», г. Муром).

Научная новизна исследования:

- разработаны методы и алгоритмы поиска полиномов наилучшего приближения различных степеней для аппроксимации функциональных зависимостей, повышающих точность представления типовых функций и минимизацию программно-аппаратурных затрат в цифровых вычислителях и синтезаторах частот;
- созданы алгоритмы аппроксимации стандартных функций на основе взаимной компенсации составляющих погрешностей при уменьшении разрядов операндов до 3-6;
- для гибридных алгоритмов преобразования координат, ортогональных составляющих сигналов в амплитуду и фазу увеличено быстродействие в 2 раза по сравнению с известными алгоритмами. Рациональное использование предлагаемых алгоритмов позволяет обеспечить формирование от 1 до 32 и более значащих двоичных разрядов операндов, избегая невостребованной избыточной точности результата;
- разработан новый метод воспроизведения траекторий ВО из плавно сопрягаемых сегментов кривых на основе параметрических уравнений Безье при различных законах изменений линейной скорости с контролем перегрузок.

Практическая значимость полученных результатов:

- для решения широкого класса прикладных задач с диапазоном приведённых погрешностей выходных данных до долей процента разработаны численные методы воспроизведения стандартных функций с исключением избыточной точности и уменьшения амплитуд паразитных гармонических составляющих радиосигналов. Обеспечено повышение быстродействия системы цифровой обработки в 2 раза;
- получены алгоритмы, обеспечивающие существенное сокращение числа итерационных циклов при калибровке измерительных каналов с нестабильными параметрами и разрядных сеток операндов специализированных вычислителей на 2-5 двоичных разрядов;
- метод формирования траекторий движения ВО с контролем перегрузок, адекватный реальному движению воздушных судов, позволяющий повысить качество тренажной информации операторов;

- прикладное программное обеспечение, автоматизирующее процесс поиска полиномов наилучшего приближения для различных функциональных зависимостей, оптимизирующее полиномы под различные специализированные вычислительные устройства и обеспечивающее построение траекторий движения ВО.

Разработаны и получены свидетельства о государственной регистрации трех программ для ЭВМ: программа поиска полиномов наилучшего приближения для воспроизведения функциональных зависимостей, программа поиска полиномов наилучшего приближения для воспроизведения функциональных зависимостей с взаимной компенсацией составляющих погрешностей результата, программа поиска метода наилучшего приближения функции $R = \sqrt{A^2 + B^2}$.

Апробация результатов. Результаты исследований получены автором при выполнении гранта РФФИ №14-0700293 «Методы, математические модели оптимальной реализации вычислительных процессов в высокопроизводительных технических системах». Научные положения и выводы диссертации используются в АО «Муромский завод радиоизмерительных приборов».

Результаты работы докладывались и обсуждались на научно-технических конференциях и семинарах различного уровня:

1. IV,V,VI,VII,VIII Всероссийские научные Зворыкинские чтения «Наука и образование в развитии промышленной, социальной и экономической сфере регионов России», Муром, 2012-2016;

2. V,VI,VII Всероссийских молодежных научных конференциях «Научный потенциал молодежи – будущее России». Муром, 2013-2015.

3. I-ой Всероссийской НТК «Расплетинские чтения» в ГСКБ Алмаз-Антей, г. Москва 2014;

4. Третьей Всероссийской научно-практической конференции АО «Муромский завод радиоизмерительных приборов» «Радиолокационная техника: устройства, станции, системы РЛС-2015», Муром, 9-10 июня 2015.

5. I Всероссийской научно-технической конференции «Математическое моделирование и инженерные расчеты» в научно-образовательном центре воздушно-космической обороны «Алмаз-Антей» им. Академика В.П. Ефремова, г. Москва, 2016.

Публикации по теме работы. Результаты исследований по теме диссертационной работы опубликованы в 15 печатных работах, в том числе в 5 статьях ведущих научно-технических журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий ВАК, 2 статьи из которых опубликованы в журнале, входящем в международную базу цитирования «Web of Science», 7 тезисов докладов. Получены свидетельства о государственной регистрации 3 программ для ЭВМ.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка используемой литературы и приложений. Общий объём работы составляет 150 страниц машинописного текста, включая 38 рисунков, 12 таблиц, а также 14 страниц приложения. Библиография содержит 104 наименования, в том числе 15 работ автора.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение содержит формулировку цели и задач диссертационной работы. Показана необходимость разработки математических методов, моделей и устройств контроля радиотехнических систем. Обоснована актуальность исследований, научная новизна и практическое значение результатов работы, представлены положения, выносимые на защиту.

В первой главе рассматриваются основные принципы построения информационно-измерительных систем (ИИС), применяемых в РТС. По известным работам отечественных и зарубежных ученых производится анализ типовых задач, решаемых ИИС при испытаниях, контроле и обработке информации в радиоэлектронных системах, выявляются недостатки существующих систем, определяются пути улучшения качества работы, основными из которых являются:

- существенное упрощение реализации сложных функциональных зависимостей путем их представления в виде суперпозиции более простых функций и разработки соответствующих полиномиальных преобразований Чебышева;
- моделирование реализуемого в РТС вычислительного процесса для обеспечения сокращения вычислительных затрат, значительное уменьшение погрешности результата за счёт взаимного поглощения и взаимной компенсации составляющих погрешностей;
- разработка структуры вычислителя, построенного на универсальном микропроцессоре или ПЛИС, ориентированного на наиболее рациональную реализацию конкретной вычислительной задачи с устранением избыточной точности.
- разработка метода наглядного воспроизведения траекторий ВО из плавно сопрягаемых сегментов на основе параметрических уравнений кривых Безье при различных законах изменений линейной скорости с обеспечением контроля перегрузок.

Во второй главе оптимизированы методы поиска полиномов наилучшего приближения для воспроизведения стандартных функций. При аппроксимации функции $f(x)$ использовался полином степени n со схемой Горнера

$$L_n(x) = \{[(a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2}]x + \cdots + a_1\}x + a_0, \qquad (1)$$

где $L_n(x)$ – полином; $a_0,\ldots, a_n$ – константы; x– аргумент функции.

Сложность расчета по формуле (1) составляет $2n$ операций: n умножений и n сложений. В памяти вычислителя необходимо хранить $n + 1$ констант $a_0,\ldots, a_n$ и $n + 1$ раз запрашивать их для расчета полинома. Ограничение количества операций при воспроизведении функции $f(x)$ достигается сокращением членов ряда в (1), начиная с n+1 степени, исходя из оценки заданного максимального значения погрешности метода $\delta_{\text{ММ}}$ в полиноме наилучшего приближения Чебышева

$$\delta_{\text{ММ}} = f(x) - L_n(x) \le \frac{f^{n+1}(x)(b-a)^{n+1}}{(n+1)!\,2^{2n+1}}, \qquad (2)$$

где $f^{n+1}(x)$ – производная (n+1)-го порядка на интервале аппроксимации b–a.

В соответствии с (2) повышение точности может быть достигнуто как уменьшением интервала аппроксимации вычисления, так и повышением степени полинома, оба эти подхода рассмотрены во второй главе.

Построен эффективный метод оптимизации вычислительного процесса, вытекающий из стратегии максимальной идентичности графиков воспроизводимой функции и приближающего полинома. При этом, в отличие от классического чебышевского альтернанса, когда в (1) для многочлена степени n значения функции и интерполянта совпадают в n+1 узле аппроксимации, удалось сократить количество вычислительных операций и число обращений к постоянному запоминающему устройству, за счет уменьшения числа узлов интерполяции и исключения отдельных констант a_i членов ряда $a_i\, x^i$ или проводя их специальную группировку. При этом увеличение погрешностей метода $\delta_{\text{ММ}}$ по сравнению с классическим подходом было незначительным.

Упрощенный алгоритм поиска оптимального полинома для указанных условий (рисунок 1) после задания требуемой точности приближения следующий:

- задание полинома (1) с наименьшей степенью n, обеспечивающего заданную максимальную погрешность $\delta_{\text{ММ}}$ воспроизведения функции и расчет констант a_i;

- исключение неэффективных, меньше всего влияющих на погрешность $\delta_{\text{ММ}}$ членов ряда $a_i\, x^i$ констант a_i в соответствии с максимальной идентичностью графиков функции $f(x)$ и приближающего полинома $L_n(x)$;

- поиск усеченного полинома наилучшего приближения $L_n(x)$ с $m < (n+1)$ оставшимися константами a_i, в котором на интервале аппроксимации получается по крайней мере $m + 1$ точка, в которых погрешности $\delta_{\text{ММ}}$ принимают равные максимальные значения $+(\delta_{\text{ММ}} \pm \Delta\delta_{\text{ММ}})$ и $-(\delta_{\text{ММ}} \pm \Delta\delta_{\text{ММ}})$ с учетом неустранимых погрешностей $\Delta\delta_{\text{М}}$ (рисунок 1);

- уточнение степени полинома n и количества констант m в соответствии с заданными погрешностями результата δ_p и полученными значениями погрешностей $\delta_{\text{ММ}}$, сохранение этой степени или увеличение (уменьшение) ее на единицу, уточнение числа констант a_i для получения заданной погрешности результата δ_p с исключением невостребованной избыточной точности определения преобразовательной характеристики или функции $f(x)$ полиномом $L_n(x)$ с достаточным дискретным числом значащих цифр представления результата и соответствующим ему минимальным числом вычислительных операций;
- выполнение усечения, симметрирования, взаимопоглощения составляющих погрешности δ_p на выходе системы.

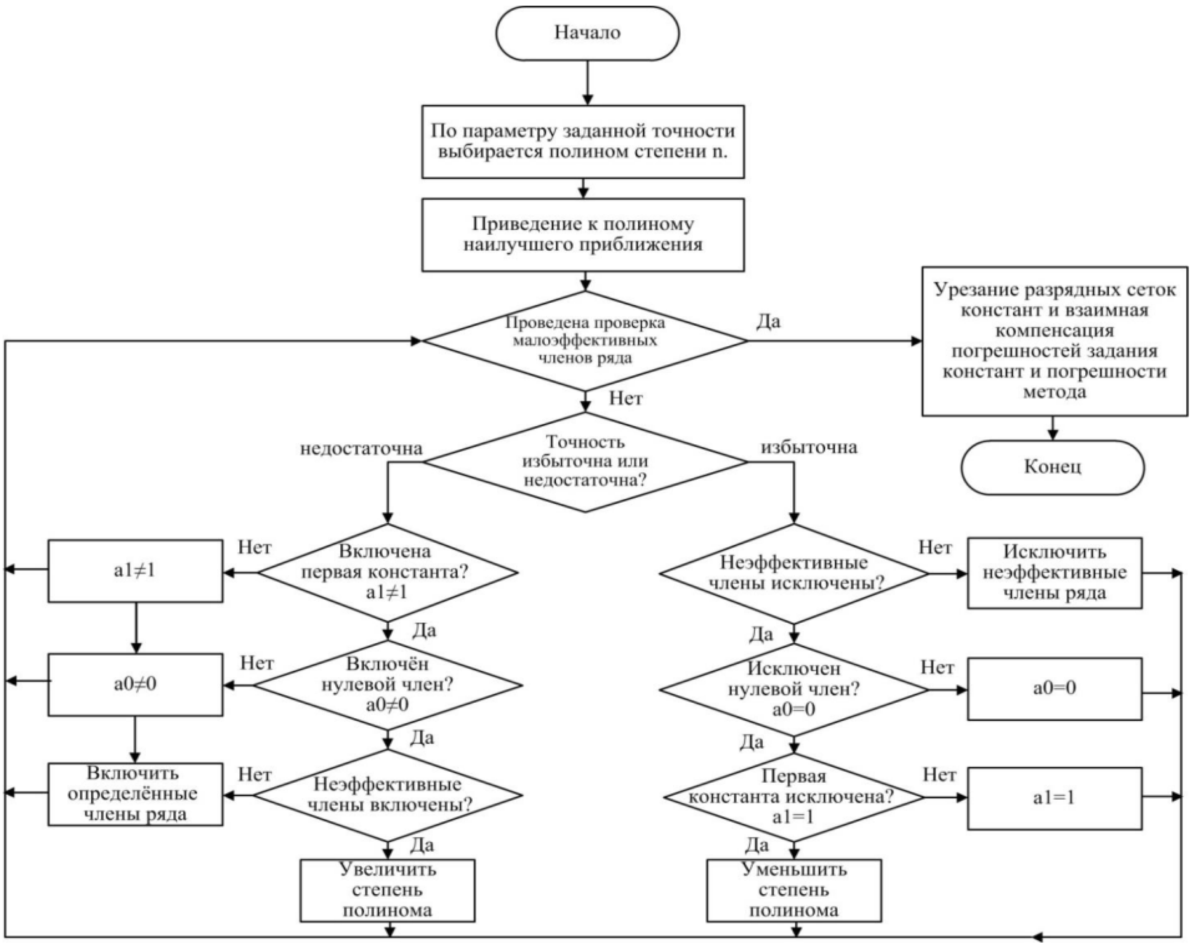


Рисунок 1 - Алгоритм поиска полинома наилучшего приближения

По описанному алгоритму при помощи разработанной программы на языке Builder C++ были найдены полиномы наилучшего приближения различных степеней для аппроксимации функций $\sin(x)$ на интервале $x \in [0; 1{,}571]$ и $\sqrt{x}$ на интервале аппроксимации $x \in [0; 1]$.

При использовании разработанного алгоритма аппроксимации получен полинома наилучшего приближения первой степени для функций $\sin(x)$ вида $L(x) = 0{,}723x$, обеспечивающий ошибку аппроксимации не более 1,5% (рисунок 2). Для функции $\sqrt{x}$ получен полином $L(x) = 1{,}204x$ с относительной погрешностью представления функции менее 2%.

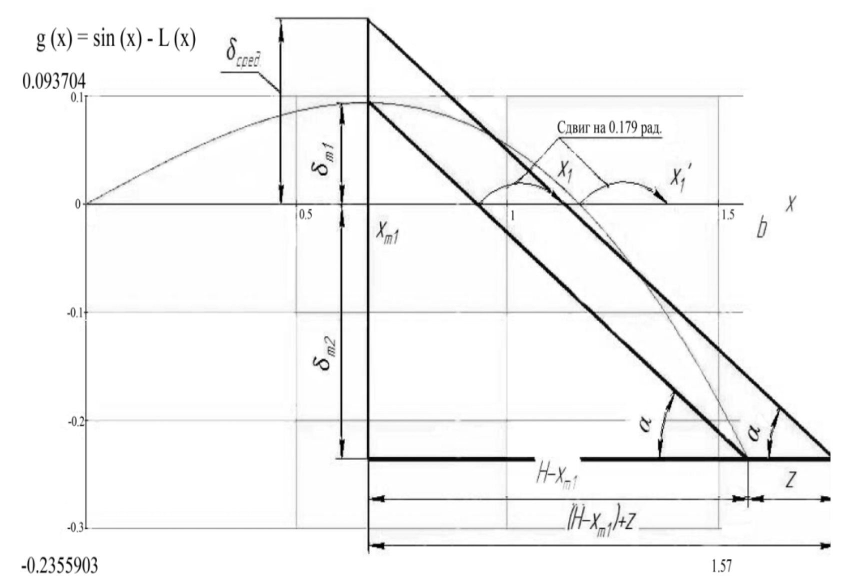


Рисунок 2 - Расчет сдвига узла аппроксимации функции $\sin(x)$ по начальному приближению

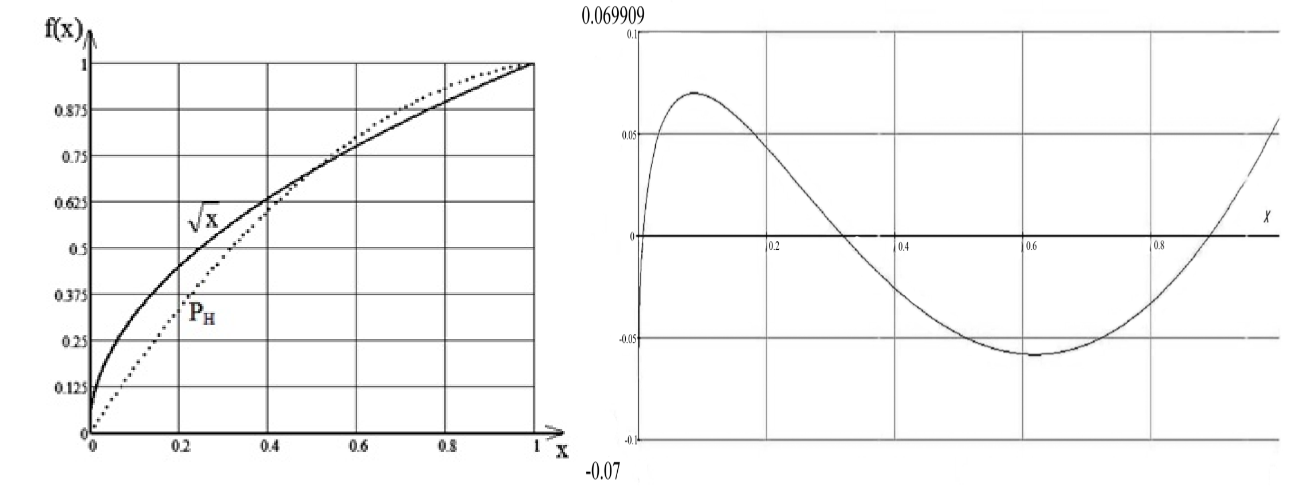
Для функции $\sqrt{x}$ по описанному выше алгоритму был найден полином наилучшего приближения второй степени вида $L(x) = 0{,}07 + 1{,}869x -$ $-0{,}997x^2$. На рисунке 3 а) приведены график функции $\sqrt{x}$ (сплошная линия) и полученный полином $L(x)$ (пунктирная линия). На рисунке 3 б) приведен график ошибок аппроксимации. Из рисунка 3 б) видно, что максимальные ошибки не превышают 0,07. В работе показано, что полином наилучшего приближения для функции $\sqrt{x}$ определяется за 10–12 итераций, тогда как при использовании алгоритмов, описанных в литературе, затраты будут в 3 раза больше.

При реализации описанных алгоритмов на современных вычислительных устройствах за счет усечения количества разрядов коэффициентов полинома (1) появляется дополнительная погрешность δ_k вида

$$\delta_k = \Delta a_{0p} + \Delta a_{1p}x + \Delta a_{2p}x^2 + \dots + x^n, \quad (3)$$

где $\Delta a_{0p}, \dots, \Delta a_{np}$ – погрешности усечения констант полинома.

Повысить точность представления функции можно за счет компенсации погрешностей аппроксимации. Компенсацию можно реализовать и методом перебора всех взаимных комбинаций отклонений констант в пределах определенного числа последних отбрасываемых цифр с фиксацией наименьшего значения δ_k при помощи алгоритма, показанного на рисунке 4.



а) б)

Рисунок 3 - Графики функции и приближающего полинома а), график погрешности полинома наилучшего приближения б)

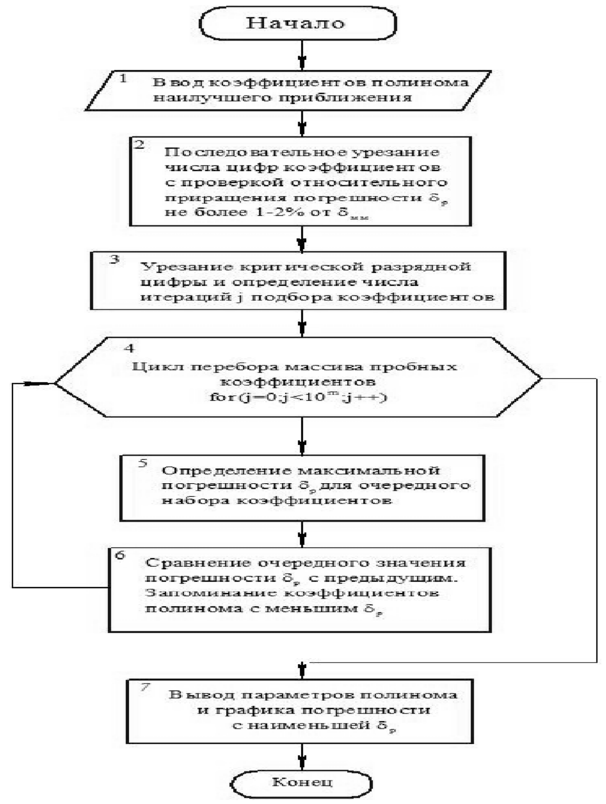


Рисунок 4 - Алгоритм минимизации числа разрядов для расчета коэффициентов полинома

В качестве входных данных для взаимной компенсации составляющих погрешностей используется полином наилучшего приближения. После определения входных данных и последовательного урезания числа цифр коэффициентов с проверкой относительного приращения погрешности, осуществляется урезание критической разрядной цифры и определение числа итераций подбора коэффициентов. Впоследствии, запускается главный цикл перебора массива пробных коэффициентов. По выходу из цикла имеем набор компенсированных коэффициентов. Выполняется этот цикл методом прямого перебора по всем возможным комбинациям значений коэффициентов. Затем определяется максимальная погрешность для очередного набора коэффициентов и сравнивается с предыдущим значением. По окончанию происходит вывод параметров полинома и графика погрешности.

В соответствии с алгоритмом взаимной компенсации проведен поиск полиномов наилучшего приближения различных степеней для функции $\sin(x)$ на интервале значений [0°; 90°], которые приведены в таблице 1. При этом количество операций для всех полиномов составила 15, а количество хранимых в памяти констант– 5.

Таблица 1 - Полиномы наилучшего приближения для функции sin(x)

Формула полинома	Максимальная погрешность
$x(0,999999976705128+(-0,166666477121386+$ $+(0,00833290116196682+(-0,000198009808158351+$ $+2,59065692308463\cdot10^{-6}x^2)x^2)x^2)x^2)$	$3,4\cdot10^{-9}$
$x(0,99999997+(-0,16666647+(0,083329+$ $+(-0,000198+2,59\cdot10^{-6}x^2)x^2)x^2)x^2$	$2,1\cdot10^{-7}$
$x(0,99999998+(-0,16666649+(0,00833291+$ $+(-0,00019801+2,59\cdot10^{-6}x^2)x^2)x^2)x$	$5,9\cdot10^{-9}$

Для полинома наилучшего приближения функции sin(x) максимальное значение погрешности составило $\delta_М$=3,4·10^{-9}, а погрешности усечения констант фактически исключены, поскольку при расчетах операнды представлены 17-ю разрядными десятичными цифрами. Простое усечение разрядных цифр до 8 в схеме увеличивает значение погрешности результата с $\delta_{ММ}$=3,4·10^{-9} до $\delta_{ММ}$ =2,1·10^{-7}, т.е. погрешность увеличивается в 62 раза. Проведение взаимной компенсации погрешностей обеспечивает уменьшение погрешности в 42 раза.

Аналогичным образом был проведен поиск полиномов наилучшего приближения различных степеней для функции tg(x) в диапазоне изменения аргумента [-45°; 45°]. Графики изменения погрешности аппроксимации при простом урезании и при использовании алгоритма взаимной компенсации приведены на рисунке 5.

Таким образом, прикладная значимость проведенной взаимной компенсации погрешностей в данном случае состоит в возможности сокращения разрядных сеток операндов специализированного вычислительного комплекса примерно на 3–5 двоичных разрядов без снижения класса точности измерительного прибора.

С целью сокращения числа вычислительных операций, констант в работе предложены и другие методы группирования членов полинома. Например, для вычисления функции cos(x) на интервале [0°; 90°] предлагается формула аппроксимации полиномом 8-й степени

$$f_{аппрq}(x)=1-\frac{1}{2}\cdot x^2+\left(\frac{835}{2^{12}}\cdot x^2-\frac{53}{2^{14}}\cdot x^4\right)^2=1+\left[-\frac{1}{2}+x^2\cdot\left(\frac{835}{2^{12}}-\frac{53}{2^{14}}\cdot x^2\right)^2\right]\cdot x^2 \qquad (4)$$

с числом вычислительных операций равным 13-ти и максимальной погрешности метода $\delta_{ММ}$ = 1,2·10^{-4} (рисунок 6). В целом алгоритм имеет более рациональную группировку членов полинома, чем в обычной схеме Горнера, хотя, в представленном виде, уступает «обычным» оптимизированным полиномам Чебышева.

В третьей главе разработаны полиномиальные алгоритмы аппроксимации функций $\sin(x)$, $\mathrm{tg}(x)$, $\mathrm{arctg}(x)$, $\arcsin(x)$ с оптимизацией точностных характеристик по показателям быстродействия и программно-аппаратных затрат в диапазоне значений погрешности $\delta \in [50\%;\ 10^{-6}\%]$ и ниже. В средах программирования Builder, C++, MathCAD разработано прикладное программное обеспечение, позволяющее находить полиномы наилучшего приближения и полиномы с учетом взаимной компенсации погрешностей.

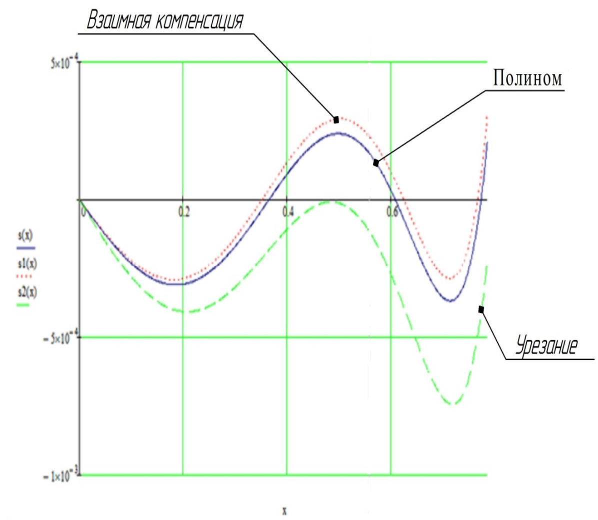


Рисунок 5 - Графики погрешностей схем аппроксимации

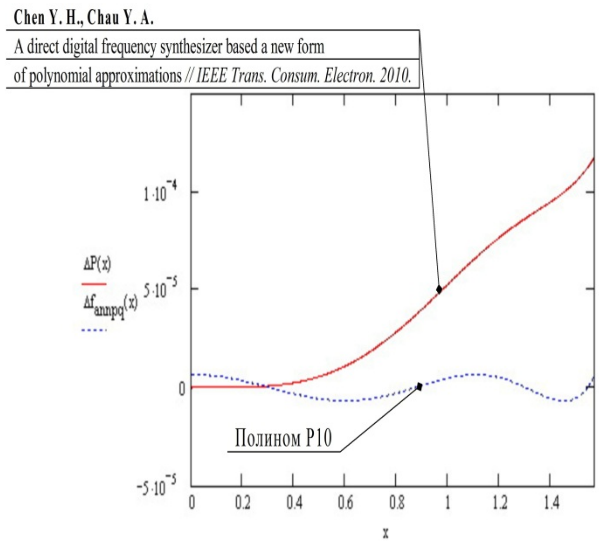


Рисунок 6 - Графики погрешностей полиномиальных приближений

Для функции $\sin(x)$ получены полиномы наилучшего приближения различных степеней (1) на интервале $x \in [0^{\circ};\ 90^{\circ}]$, в таблице 2 приведены полученные полиномы до 5-го порядка и значения максимальной погрешности $\delta_{\text{ММ}}$.

Для полинома 1-й степени $P(x) = 0{,}7246 \cdot x$ число выполняемых операций равно 2, для полинома 3-й степени 6, далее при увеличении степени полинома на единицу число операций увеличивается на 3, и число хранимых в памяти констант надо увеличивать на единицу. Для уменьшения дискрета приращения числа операций целесообразно исключать константу a_1 (брать a_1=1).

При вычислении более медленно сходящейся функции $\mathrm{tg}(x)$, приемлемым является набор полиномов наилучшего приближения с нечетными степенями на интервале $x \in [-45^{\circ};\ 45^{\circ}]$. Для проверки возможности уменьшения числа операций при вычислении функции $\mathrm{tg}(x)$ на интервале $[0^{\circ};\ 45^{\circ}]$ введены два подинтервала с двумя аппроксимирующими полиномами и примерно одинаковыми погрешностями $\delta_{ММ}$ на подинтервалах. Применение схемы аппроксимации с двумя полиномами 5-й степени при погрешности $1{,}57\cdot10^{-5}$ является более предпочтительным, чем применение одного полинома 7-й степени с погрешностью $2{,}1\cdot10^{-5}$. Обеспечена взаимная компенсация составляющих погрешностей, при которой погрешность уменьшается в 20 раз.

Таблица 2 - Полиномы наилучшего приближения sin(x) на интервале $x \in [0^{o}; 90^{o}]$

Степень полинома	Формулы полиномов	$\delta_{ММ}$
0	$P(x) = 0{,}5$	0,5
1	$P(x) = -0{,}285 + x$	0,285
	$P(x) = 0{,}7246 \cdot x$	0,137
	$P(x) = 0{,}105 + 0{,}636 \cdot x$	0,105
3	$P(x) = x - 0{,}14966 \cdot x^3$	0,01
	$P(x) = x \cdot \left(0{,}9857 - 0{,}1426 \cdot x^2\right)$	0,006
	$P(x) = 0{,}0035 + x \cdot \left(0{,}9794 - 0{,}1409 \cdot x^2\right)$	0,005
5	$P(x) = x + \left(-0{,}16607 + 0{,}00763 \cdot x^2\right) \cdot x^3$	$1{,}4\cdot10^{-4}$
	$P(x) = x \cdot \left(0{,}999659 + \left(-0{,}165626 + 0{,}0075 \cdot x^2\right) \cdot x^2\right)$	$8\cdot10^{-5}$
	$P(x) = 0{,}000056 + x \cdot \left(0{,}999559 + \left(-0{,}165581 + 0{,}007494 \cdot x^2\right) \cdot x^2\right)$	$7\cdot10^{-5}$

Для вычисления функции arctg(x) приемлемым является набор полиномов наилучшего приближения с нечетными степенями на интервале $x \in [-1;\ 1]$. При увеличении степеней полиномов на 2 погрешность уменьшается примерно в 8 раз, что соответствует приращению только одной двоичной цифры на одну операцию. Поэтому на интервале [-1; 1] введены два подинтервала с двумя полиномами с одинаковыми погрешностями $\delta_{ММ}$ на подинтервалах. Как и для функций sin(x) и tg(x) обеспечено сокращение разрядных сеток операндов при незначительном увеличении суммарной погрешности.

При аппроксимации функции arcsin(x) одним полиномом на всем интервале задания аргумента $x \in [-1;\ 1]$ для диапазона погрешностей $\delta_{ММ}$ от 0,15 до 0,0015 обеспечивается незначительное приращение числа значащих цифр результата на одну операцию при последовательном увеличении степени полинома с 1-й до 9-й и выше. Поэтому для поиска набора полиномов с большим увеличением значений приращения числа двоичных цифр результата на одну операцию исследован интервал [0; 0,707]. Для этого интервала имеем приращение порядка 1–й разрядной двоичной цифры на одну операцию. Обеспечено и уменьшение дискрета приращения числа операций путем фактического исключения константы a_i в полиноме. Для поиска полиномов с возможным большим увеличением значения приращения числа двоичных цифр результата на одну операцию, интервал [0; 0,707] был разбит на два подинтервала с двумя полиномами 1-й-7-й степеней с примерно одинаковыми погрешностями $\delta_{\text{ММ}}$ на подинтервалах. Разбиение интервала [0; 0,707] на подинтервалы становится эффективным при значении максимальной погрешности порядка $5 \cdot 10^{-7}$ и менее. При взаимной компенсации составляющих погрешностей результата обеспечено уменьшение разрядных сеток операндов для полиномов 7-й степени и выше примерно на 2-3 двоичных разряда.

Для проверки работоспособности разработанных алгоритмов был создан стенд на базе ПЛИС, обеспечивающий формирование типовых элементарных функций. Результаты эксперимента показали существенное повышение точности формирования элементарных функциональных зависимостей при уменьшении количества операндов представления значений, что позволило более чем в два раза уменьшить вычислительную емкость формирователя блока 64М4ТТ10 изделия 64Л6М.

Разработаны быстродействующие алгоритмы воспроизведения функций $R = \sqrt{A^2 + B^2}$ и $\beta = arctg(A/B)$, использующиеся в задачах измерения амплитуд сигналов с неизвестной начальной фазой. Для значений относительной погрешности результата от 4% до 0,26%, по сравнению с алгоритмами с непосредственным вычислением квадратного корня обеспечен выигрыш по быстродействию в 2…2,75 раза. При этом не происходит как переполнения разрядной сетки, так и исчезновения порядка чисел A и B. Для ускоренного нахождения значения $R = \sqrt{A^2 + B^2}$ были использованы приближенные алгоритмы с проверкой условий соотношения A и B с обеспечением последовательного максимального приращения количества значащих цифр представления результата (M) при соответствующем ему минимальном увеличении числа вычислительных операций N и обращений к памяти P. Алгоритм с одним условием проверки соотношения обеспечивает максимальную относительную погрешность $\delta_{\text{МО}}$=4,08% при 6-ти операциях N+P: сравнение, умножение, сложение и извлечение из памяти констант. Следует отметить, что только вычисление на интервале $x \in [0; 1]$ с погрешностью 4,6% полинома наилучшего приближения $\sqrt{x} = 0{,}0459 + x \cdot \left(2{,}866 - x \cdot \left(4{,}172 - 2{,}305 \cdot x\right)\right)$ требует реализации 10 операций: 6 N и 4 P.

При двух условиях сравнения соотношений получены полиномы аппроксимирующие функцию $R = \sqrt{A^2 + B^2}$ с погрешностью $\delta_{\text{МО}}$ менее 1,4%. При введении 3-х условий сравнения погрешность δ_{MO} уменьшилась до 0,5%, что в 2,8 раза меньше чем для алгоритма с двумя условиями. Число операций N+P на самой длинной ветви реализации алгоритма соответствует 12, а в памяти необходимо хранить 8 констант. Для алгоритма с 4-мя условиями погрешность не превышает 0,26% при приближенном воспроизведении функций $R = \sqrt{A^2 + B^2}$ за 15 операций. При этом в памяти необходимо хранить 11 констант. При увеличении числа операций N+P на 3 погрешность уменьшилась почти в 2 раза. Дальнейшее увеличение количества условий усложняет реализацию алгоритма и для систем с более высокими классами точности предпочтительнее использовать непосредственные методы вычисления квадратного корня.

Для расчета фазы сигнала операция деления A/B заменяется операцией умножения числителя на обратную величину знаменателя: $A/B = A\times(1/B)$. Функция $F(B) = 1/B$ была аппроксимирована в диапазоне $B\in[2^{-10};1]$ тремя полиномами наилучшего приближения на трех подинтервалах с примерно равными абсолютными максимальными значениями погрешностей. Измерение фазы с использованием предварительно определенных подинтервалов аппроксимации вычисления амплитуды сигнала по ортогональным составляющим обеспечивает уменьшение погрешности примерно в 10 раз при фиксированных остальных критериях вычислительного процесса (рисунок 7). Разработанные алгоритмы обладают более высокой точностью или используют меньшее количество операций по сравнению с известными отечественными и зарубежными аналогами.

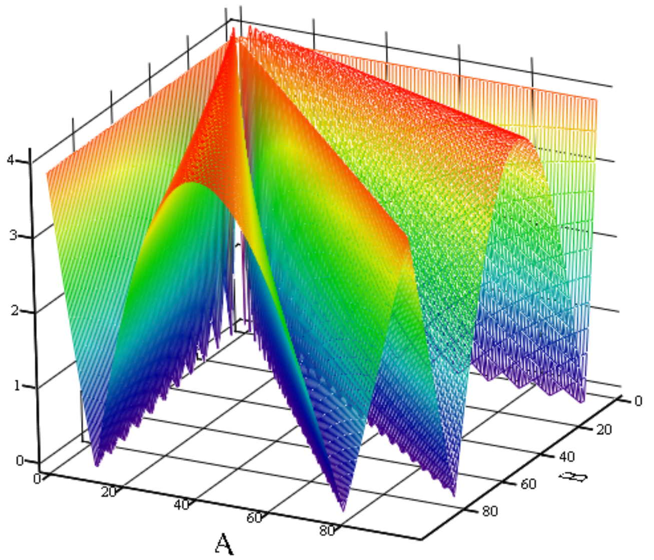


Рисунок 7 - График погрешности алгоритма вычисления функции $R = \sqrt{A^2 + B^2}$

В четвёртой главе разработан метод воспроизведения траекторий движения ВО в трехмерном пространстве без скачков скоростей и ускорений. В качестве траектории задается кусочно-заданная пространственная кривая, состоящая из плавно совмещаемых сегментов в виде параметрических кривых Безье первого-третьего порядков

$$B(t)=\sum_{i=0}^{n} P_i B_i^n(t),\ B_i^n(t)=\frac{n!}{i!(n-i)!}\cdot t^i\cdot(1-t)^{n-i}, \tag{5}$$

где n – степень кривой; i – порядковый номер опорной вершины; P_i –вектор координат i-й опорной точки; $B_i^n(t)$ - полином Бернштейна степени n, t – безразмерный параметр $t \in [0; 1]$.

При n=3 из (5) получаем кривую Безье 3-го порядка

$$B(t)=(1-t)^3 P_0+3t\cdot(1-t)^2 P_1+3t^2(1-t)P_2+t^3P_3$$

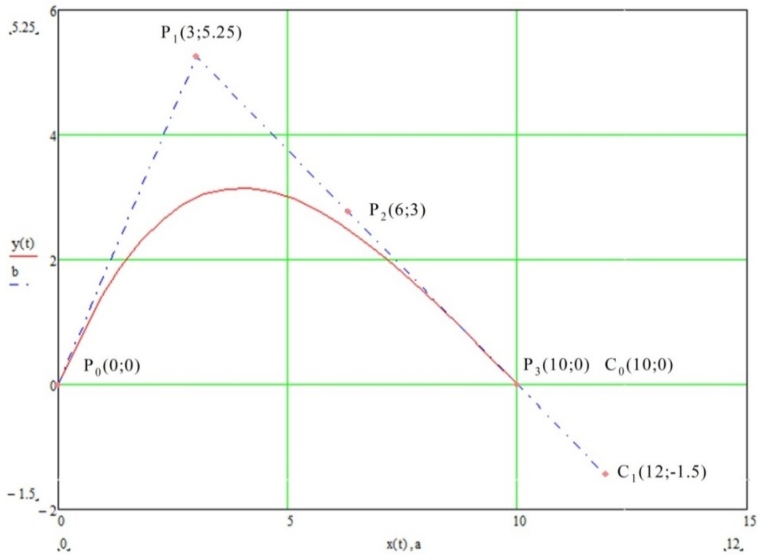


Рисунок 8 - Сопряжение кривой Безье 3-й степени с отрезком прямой линии

Совокупность такого набора сегментов позволяет представить прямолинейные участки траектории, участки с ненулевой кривизной, участки с ненулевой кривизной и ненулевым кручением – и таким образом описать различные виды маневра воздушного объекта. Использование кривых более высокого порядка, чем 3-й, существенно не развивает ее свойства, но усложняет аналитические выражения для расчета мгновенных координат движущегося объекта.

Геометрическая форма каждого сегмента общей траектории движения выстраивается на основе расположения n опорных точек ($\{P_i\}=\{x_i, y_i, z_i\}, i=0...n-1$), т.е. опорной ломаной линии с n узлами, задаваемыми оператором (рисунок 8).

Для обеспечения перехода с одной кривой Безье на другую обеспечено плавное изменение радиуса кривизны $R(t)$, что выполнимо при непрерывности первой и второй производных сопрягаемых кривых. Для исключения перегрузки необходимо для кубической кривой определить минимальный радиус и путь, пройденный по параметрически заданной кривой на плоскости в функции нормированного времени

$$R(t)=\frac{\sqrt{x'(t)^2+y'(t)^2}}{y''(t)\cdot x'(t)-y'(t)\cdot x''(t)},\qquad S(t)=\int_0^1\sqrt{(x'(t))^2+(y'(t))^2}\,dt, \tag{6}$$

После задания геометрической формы траектории производится преобразование параметрических уравнений движения в каждом сегменте по трем координатам $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ зоны обзора радиолокационной станции в функции безразмерного параметра $t \in [0;\ 1]$ в функцию от аргумента - линейно–нарастающего временного интервала реального времени t_p воспроизведения траектории путем определения проходимого по сегментам пути $S(t_p)$, вычисления в соответствии с обратной функцией значений $t(S)$ в каждом сегменте и последующим вычислением в блоке расчета координат по параметрическим уравнениям движения значений текущих декартовых координат объекта.

Чтобы получить полную эффективную кинематику движения объекта по траектории в функции реального времени при изменении скорости необходимо исследовать наиболее рациональные методы получения функциональных зависимостей нормированного значения времени t от аргумента t_p действительного текущего значения времени и наоборот. Однозначно нормированное и реальное время связывает пройденный путь $S(t)$, рассчитываемый по (6).

Для аппроксимации функций $S(t)$ и $t(S)$, были использованы описанные во второй главе работы алгоритмы нахождения полиномов наилучшего приближения. На рисунке 9 приведены график пути $S(t)$ и его аппроксимирующий график полиномом 3-й степени $g(t)$, на рисунке 10 результат аппроксимации функции $t(S)$ полиномом 3-й степени.

Рисунок 9 - Аппроксимация полиномом 3-й степени пути $S(t)$

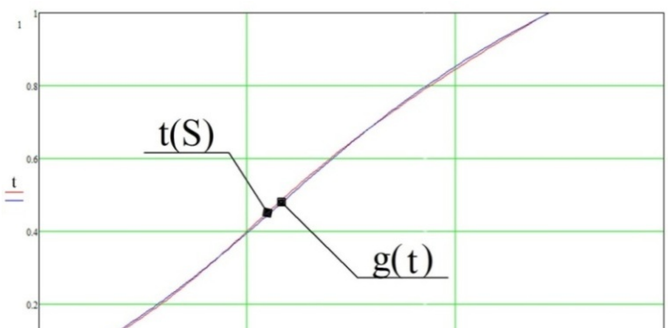


Рисунок 10 - Аппроксимация полиномом 3-й степени обратной функции $t(S)$

Для формирования трасс движения ВО на языке программирования Builder C++ была написана программа моделирования. Программа состоит из двух относительно независимых частей: с одной стороны – приложение, содержащее человеко - машинный интерфейс и алгоритмы для задания траектории (Air Situation Designer), с другой – программа, представляющая собой сервер или службу, обрабатывающую поступающие запросы на положение цели (Air Situation Server).

В **заключении** изложены основные результаты работы, а в приложении листинг разработанной программы для ЭВМ и акты внедрения результатов диссертационной работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Разработаны методы и алгоритмы поиска полиномов наилучшего приближения различных степеней для аппроксимации функциональных зависимостей, повышающих точность представления типовых функций и минимизацию программно-аппаратурных затрат;

2. Созданы алгоритмы аппроксимации стандартных функций, входящие в основные алгоритмы обработки информации РТС, арифметических и векторных операций с диапазоном представления от 3 до 64 двоичных разрядов. Устранена избыточная точность путем обеспечения максимального дискретного приращения 2…20 и более двоичных цифр результата при возрастании сложности алгоритма не более чем на 1…6 операций. Обеспечено уменьшение погрешностей результата путём взаимной компенсации составляющих погрешностей;

3. Для гибридных алгоритмов преобразования координат, ортогональных составляющих сигналов в амплитуду и фазу увеличено быстродействие вычислителя в 2 раза. Рациональное использование предлагаемых алгоритмов в технических приложениях позволяет обеспечить формирование от 1 до 32 и более значащих двоичных разрядов операндов, избегая невостребованной избыточной точности результата;

4. Разработан метод воспроизведения траекторий воздушных объектов из плавно сопрягаемых сегментов на основе параметрических уравнений кривых Безье с контролем перегрузок.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ РАБОТЫ

Статьи в изданиях, рекомендуемых ВАК:

1. Чекушкин, В.В. Совершенствование полиномиальных методов воспроизведения функциональных зависимостей в информационно-измерительных системах / В.В. Чекушкин, И.В. Пантелеев, К.В. Михеев // Измерительная техника. - 2015. – №4.- С. 16-21.

2. Чекушкин, В.В. Быстродействующие алгоритмы преобразования ортогональных составляющих сигналов в амплитуду и фазу / В.В. Чекушкин, К.В. Михеев, И.В. Пантелеев // Цифровая обработка сигналов. – 2015. - №1. - С.32-35.

3. Чекушкин, В.В. Быстродействующие алгоритмы поиска полиномов наилучшего приближения для воспроизведения функциональных зависимостей в ин-

формационно-измерительных системах / В.В. Чекушкин, К.В. Михеев // Измерительная техника. - 2016. – №4. - С. 7-10.

Статьи в журналах из перечня «Web of Science»:

4. Chekushkin, V.V. Improving polynomial methods of reconstruction of functional dependences in information-measuring systems / V.V. Chekushkin, I.V. Panteleev, K.V. Mikheev // Measurement Techniques. - 2015, Volume 58, Issue 4, PP 385-392. ISSN 0543-1972.

5. Chekushkin, V.V. Fast search algorithms for the best approximation polynomials for reproduction of functional dependences in data-measurement systems / V.V. Chekushkin, K.V. Mikheev // Measurement Techniques. – 2016, Volume 59, Issue 4, PP. 351-356. ISSN 0543-1972.

Материалы конференций и тезисы докладов:

6. Чекушкин, В.В. Методы повышения эффективности реализации вычислительных структур. / В.В. Чекушкин, К.В. Михеев, А.Б. Оранский // Радиолокационная техника: устройства, станции, системы РЛС-2015. Тезисы докладов Третьей Всероссийской научно-практической конференции акционерного общества «Муромский завод радиоизмерительных приборов». - 9-10 июня 2015. - С.68-69.

7. Михеев, К.В. Совершенствование полиномиальных методов воспроизведения функциональных зависимостей / К.В. Михеев, А.Р. Синев // Научный потенциал молодёжи – будущее России. [Электронный ресурс]: VIII Всероссийские научные Зворыкинские чтения: сб. тез. докл. Всероссийской межвузовской научной конференции. Муром, 27 марта 2015 г.– Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2015. – 480 с.: ил.– : 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). ISSN 2220-8763 (CD-ROM).

8. Чекушкин, В.В. Создание банка данных воспроизведения стандартных функций с диапазоном представления от 3 до 64 двоичных разрядов. / В.В. Чекушкин, К.В. Михеев // Наука и образование в развитии промышленной, социальной и экономической сфер регионов России. VIII Всероссийские научные Зворыкинские чтения: сб.тез.докл. Всероссийской межвузовской научной конференции. Муром, 5 февр. 2016 г. – Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2016. – С.174-175.

9. Чекушкин, В.В. Метод воспроизведения траекторий движения объектов. / В.В. Чекушкин, К.В. Михеев // Наука и образование в развитии промышленной, социальной и экономической сфер регионов России. VIII Всероссийские научные Зворыкинские чтения: сб.тез.докл. Всероссийской межвузовской научной конфе-

ренции. Муром, 5 февр. 2016 г. – Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2016. – С.172-173.

10. Михеев, К.В. Использование отладочных плат для ПЛИС при проектировании новых устройств. / К.В. Михеев, А.Б. Оранский // Научный потенциал молодежи – будущее России. VI Всероссийские научные Зворыкинские чтения: сб. тез. докл. Всероссийской межвузовской научной конференции. Муром, 25 апр. 2014 г.– Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2014. - С. 160.

11. Михеев К.В. Современная математическая модель управления параметрами производственных процессов с учетом широкого спектра критериев. / К.В. Михеев // Наука и образование в развитии промышленной, социальной и экономической сфер регионов России. VI Всероссийские научные Зворыкинские чтения: сб. тез. докл. Всероссийской межвузовской научной конференции. Муром, 6 февр. 2015 г.– Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2015. – С. 159-160.

12. Чекушкин, В.В. Математическое моделирование и вычислительные алгоритмы в радиотехнических системах / В.В. Чекушкин, К.В. Михеев // НОЦ ВКО «Алмаз-Антей» им. академика В.П. Ефремова I Всероссийская научно-техническая конференция «Математическое моделирование и инженерные расчеты» - 2016. - Сб. тезисов докладов – С.28.

Программы для ЭВМ:

13. Чекушкин, В.В. Программа поиска полиномов наилучшего приближения для воспроизведения функциональных зависимостей / В.В. Чекушкин, К.В. Михеев, И.В. Пантелеев // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2014615085 от 16.05.2014.

14. Чекушкин, В.В. Программа поиска полиномов наилучшего приближения для воспроизведения функциональных зависимостей с взаимной компенсацией составляющих погрешностей результата / В.В. Чекушкин, К.В. Михеев // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2015610539 от 13.01.2015.

15. Чекушкин, В.В. Программа поиска метода наилучшего приближения функции $R = \sqrt{A^2 + B^2}$ / В.В. Чекушкин, К.В. Михеев, И.В. Пантелеев // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2015611477 от 29.01.2015.

Подписано в печать 30.12.2016.
Формат 60х84 1/16. Печ.л. 1,0. Тираж 100 экз.

Типография
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
600000, г. Владимир, ул. Горького, 87.