

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет имени
Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

На правах рукописи



Долинина Анастасия Александровна

**ПОНИЖЕНИЕ ПОРЯДКА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ
АНАЛОГОВЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ**

Специальность: 05.12.04 - Радиотехника, в том числе системы и устройства
телевидения

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор,
зав. каф. Вычислительной техники
и систем управления
Ланцов Владимир Николаевич

Владимир - 2018

Оглавление

Введение.....	5
Глава 1. Состояние в области проектирования и методов моделирования аналоговой части радиотехнических устройств	16
1.1 Состояние в области проектирования радиотехнических устройств и систем	16
1.2 Состояние в области методов моделирования аналоговой части радиотехнических устройств	20
1.3 Состояние в области методов понижения порядка моделей радиотехнических устройств.....	27
1.4 Описание подходов понижения порядка моделей аналоговой части радиотехнических устройств	32
1.4.1 Понижение порядка моделей линейных устройств	32
1.4.2 Понижение порядка моделей нелинейных устройств	40
1.5 Цель и постановка задач исследований	48
1.6 Выводы.....	50
Глава 2. Разработка модифицированных методов понижения порядка моделей аналоговой части радиотехнических устройств	51
2.1 Кусочно-линейный и кусочно-полиномиальный подходы.....	51
2.2 Разработка алгоритма эффективного отбора точек в кусочно-аппроксимационных подходах понижения порядка	55
2.3 Модифицированный проекционный метод в кусочно-аппроксимационных подходах понижения порядка.....	65
2.4 Выводы.....	74
Глава 3. Реализация программного обеспечения формирующего модели пониженного порядка радиотехнических устройств.....	76

3.1 Описание программной реализации методов понижения порядка линейных радиотехнических устройств	77
3.2 Описание программной реализации методов понижения порядка нелинейных радиотехнических устройств	83
3.2.1 Реализация кусочно-аппроксимационного метода понижения порядка.....	83
3.2.2 Реализация понижения порядка, основанного на рядах Вольтерра	96
3.2.3 Реализация многовариантного расчета при формировании модели сокращенной размерности.....	99
3.3 Выводы	101
Глава 4. Тестирование разработанных модификаций методов и алгоритмов для проектирования радиотехнических устройств.....	102
4.1 Тестирование и отбор для реализации методов понижения порядка моделей линейных схем	102
4.1.1 Исследование метода понижения порядка моделей линейных схем на основе метода сингулярного разложения.....	104
4.1.2 Сравнение методов моментов, на основе сингулярного разложения и на основе усеченной сбалансированной реализации для понижения порядка моделей линейных схем	110
4.1.3 Исследование понижения порядка моделей линейных схем с большим количеством выводов.....	117
4.2 Тестирование методов понижения порядка моделей нелинейных схем.....	122
4.2.1 Понижение порядка моделей нелинейных схем при кусочно-линейном подходе со стабилизацией	122
4.2.2 Понижение порядка моделей нелинейных схем с использованием полинома второго порядка (метод, основанный на рядах Вольтерра).....	126

4.2.3 Сравнение кусочно-линейного и кусочно-полиномиального подходов понижения порядка моделей нелинейных схем.....	129
4.2.4 Многовариантный анализ нелинейной длинной линии при использовании основного алгоритма вычисления расстояний при определении весовых функций кусочно-аппроксимационных подходов	131
4.2.5 Результаты применения предложенного алгоритма эффективного отбора точек при вычислении расстояний в кусочно-аппроксимационных подходах	135
4.2.6 Результаты применения предложенного модифицированного проекционного метода в кусочно-аппроксимационных подходах	137
4.2.7 Тестирование кусочно-аппроксимационной модели сокращенной размерности RCD линии в Simulink	139
4.2.8 Тестирование кусочно-аппроксимационной модели сокращенной размерности компаратора напряжений	142
4.2.9 Тестирование кусочно-аппроксимационной модели сокращенной размерности микрополоскового балансного смесителя.....	144
4.2.10 Оценка результатов применения разработанных методов и алгоритмов ..	152
4.3 Выводы	154
Заключение	156
Список используемых сокращений	159
Список литературы	161
Приложение	175

Введение

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности. Развитие радиоэлектронных средств, освоение новых частотных диапазонов и способов извлечения информации приводят к росту сложности радиотехнических систем (РТС), при этом требования к ним и процессам их проектирования повышаются [1]. Вместе с тем, сроки проектирования современных систем постоянно увеличиваются с повышением общей сложности систем. Сокращение сроков проектирования РТС является одной из актуальнейших задач [2].

Проектирование систем требует выполнения моделирования при большом числе изменяемых параметров как самой системы, так и параметров тестовых сигналов. Сократить общие сроки проектирования возможно путем применения современных методов быстрого и точного моделирования [3].

Одной из самых сложных для проектирования и определяющей все основные параметры и характеристики РТС является аналоговая часть [4], представленная аналоговыми частями радиотехнических устройств (РТУ). Особенностью проектирования аналоговой части является использование математической модели, размерность которой, особенно при учете всех паразитных элементов, достигает сотен тысяч уравнений (переменных состояний). При этом, моделирование даже одного проектного варианта аналоговой части требует больших вычислительных затрат [5]. Уровень вычислительных затрат определяет высокие требования к средствам вычислительной техники, на которой моделирование выполняется. Продолжительность процесса моделирования может оказаться чрезмерной для целей проектирования [3]. В этой связи необходима разработка новых эффективных алгоритмов для моделирования аналоговой части РТУ. Необходимость разработки эффективных алгоритмов моделирования тем более актуальна, так как в процессе проектирования приходится моделировать (выполнять прогон модели) сотни и тысячи раз.

В настоящее время многообещающими в аспекте эффективности методами моделирования являются методы на основе подходов понижения порядка моделей ((методы сокращения размерностей, в зарубежной литературе – Model Order Reduction (MOR)). Основной целью методов на основе этих подходов является аппроксимация исходной математической модели моделью меньшей размерности. Основателями методов понижения порядка являются: К. Гловер (K. Glover) [6], предложивший сокращение размерности линейной модели, основанное на Ганкелевой норме и применении сингулярного разложения, Л. Сирович (L. Sirovich) [7], предложивший подход Правильной Ортогональной Декомпозиции (Proper Orthogonal Decomposition, POD), В.Е. Арнольди (W.E. Arnoldi) [8], К. Ланцош (K. Lanczos) [9], предложившие подходы понижения порядка моделей линейных устройств в частотной области на основе подпространств Крылова (А.Н. Крылов [10] предложил аппроксимацию линейного оператора в наборе подпространств). Большой вклад в разработку и развитие методов понижения порядка внесли В. Moore, R. W. Freund, P. Feldmann, J. Roychowdhury, N. Dong, B. Bond, J. R. Phillips, L. Daniel, M. Silveira, J.-R. Li, F. Wang, J. White, A. Odabasioglu, M. Celik, L. Pileggi, J. Strojwas, S. Pullela, N. Menezes, Д. Васильев, М. Rewiński, А. Мегретский, К. С. Suo [11-20]. В настоящее время существуют эффективные подходы, позволяющие получить модели сокращенной размерности линейных РТУ. При этом, понижение порядка математических моделей нелинейной аналоговой части РТУ является существенно более сложной задачей и не имеет на настоящий момент полноценных решений. Одна из главных трудностей этой задачи заключается в том, что такие модели (даже очень простые) могут проявлять сложное поведение, при этом, модели сокращенной размерности должны сохранять особенности этого поведения. Следующая сложность аппроксимации моделей нелинейных устройств состоит в том, что их поведение нельзя обобщить, то есть нельзя получить универсальное представление, функционально связывающее переменные состояния входов и выходов. Современные попытки получения моделей сокращенной размерности зачастую не

являются эффективными, так как требуют больших вычислительных затрат. По этим причинам необходимы дальнейшие исследования, направленные на совершенствование существующих и разработку новых методов моделирования аналоговой части РТУ на основе подходов понижения порядка моделей.

Таким образом, развитие методов моделирования на основе подходов понижения порядка моделей представляет актуальную научно-техническую задачу, решение которой позволит повысить качество разработки РТУ и РТС, уменьшить сроки и стоимость их проектирования.

В диссертационной работе предложены модифицированные методы и алгоритмы моделирования для нелинейных аналоговых частей РТУ. Так как они опираются на подходы MOR для линейных математических моделей, то в диссертации исследованы современные подходы понижения порядка моделей линейных устройств и отобраны наиболее перспективные из них для применения при анализе нелинейных аналоговых частей РТУ. Предложенные модифицированные методы MOR позволяют не только существенно снизить размерность уравнений модели, но и получить регулярный метод построения моделей сокращенной размерности аналоговой части РТУ для последующего их многократного применения при проектировании.

Объект исследования – методы моделирования аналоговой части радиотехнических устройств.

Предмет исследования – применение методов и алгоритмов понижения порядка моделей при моделировании аналоговой части радиотехнических устройств.

Цель работы – разработка эффективных методов понижения порядка моделей для сокращения сроков проектирования аналоговых радиотехнических устройств. Для достижения поставленной цели в работе решены следующие **задачи**:

1. Анализ состояния в области проектирования и методов моделирования аналоговой части радиотехнических устройств.

2. Разработка модификаций методов, позволяющих повысить эффективность применения методов понижения порядка моделей при проектировании нелинейной аналоговой части радиотехнических устройств.

3. Реализация и исследование методов понижения порядка моделей линейных и нелинейных аналоговых частей радиотехнических устройств.

4. Исследование свойств, разработанных (реализованных) методов на примерах моделирования схем радиотехнических устройств.

Новые научные результаты, полученные в работе, состоят в следующем:

1. Выполнено экспериментальное сравнение основных методов понижения порядка моделей линейных радиотехнических устройств (метода моментов, метода на основе сингулярного разложения и метода на основе усеченной сбалансированной реализации) для дальнейшего их использования при понижении порядка моделей схем, имеющих нелинейные свойства. Выполнено экспериментальное сравнение кусочно-аппроксимационных подходов понижения порядка моделей нелинейной аналоговой части радиотехнических устройств первого и второго порядка для дальнейшего их использования при понижении порядка моделей схем.

2. Разработан новый алгоритм отбора точек пространства переменных состояния, позволяющий повысить вычислительную эффективность моделей сокращенной размерности аналоговой части радиотехнических устройств.

3. Разработан новый модифицированный проекционный метод, позволяющий повысить точность моделей сокращенной размерности радиотехнических устройств.

Теоретическая значимость исследования обоснована следующим:

1. Проведен анализ состояния в области проектирования и методах моделирования аналоговой части радиотехнических устройств и систем.

2. Проведен анализ состояния в области методов понижения порядка моделей аналоговой части радиотехнических устройств.

3. Разработан новый алгоритм отбора точек пространства переменных состояния, позволяющий повысить эффективность применения моделей сокращенной размерности аналоговой части радиотехнических устройств.

4. Разработан новый модифицированный проекционный метод, позволяющий повысить точность моделей сокращенной размерности аналоговой части радиотехнических устройств.

Практическая значимость исследования обоснована следующим:

1. Применение сочетания разработанных модифицированных методов и алгоритмов дает возможность формирования моделей сокращенной размерности радиотехнических устройств, обладающих высокими показателями в аспектах использования вычислительных ресурсов и точности.

2. Создано приложение в среде Matlab, формирующее модели сокращенной размерности линейных и нелинейных, в том числе с большим числом выводов, радиотехнических устройств.

3. На основе предложенных подходов создано приложение в среде Matlab, формирующее модели сокращенной размерности аналоговой части радиотехнических устройств.

4. Выполнены исследования подходов понижения порядка линейных и нелинейных радиотехнических устройств на тестовых примерах.

5. Выполнено исследование применения методов понижения порядка моделей с применением разработанных алгоритмов и модифицированных методов для нелинейных радиотехнических устройств на тестовых примерах. Для ряда тестов показано ускорение до двух-трех порядков для линейных и нелинейных моделей, при допустимом уровне ошибки.

Методология и методы исследования. При решении поставленных задач были использованы элементы теории матриц, теоретические основы радиотехники, теории линейных стационарных систем, теории управления и теории систем, теории цепей и сигналов, функционального анализа, системного анализа, методов математической статистики, численных методов,

математического моделирования, сингулярное разложение, подпространства Крылова, граничные управляемости и наблюдаемости системы, представление математической модели радиотехнического устройства в пространстве состояний, модель линейной стационарной системы, модель нелинейной системы.

Пояснительная записка оформлена в соответствии с ГОСТ Р 7.0.11-2011. Данная работа относится к научно-исследовательской профессиональной деятельности.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Выполнено исследование и отбор существующих алгоритмов понижения порядка для линейных устройств, позволившего наиболее эффективно реализовать алгоритмы понижения порядка моделей для нелинейных схем.

2. Разработан алгоритм эффективного отбора точек, позволивший учитывать только влияющие на результат точки линеаризации и выполнять часть расчетов один раз на этапе подготовки модели сокращенной размерности устройства, что позволило сократить вычислительные затраты при моделировании.

3. Разработан новый модифицированный проекционный метод, позволивший достичь большей детализации динамического поведения в локальных участках пространства состояний устройства, что позволило увеличить точность моделирования.

Степень достоверности результатов исследования обусловлена тем, что:

1. Для экспериментальных работ результаты измерений получены с использованием лицензионного программного обеспечения (Matlab, Simulink, Simscape).

2. Результаты моделирования, полученные в Matlab для моделей исходных устройств, сверялись с результатами моделирования, полученными в системах Advanced Design System (ADS), National Instruments Applied Wave Research (AWR) Design Environment и Computer Simulation Technology (CST) Studio Suite.

3. Теория построена на известных и проверяемых данных и согласуется с опубликованными экспериментальными результатами по теме диссертации и смежным отраслям в изданиях, входящих в базу данных Scopus и Web of Science.

4. Предложенные модифицированные методы и алгоритмы базируются на основе существующих подходов в области понижения порядка моделей.

5. Используются современные методики сбора и обработки информации с использованием средств вычислительной техники.

Апробация результатов. Работа по теме диссертации проводилась в рамках:

- НИР № ГБ-922/14, ГБ-1048/16, ГБ-1087/17 на кафедре Вычислительной техники и систем управления Владимирского государственного университета имени А.Г. и Н.Г. Столетовых;

- в рамках гранта (№ 8.755.2016/ДААД) DAAD и Министерства образования и науки Российской Федерации на выполнение проекта по теме “Проведение научно-исследовательских работ в рамках международного научно-образовательного сотрудничества по программе “Михаил Ломоносов” по теме: Макромоделирование электронных схем на основе методов понижения порядка моделей” в Берлинском техническом университете (Technische Universität Berlin) на факультете Вычислительной техники и микроэлектроники (Computer Engineering and Microelectronics) на кафедре Проектирования цифро-аналоговых схем (Mixed Signal Circuit Design);

- в рамках договора о сотрудничестве European Network on High Performance and Embedded Architecture and Compilation (HiPEAC) по теме: “Fast points selection with piecewise local projections approach for automatic macromodel creation”. Исследование проводилось в Берлинском техническом университете (Technische Universität Berlin) на факультете Вычислительной техники и микроэлектроники (Computer Engineering and Microelectronics) на кафедре Архитектуры встроенных систем (Embedded Systems Architecture) (договор №Н2020-ICT-2015-687698);

- так же получен грант на продолжение исследований (№8.12723.2018/12.2) DAAD и Министерства образования и науки Российской Федерации на выполнение проекта по теме “Проведение научно-исследовательских работ в рамках международного научно-образовательного сотрудничества по программе “Михаил Ломоносов” по теме: Совершенствование подходов макро моделирования, основанных на методах понижения порядка моделей” в Берлинском техническом университете (Technische Universität Berlin) на кафедре Архитектуры встроенных систем (Embedded Systems Architecture);

- полученные результаты исследований в виде методик и программного обеспечения внедрены в учебный процесс кафедры Вычислительной техники и систем управления Владимирского государственного университета имени А.Г. и Н.Г. Столетовых.

Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на следующих семинарах и конференциях:

- международная научно-техническая конференция «2018 IEEE North West Russia Section Young Reserchers in Electrical and Electronic Engineering» (Санкт-Петербург, 29 января - 01 февраль 2018);

- XII Международная научно-техническая конференция «Перспективные технологии в средствах передачи информации» (Суздаль, 5-7 июля 2017);

- международный научный семинар «Итоговый семинар стипендиатов российско-германских программ «Михаил Ломоносов» и «Иммануил Кант»», (Москва, 28-29 апреля 2017);

- международный научно-технический семинар «Analog Workshop 2017», (Берлин, 2-3 марта 2017);

- международный научный семинар «Orientierungsseminar für Stipendiaten im Lomonosovund Kant-Programm» (Бонн, 24-26 октября 2016);

- международная научно-техническая конференция «2015 IEEE North West Russia Section Young Reserchers in Electrical and Electronic Engineering» (Санкт-Петербург, февраль 2015);
- 11-я Международная научная конференция «Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии» (Владимир, июль 2014);
- 9-я Всероссийская научно-техническая конференция студентов, молодых ученых и специалистов «Новые информационные технологии в научных исследованиях и образовании» (Рязань, ноябрь 2014);
- научно-практическая конференция «Дни науки студентов Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» (Владимир, 2014);
- научно-практическая конференция «Дни науки студентов Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» (Владимир, 2013);
- 8-я Всероссийская научно-техническая конференция студентов, молодых ученых и специалистов «Новые информационные технологии в научных исследованиях» (Рязань, 2013);
- X Международная научно-техническая конференция «Перспективные технологии в средствах передачи информации» (Владимир, 2013);
- XIX Международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии» (Нижний Новгород, 2013);
- 3-я Всероссийская научно-техническая конференция «Информационно-измерительные и управляющие системы военной техники» (Москва, 2012);
- 5-я Всероссийская межвузовская научно-практическая конференция «Актуальные проблемы информатизации в науке, образовании и экономике – 2012» (Москва, 2012).

- научно-практическая конференция «Дни науки студентов Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» (Владимир, 2013).

По теме диссертации опубликована 21 печатная работа [21-41]. Из них две публикации реферируются в базе данных Scopus и занесены в базу данных Web of Science, один доклад опубликован в материалах немецкой конференции, 6 занесено в РИНЦ, 4 статьи опубликованы в изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией РФ, 5 статей напечатаны в сборниках научных трудов, 9 тезисов докладов в трудах Международных конференций и семинаров, 4 всероссийских и 3 внутриуниверситетских конференций. На 2-х внутривузовских конференциях доклад был отмечен дипломом первой степени. Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложений. Общий объем диссертации - 175 страниц, в том числе - 160 страниц основного текста, 14 страниц списка литературы (124 наименований). Диссертация содержит 81 рисунок и 3 таблицы.

Введение включает в себя описание актуальности темы исследования, степень ее разработанности, цели и задачи исследования, научную новизну, теоретическую и практическую значимости работы, методологию и методы исследования, положения, выносимые на защиту, степень достоверности и апробацию результатов.

В первой главе диссертации приводится обзор состояния области проектирования и методов моделирования аналоговой части радиотехнических устройств, состояния в области методов понижения порядка моделей радиотехнических устройств. Описываются основные методы понижения порядка моделей линейных и нелинейных устройств.

Во второй главе диссертации определяются причины ограниченной эффективности и точности кусочно-линейного и кусочно-полиномиального подходов; разрабатывается новый алгоритм эффективного отбора точек

пространства переменных состояния, позволяющий повысить эффективность применения моделей радиотехнических устройств сокращенной размерности, а также новый модифицированный проекционный метод, позволяющий повысить точность моделей радиотехнических устройств сокращенной размерности.

В третьей главе диссертации описываются особенности реализации разработанных алгоритмов.

В четвертой главе диссертации описываются результаты экспериментального исследования понижения порядка моделей линейных радиотехнических устройств, понижения порядка моделей линейных радиотехнических устройств с большим количеством выводов, выполняется экспериментальное сравнение основных методов понижения порядка моделей линейных радиотехнических устройств: метода моментов, метода на основе сингулярного разложения и метода на основе усеченной сбалансированной реализации; выполняется экспериментальное сравнение кусочно-аппроксимационных подходов понижения порядка моделей нелинейных радиотехнических устройств первого и второго порядка; выполняется оценка границ применимости кусочно-аппроксимационных подходов понижения порядка моделей радиотехнических устройств; выполняется исследование применения методов понижения порядка моделей с использованием разработанных модификаций методов для нелинейных радиотехнических устройств на тестовых примерах.

В заключении приводятся основные результаты работы.

В списке литературы перечисляются основные используемые публикации.

Глава 1. Состояние в области проектирования и методов моделирования аналоговой части радиотехнических устройств

1.1 Состояние в области проектирования радиотехнических устройств и систем

Использование РТС и сфера их действия быстро расширяется, соответственно значительно возрастает и сложность РТС, комплексов и устройств [3]. Возрастающая сложность создает дополнительные требования к обеспечению жизненного цикла РТС, т.е. совокупности периодов разработки, производства, технической эксплуатации и практического использования, модернизации. При этом, проектирование является наиболее ответственным этапом разработки РТС. Важными инструментами проектирования являются математические методы, математическое моделирование [42].

Несмотря на значительные достижения в развитии методов математического моделирования и на их постоянное совершенствование, степень сложности современных РТС приближается к границе, за которой время, необходимое для разработки проектной документации и подготовки производства становится соизмеримым со временем их морального старения [3]. Несмотря на значительные сроки разработки, достигающие 6-7 лет даже в условиях применения систем автоматизации проектирования на всех этапах и создании при этом опытных образцов и освоение серийного производства, в первые годы эксплуатации выявляются многочисленные дефекты, приводящие к отказам [3]. Одной из основных причин этого являются недостатки процесса проектирования, заключающиеся в недостаточном объеме автоматизированных методов проектирования и современных информационных технологий, основанных на системном математическом моделировании РТС. Таким образом, состояние средств моделирования сдерживает темпы развития средств разработки РТС и, соответственно, темпы развития объектов разработки [2].

В последние десятилетия тенденцией развития радиотехнических устройств, особенно связанных с обработкой сигналов, явился постепенный переход от преимущественного использования аналоговых методов обработки к цифровым [43]. Факторами, способствующими такому переходу, явились появление основополагающих результатов в области цифровых методов фильтрации и бурное развитие электроники. В последние два десятилетия доминирующим подходом к разработке стало применение программируемых процессоров обработки сигналов и программируемых логических интегральных схем [1].

Типовой блок радиотехнического устройства, осуществляющего обработку сигналов представлен на рисунке 1.1 [1].



Рисунок 1.1 - Основные составные части устройства обработки сигналов

Основные функции второго блока: управляемое усиление, формирование полосы обрабатываемых сигналов, аналогово-цифровое преобразование.

Современной особенностью построения устройств является также цифровое управление всеми блоками.

Несмотря на то, что основная обработка производится в процессоре, первые два блока определяют многие важные характеристики устройства в целом: чувствительность, динамический диапазон, максимальную полосу обрабатываемых сигналов. Более того, именно эта часть аппаратуры ограничивает предельно достижимые характеристики РТС в целом [1].

Это обуславливает необходимость совместного проектирования первых по рисунку блоков. Заметим, что характер переменных, описывающих блоки, является аналоговым, выход второго блока является цифровым (АЦП является граничным компонентом).

Современная аппаратура передачи данных структурно аналогична аппаратуре обработки сигнала [43], принципиальными отличиями являются осуществление цифровых операций кодирования на уровне программируемого процессора сигнала, манипулирование параметрами радиосигнала осуществляется аналоговыми устройствами, управляемыми цифровыми сигналами, уровни мощности, возбуждаемые в антенных устройствах многократно больше мощности чем в аппаратуре, предназначенной для приема и обработки сигнала [43, 44].

В последние годы существенно возросла необходимость проектирования радиотехнических устройств диапазона сверхвысоких частот (СВЧ). Особенностью проектирования таких устройств является невозможность разделения на схемотехнические и конструкторско-технологические этапы [3]. Размерность математической модели устройства при этом существенно возрастает и может быть избыточной для современных средств проектирования такого рода устройств.

Таким образом, свойством современных радиотехнических устройств является плотная интеграция аналоговых принципов функционирования частей устройства, непосредственно взаимодействующих с энергией связанных и свободных электромагнитных колебаний [3], с цифровыми компонентами устройства, осуществляющими обработку сигналов и управление всеми компонентами устройства.

Вместе с тем, на современном этапе радиотехнические устройства в аспекте прохождения сигналов естественным образом могут быть структурно декомпозированы, т.е. разделены на 3 части: аналоговую, цифровую и смешанную аналогово-цифровую (АЦП, ЦАП устройства) [1].

Проектирование каждой из частей представляет собой отдельные, функционально связанные друг с другом проблемы, имеющие собственную сложность.

На данный момент не существует универсальных методов и средств проектирования, позволяющих производить моделирование аналоговых частей радиотехнических устройств из-за большой сложности и неоднозначности протекающих в них физических процессов, и, соответственно, сложности формирования математического описания этих процессов и многозначности получаемого решения уравнений модели [45]. При этом тенденцией развития радиотехнических средств является наличие резкого роста сложности проектируемых объектов. Во многом тенденция обусловлена прогрессом в области технологий микро- и нано-электроники, использованием современной элементной базы, освоением новых частотных диапазонов электромагнитных волн, использованием сложных видов модуляции и сигналов. Вместе с тем существующее программное обеспечение не позволяет решать задачи большой размерности, моделирование современных сложных трактов радиотехнических устройств, особенно с расчетом нелинейных эффектов в установившихся режимах и включающих СВЧ-устройства, в основном, является невыполнимой задачей из-за ограниченности вычислительных ресурсов [45]. Таким образом, состояние средств моделирования аналоговых частей РТУ является фактором, препятствующим развитию РТС.

Задача проектирования цифровой части радиотехнического устройства, в свою очередь, разбивается на две части: проектирование части, реализующей алгоритмы обработки сигналов, кодирования/декодирования информационных сигналов, и, части, реализующей управление компонентами радиотехнического устройства.

Обработка сигналов, как правило, проектируется на основе применения серийно выпускаемых компонентов: сигнальных процессорах или программируемых логических интегральных схемах [1]. Процедуры разработки для них обычно поддерживаются специализированными средствами проектирования производителей компонентов цифровых устройств,

поддерживающими применяемые в разрабатываемом радиотехническом устройстве компоненты [47, 48].

Часть, реализующая управление компонентами радиотехнического устройства, может реализоваться на основе программируемых контроллеров, программируемых логических интегральных схемах или процессорах общего назначения, стандартизованных интерфейсах управления компонентов радиотехнического устройства [49].

На особом положении в радиотехническом устройстве находятся компоненты, осуществляющие аналогово-цифровое и цифро-аналоговое преобразование сигналов. Качество преобразований прямо влияет на качественные показатели РТУ и предельно достижимые характеристики РТС в целом. При разработке АЦП и ЦАП используются средства схемотехнического проектирования, т.е. эти устройства рассматриваются в первую очередь как аналоговые. В настоящее время технологии АЦП и ЦАП связаны с решением следующих основных проблем: с уменьшением длин затворов меньше 100 нм, существующие модели полупроводниковых приборов (например, BSIM 4) оказываются несостоятельными, что резко снижает эффективность средств проектирования при разработке преобразователей, остается актуальной проблема калибровки преобразователей [50].

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод о том, что состояние средств моделирования аналоговой части РТУ является одним из основных факторов, препятствующим развитию объектов проектирования.

1.2 Состояние в области методов моделирования аналоговой части радиотехнических устройств

Одной из целей использования средств моделирования в процессе разработки является возможность имитационного моделирования РТУ в условиях работы, близких к реальным. В аспекте аналоговой части наиболее часто

применяется имитационное моделирование на функциональном уровне принципиальных схем РТУ [51]. Математические методы, применяемые при этом, сформировались уже достаточно давно и реализованы в основных средствах проектирования, применяемых при разработке аналоговой части РТУ. Основой анализа и моделирования при этом является автоматически формируемая из схемного описания математическая модель устройства, объединяющая в себе на основе соответствующих физических законов сохранения (энергии, заряда и др.) математические модели компонентов. Полученная модель, представляющая собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений, решается с целью определения режимов функционирования, переходных и установившихся процессов в устройстве, расчета основных характеристик, показателей назначения и т.д. [51-56].

Для решения уравнений математических моделей устройств, как правило, используются численные алгоритмы. Вычислительная математика предоставляет большое число методов и алгоритмов численного решения уравнений, однако применение большинства из них для РТУ малоэффективно, так как основным требованием, предъявляемым к методам, применяемым для РТУ, является экономичность [5]. Многомерность математических моделей, обусловленная сложностью аналоговой части РТУ и потребность в существенных вычислительных ресурсах предъявляют требования экономичности алгоритмов анализа ([3]).

Средства проектирования, применяемые при разработке аналоговой части РТУ, поддерживают большой набор видов анализа в различных режимах (расчет по постоянному току, малосигнальный анализ в частотной области, анализ шумов и искажений, расчет переходных процессов во временной области, Фурье-анализ отклика схемы в установившемся режиме и др.). Эти виды анализов могут быть применены для расчета типовых ВЧ блоков РТУ (усилители, смесители, автогенераторы, управляемые генераторы, схемы фазовой автоматической подстройки частоты и др.). Одним из самых распространенных видов анализа

является анализ переходного режима методами численного интегрирования, где рассчитывается отклик схемы на входное воздействие заданной формы. Моделирование отклика на выходе схемы и определение нелинейных искажений на заданное тестовое воздействие обычно выполняются с помощью Фурье-анализа выходного отклика схемы в установившемся режиме [5].

Анализ переходных режимов является самым традиционным и развитым на настоящий момент методом моделирования. Использование аппарата разреженных матриц, способов автоматического формирования математических моделей в экономичных базисах переменных состояния, современных методов численного интегрирования обеспечивает при проектировании достаточную экономичность и применимость анализа переходных режимов для значительного количества применений. Вместе с тем, у анализа переходных процессов имеется множество проблем и источников погрешностей [5]. Первая проблема связана с необходимостью расчета установившегося периодического режима, что требует значительных вычислительных затрат, особенно при воздействии нескольких сигналов с сильно различающимися частотами. Для высокочастотных высокочастотных схем переходный процесс может длиться тысячи периодов базовой частоты. В случаях, когда моделирование выполняется для сложного многочастотного входного воздействия с существенно или мало отличающимися частотами, составляющими спектр, применение метода приводит к большим вычислительным затратам (и, соответственно, накоплению ошибок), так как необходимо промоделировать большое количество периодов наиболее быстрой компоненты. Для всех методов моделирования во временной области имеется проблема точности моделей распределенных элементов, которые чаще представляются моделями в частотной области [5].

Особую роль для анализа высокочастотных аналоговых частей РТУ играет метод гармонического баланса (ГБ). Метод гармонического баланса применим при анализе периодических и квазипериодических сигналов и результатом применения является решение в установившемся режиме.

Особенности и проблемы метода гармонического баланса.

1) Метод достаточно быстр и точен, если в установившемся режиме все сигналы могут быть аппроксимированы небольшим числом членов ряда Фурье.

2) Могут моделироваться частотно-зависимые элементы с распределенными параметрами.

3) Размерность уравнений для сложных колебаний и для схем с большим числом нелинейных элементов становится очень большой.

4) На каждом шаге метода необходимо производить преобразования из частотной области во временную и обратно. Это выполняется обычно с помощью быстрого преобразования Фурье.

5) Ограничение ряда Фурье конечным числом членов является источником ошибок метода [5].

В [57] приведены описания современного состояния в области развития методов анализа. Отмечено ([5]), что может быть использовано большое число разнообразных и сложных для понимания методов анализа. Многие методы используют разные способы представления и описания, что не позволяет их сравнивать. Программное обеспечение современных средств проектирования является очень сложным в использовании. Применение специальных методов моделирования, как правило, возможно лишь к узким классам схем или режимам их работы.

Таким образом, в области средств моделирования радиотехнических устройств применение классических методов (анализ во временной области, основанный на интегрировании систем дифференциальных уравнений математической модели схемы, анализ в частотной области методом гармонического баланса) при моделировании остается практически безальтернативным в силу особенностей отмеченных выше свойств объектов моделирования.

Их свойства накладывают на весь процесс моделирования (а в конечном счете проектирования) ограничения, связанные с размерностью решаемых задач и временем получения результата.

Классические методы моделирования аналоговой части радиотехнических систем имеют серьезные ограничения на размер схемы моделируемого устройства. Для моделирования схем, содержащих несколько тысяч транзисторов, могут потребоваться десятки, а иногда и сотни часов работы производительных компьютеров. Для устройств, число элементов которых достигает 10^6 , непосредственное применение этих методов невозможно [5].

В настоящее время многообещающими в аспекте эффективности методами моделирования являются методы на основе подходов понижения порядка моделей, основой таких методов является аппроксимация исходной математической модели моделью меньшей размерности.

Идея использования упрощенных моделей блоков радиотехнических систем для электрического моделирования появилась довольно давно [58] и была вызвана прежде всего отставанием вычислительных мощностей ЭВМ от потребностей проектирования радиотехнических устройств. Традиционно, упрощенные модели блоков называются макромоделями.

Макромодель - это математическая модель, в которой отображаются состояния значительно меньшего числа межэлементных связей, что соответствует более укрупненному описанию объекта [59].

При создании макромоделей различают подходы [59]:

– Физическое (электрическое, теоретическое) макро моделирование - замена точных, но сложных моделей отдельных фрагментов схем более простыми с отражением только важнейших свойств. Такой подход основан на изучении физических закономерностей, протекающих в объекте процессов. Физические макро модели, как правило, реализуются в средствах проектирования в виде электрических схем.

– Информационное (поведенческое, экспериментальное) макро моделирование (метамоделирование [60]) - отражение характеристик входов/выходов в виде алгоритма, уравнения. Такой подход основан на использовании внешних проявлений свойств объекта, фиксируемых во время эксплуатации однотипных объектов или при проведении целенаправленных экспериментов. Как правило, информационные макро модели проще в построении (например, модель в виде нейронной сети, связывающая входные и выходные характеристики) [61].

Традиционным методом макро моделирования является рассмотрение устройства в виде “черного ящика”, данный метод относится к информационному макро моделированию. В рамках этого принципа наиболее перспективными являются методы, основанные на применении функциональных рядов и полиномов. Однако реализации этих методов являются достаточно ресурсоемкими, что препятствует их широкому применению на практике.

Традиционная методика макро моделирования состоит из следующих этапов [61]:

а) Определение тех свойств объекта, которые должны отражаться моделью (устанавливаются требования к степени универсальности будущей модели).

б) Сбор априорной информации о свойствах моделируемого объекта.

в) Получение общего вида уравнений модели (структуры модели).

г) Определение численных значений параметров модели. Возможны следующие приемы выполнения этого этапа:

1) использование специфических расчетных соотношений с учетом собранных на этапе б) сведений;

2) решение экстремальной задачи, в которой в качестве целевой функции выбирается степень совпадения известных значений выходных параметров объекта с результатами использования модели, а управляемыми параметрами являются параметры данной модели;

3) проведение экспериментов и обработка полученных результатов.

д) Оценка точности полученной модели и определение области ее адекватности. При неудовлетворительной точности оценок выполняют итерационное приближение к желаемому результату повторением этапов в)-е).

е) Представление полученной модели в форме, принятой в используемой библиотеке моделей средства проектирования.

Процесс разработки макромоделей по приведенной методике представляет собой трудоемкую задачу. Он включает в себя "изобретение" математической модели, тестирование и настройку параметров. Каждый из перечисленных этапов требует значительных усилий и высокой квалификации разработчика [62].

Наиболее сложно обстоит дело с инструментарием для автоматизированной разработки аналоговых моделей. Основная причина такого положения - огромное разнообразие функций и параметров аналоговых устройств, что затрудняет их "стандартизацию". Другая причина - сложность создания макромоделей, адекватно отображающих основные характеристики аналоговых блоков [62]. Задача автоматического формирования макромоделей аналоговых схем из полной структурной модели схемы в настоящее время решена только для узкого класса схем, в основном для линейных пассивных схем. Интенсивно развиваются также методы автоматического формирования моделей линейных динамических систем с периодическими коэффициентами, которые находят применение при моделировании некоторых типов радиотехнических схем [62]. В [63] предложен метод синтеза макромоделей по их полным математическим моделям, как для линейных, так и для нелинейных схем. Этот метод требует большого объема предварительной работы по исследованию полной модели, накоплению, хранению и обработке больших массивов данных. В общем же случае задача создания математической модели радиотехнического устройства решается разработчиком на основе его опыта и интуиции [62].

Таким образом можно сделать вывод, что традиционный подход к построению макромоделей сложных блоков связан с рядом трудно формализуемых, зачастую ручных операций, основанных на понимании

проектировщиком особенностей функционирования моделируемых блоков. Полученные таким образом макромоделли могут не учитывать эффекты взаимодействия функциональных блоков, существенные в отдельных режимах особенности поведения блоков в составе устройства. В этой связи в настоящее время имеется большой интерес к автоматическому получению макромоделей схемных блоков. Такое построение может потребовать несколько минут вместо месяцев ручной работы.

1.3 Состояние в области методов понижения порядка моделей радиотехнических устройств

В задачах моделирования использование моделей меньшей сложности, чем исходная модель, предназначено для уменьшения вычислительных затрат на моделирование. Один из способов замены сложной модели на более простую может быть осуществлен применением методов понижения порядка моделей [64-66].

Первоначально вопросы понижения порядка моделей были рассмотрены в теории систем и теории управления, изучающей свойства динамических систем. Была поставлена задача аппроксимации передаточных функций систем на основе численных методов. В настоящее время область методов понижения порядка моделей является перспективным направлением как в теории систем и теории управления, так и в вычислительной математике [64].

Основной принцип таких подходов состоит в проекции пространства переменных состояния высокоразмерной задачи (размерность n) в подпространство, значительно меньшее по размерности (размерность k , $k \ll n$), то есть осуществляется переход к другому пространству состояний [64].

Таким образом методы понижения порядка моделей основываются на аппроксимации основной (важной) динамики исходного устройства, которое может описываться большим количеством уравнений и переменных ($10^5 - 10^9$)

моделью меньшей размерности. Такое упрощение необходимо для выполнения моделирования в течение приемлемого времени, на ограниченных вычислительных ресурсах, но с адекватной точностью. В некоторых случаях необходимо получать предсказания поведения устройства с приемлемой вычислительной скоростью, возможно в реальном масштабе времени, чтобы иметь возможность выполнять оптимизацию процессов в устройстве [64].

Рисунок 1.2 иллюстрирует концепцию графическим, простым для понимания способом, демонстрируя, что иногда для описания модели требуется очень мало информации. Этот пример с рисунком Стэнфордского кролика показывает, что даже по его очертаниям можно распознать, что это кролик.

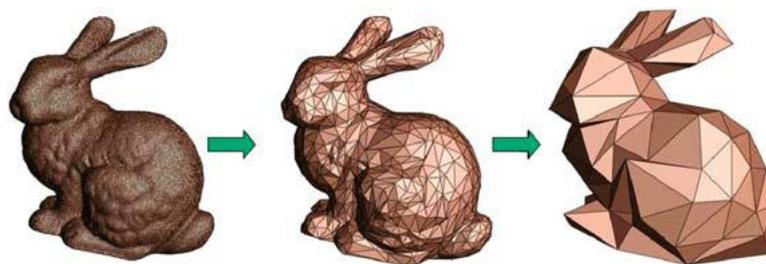


Рисунок 1.2 – Графическая иллюстрация понижения порядка модели [64]

В математике задача аппроксимации сложной функции с помощью более простой формулировки появилась довольно давно. В 1807 Дж. Фурье (J. Fourier) опубликовал идею аппроксимации функции с помощью тригонометрических выражений [67]. В линейной алгебре первый шаг в направлении понижения порядка модели сделал К. Ланцош (K. Lanczos). Он искал способ уменьшить матрицу в трехдиагональной форме [9]. В. Е. Арнольди (W.E. Arnoldi) доказал, что матрица меньшей размерности может быть хорошей аппроксимацией исходной матрицы [8].

Фундаментальные методы в области понижения порядка моделей были опубликованы в восьмидесятые и девяностые годы прошлого века. В 1981 году Б. Мур (B. Moore) [11] опубликовал метод Усеченной Сбалансированной Реализации (Truncated Balanced Realization), в 1984 году К. Гловер (K. Glover) опубликовал знаменитую статью о редукции на основе Ганкелевой нормы

(Hankel-norm reduction) [6]. В 1987 году метод Правильной Ортогональной Декомпозиции был предложен Л. Сировичем (L. Sirovich) [7]. Все эти методы были разработаны для применения в области систем и теории управления. В 1990 году метод подпространств Крылова был применен при асимптотической оценке формы сигнала (Asymptotic Waveform Evaluation) [10]. Однако работа фокусировалась на нахождении Паде-аппроксимаций (Pad'e approximations) больше, чем на подпространствах Крылова. Затем, в 1993 году Р.В. Фреунд (R.W. Freund) и П. Фельдман (P. Feldmann) предложили Паде аппроксимацию с помощью подхода Ланцоша [12] и показали, как связаны Паде аппроксимация и подпространства Крылова. В 1995 году был опубликован другой фундаментальный метод. Авторы [68] представили PRIMA подход, метод, базирующийся на идеях Арнольди [64].

Для линейных систем (в основном это линейные стационарные - LTI (Linear Time-Invariant) системы, (например длинные RLC линии) и линейные нестационарные - LTV (Linear Time-Varying) системы (например, смесители, фильтры с переключательными конденсаторами) существует две основные практики построения моделей меньшего порядка – это использование проекции в пространстве состояний (state-space) или с помощью применения специальных методик к передаточным функциям системы. В проекционных подходах определяется пространство состояний меньшей размерности и линейная система проецируется в это пространство, что приводит к системе меньшего порядка. Пространство меньшей размерности обычно выбирается таким, чтобы оно сохраняло и соответствовало определенным свойствам исходной системы. Например, метод моментов (moment-matching) и Правильная Ортогональная Декомпозиция в частотной области сохраняют моменты передаточной функции в модели сокращенной размерности [69-71]. Проекционные методы удобны для моделей, представленных в пространстве состояний, которые можно получить из уравнений, описывающих устройство [15].

Перечисленные выше подходы - это эффективные подходы, позволяющие получить модели сокращенной размерности линейных устройств. Вместе с тем процессы в реальных устройствах нелинейны по своей природе (например, важные эффекты в аналоговых устройствах, такие как искажения, интермодуляции, отсечка, гистерезис не могут быть определены LTI и LTV системами, то есть такие устройства имеют существенное нелинейное поведение, которое игнорируется при линейном приближении) [14]. В этой связи, аппроксимация понижением порядка моделей нелинейных устройств является существенно более сложной задачей и не имеет на настоящий момент полноценного решения. Одна из главных трудностей понижения порядка моделей нелинейных устройств заключается в том, что они (даже очень простые) могут проявлять сложное поведение, при этом, модели сокращенной размерности должны сохранять особенности этого поведения. Следующая трудность понижения порядка моделей нелинейных устройств состоит в том, что их поведение нельзя обобщить, то есть нельзя получить универсальное представление, функционально связывающее переменные состояния входов и выходов (аналог передаточной функции для линейных (LTI) систем).

Для нелинейных устройств возможно понизить порядок модели за счет использования аппроксимации нелинейной функции и применения проекций пространства состояний. То есть вместе с сокращением числа уравнений динамической системы и переменных состояния применением проецирования, можно достигнуть сокращения сложности модели аппроксимацией нелинейной функции модели исходного устройства альтернативным классом функций, имеющим меньшую сложность при расчёте.

В последние годы было предложено несколько подходов для автоматической генерации моделей сокращенной размерности нелинейных схем. Для нелинейных схем, где нелинейность может быть представлена полиномом (например, усилители мощности, тактирующие системы), Дж. Ройчовдхари (J. Roychowdhury) в 1998 году предложил метод на основе разложения в ряд

Вольтерра [13, 16, 72, 73]. Этот метод в основном строит модели сокращенной размерности линеаризованной системы, используя метод подобластей Крылова, и подходит, преимущественно, для слабо нелинейных устройств. Для нелинейных устройств с сильными нелинейностями в 2001 году М. Ревенски (M. Rewienski) и Дж. Вайт (J. White) предложили метод кусочно-линейной аппроксимации на основе траектории (Trajectory-based Piecewise-Linear, TPWL) [20, 74-81]. Реализации TPWL используют объединение POD-редуцированных локально линеаризованных в точках траектории в пространстве состояний моделей устройства. Так же в 2008 году Н. Донг (N. Dong) предложил кусочно-полиномиальный (Piecewise Polynomial, PWP) подход [66]. Реализации PWP используют объединение POD-редуцированных в точках траектории в пространстве состояний моделей устройства, эквивалентных по представлению ряду Вольтерра [82].

Более детальное изучение данных подходов (например, [64]) показало, что современные реализации понижения порядка нелинейных устройств (особенно это касается устройств с сильной степенью нелинейности) зачастую не являются эффективными и получаемые модели сокращенной размерности не приводят к выигрышу по времени, так как требуют больших вычислительных затрат. В этой связи необходимы дальнейшие исследования в данной области, направленные на совершенствование существующих и разработку более эффективных методов моделирования на основе применения подходов понижения порядка.

1.4 Описание подходов понижения порядка моделей аналоговой части радиотехнических устройств

1.4.1 Понижение порядка моделей линейных устройств

Как отмечено выше, для уменьшения вычислительных затрат в задачах моделирования радиотехнических устройств могут применяться упрощенные на основе методов понижения порядка модели радиотехнических блоков, при этом используются модели меньшей сложности, чем исходная. Методы понижения порядка моделей должны основываться на аппроксимации основной (важной) динамики устройства моделью меньшей размерности. Переход к модели меньшей размерности может осуществляться с помощью проекции пространства состояний исходной модели в пространство состояний меньшей размерности. Понижение порядка модели является относительно недавним, но важным направлением исследований. Некоторые вопросы, относящиеся к понижению порядка, были заявлены около 40 лет назад. В настоящее время понижение порядка - один из основных подходов, применяемых при моделировании радиотехнических устройств [64].

Применение проекционного подхода для понижения порядка линейной модели. Проиллюстрируем применение проецирования для задачи (размерности n) в подпространство меньшее по размерности (размерности q , $q \ll n$) для линейной стационарной модели устройства.

Пусть модель линейного устройства описана в виде ОДУ ([83]):

$$\begin{cases} E \frac{dx}{dt} = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = C^T x(t), \end{cases} \quad (1.1)$$

где $E \in R^{n \times n}$ - дескрипторная матрица;

$A \in R^{n \times n}$ - матрица мгновенных реакций;

$x \in R^n$ - вектор внутренних переменных состояния;

$B \in R^{n \times m}$ - матрица, связывающая входные воздействия и состояния системы;

$u \in R^m$ - вектор входных воздействий;

$y \in R^p$ - вектор выходных значений;

$C \in R^p \times R^n$ - матрица, связывающая выходные значения и состояния системы (следует отметить, что в общем случае $y = Cx + Du$, однако, рассмотрим ситуацию, когда выход не связан непосредственно со входом, то есть $D = 0$).

Вектор переменных в пространстве состояний $x(t)$ (вектор переменных состояния) можно отобразить в некоторое подпространство меньшей размерности, чем n (рисунок 1.3), таким образом, что ([83]):

$$x = Vz + \varepsilon, \quad (1.2)$$

где $\varepsilon \in R^n$ - погрешность;

$V \in R^{q \times n}$ - матрица преобразований;

$z \in R^q$ - вектор переменных состояния в подпространстве; $q \ll n$.

$$\boxed{x} = \boxed{V} * \boxed{z}$$

Рисунок 1.3 – Вектор переменных состояния $x(t)$

Тогда система (1.1) примет вид ([83]) (рисунок 1.4):

$$\begin{cases} \hat{E} \frac{dz}{dt} = \hat{A}z + Bu, \\ \hat{y} = \hat{C}^T z, \end{cases} \quad (1.3)$$

где $\hat{E} = V^T E V \in R^{q \times q}$, $\hat{A} = V^T A V \in R^{q \times q}$, $z = V^T x \in R^q$, $\hat{B} = V^T B \in R^{q \times m}$, $\hat{y} = V^T y \in R^q$,

$\hat{C} = C^T V \in R^{q \times p}$.

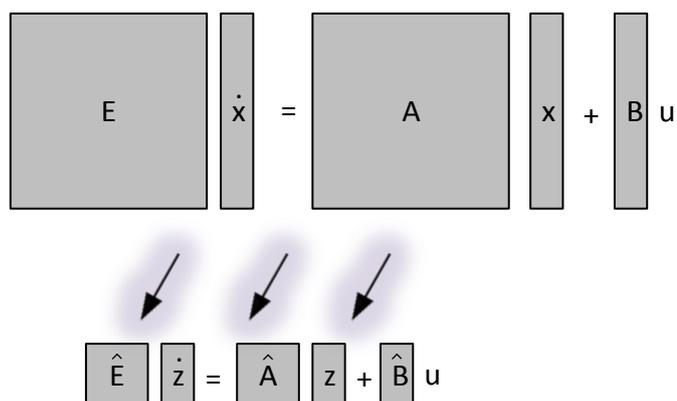


Рисунок 1.4 – Модель системы до и после проецирования

Такие проекционные преобразования в англоязычной литературе называют методом Правильной Ортогональной Декомпозиции (Proper Orthogonal Decomposition, POD method).

Таким образом, получив каким-либо способом матрицу преобразований (новый базис) V , мы можем преобразовать x в z , A в \hat{A} , B в \hat{B} , C в \hat{C} , u в \hat{u} .

Далее, используя дифференциальные уравнения или уравнения передаточной функции меньшей размерности, можно выполнять задачи моделирования на уравнениях меньшей размерности [83, 84].

С целью оценки состояния предметной области понижения порядка моделей был рассмотрен ряд публикаций, в основном трудов конференций IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers). По рассмотренным работам можно выделить три наиболее часто применяемых метода POD понижения порядка моделей линейных устройств: метода моментов, метода на основе сингулярного разложения и метода на основе усеченной сбалансированной реализации.

Метод моментов для понижения порядка линейных устройств. Одним из традиционных методов получения проекционного базиса является метод моментов (Moment Matching method в англоязычной литературе). Система (1.1) в области Лаплас-преобразований:

$$\begin{aligned} sEx(s) &= Ax(s) + Bu(s), \\ y(s) &= C^T x(s), \end{aligned} \quad (1.4)$$

где s – комплексная частота.

Выразим передаточную функцию системы:

$$H(s) = C^T (sE - A)^{-1} B. \quad (1.5)$$

Выражение для передаточной функции приведем к виду:

$$\begin{aligned} H(s) &= C^T (sE - A)^{-1} B = C^T ((sE - A) + (s_0E - A) - (s_0E - A))^{-1} B = \\ &= C^T ((s_0E - A) + (s - s_0)E)^{-1} B = \\ &= C^T \left((s_0E - A)(s_0E - A)^{-1} ((s_0E - A) + (s - s_0)E) \right)^{-1} B = \\ &= C^T \left((s_0E - A)(I + (s - s_0)(s_0E - A)^{-1}E) \right)^{-1} B = \\ &= C^T (I + (s - s_0)(s_0E - A)^{-1}E)^{-1} (s_0E - A)^{-1} B. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Заменив $(s_0E - A)^{-1}E$ на M , $(s_0E - A)^{-1}B$ на R , получим:

$$H(s) = C^T (I + (s - s_0)M)^{-1} R. \quad (1.7)$$

Разложив (1.7) в ряд Тейлора в окрестности $s = s_0$, получим:

$$H(s) = C^T \sum_{k=0}^{\infty} s^k M^k R = C^T (R + sMR + s^2 M^2 R + \dots), \quad (1.8)$$

где вектора $[R, MR, M^2 R \dots]$ называются *моментами расширения*. Эта последовательность векторов так же называется *векторами Крылова*, а выражение в скобках - *рядом Крылова* [18]. Когда последовательность близка к *точке расширения* $s = s_0$, ряд из первых q членов ряда Тейлора является приближением $H(s)$. Он аппроксимирует $H(s)$ линейной комбинацией первых q моментов, моменты образуют проекционный базис V :

$$\text{colspan}(V) \subset \{R, MR, M^2 R, \dots, M^{q-1} R\}. \quad (1.9)$$

Так как, в силу свойств векторов Крылова, $q \leq N$, q -й вектор линейно зависим от предыдущих векторов, базис V используется для понижения порядка исходной модели, при этом, передаточная функция модели сокращенной размерности:

$$H(s) = \hat{C}^T (s\hat{E} - \hat{A})^{-1} \hat{B}, \quad (1.10)$$

где $\hat{B} = VB$, $\hat{E} = V^T E V$, $\hat{A} = V^T A V$ и $\hat{C} = V^T C$.

Матрица V соответствует первым q моментам ряда Тейлора по s передаточной функции исходной модели в окрестности $s = s_0$. Можно комбинировать векторы, полученные на разных частотах для повышения точности модели сокращенной размерности. Более подробную информацию по данному методу можно найти в [65, 85-92].

Метод понижения порядка линейных устройств на основе сингулярного разложения. Любая матрица M размерности $m \times n$, может быть представлена в следующем виде, называемом сингулярным разложением (Singular Value Decomposition, SVD) матрицы M [93]:

$$M = U \Sigma V^*, \quad (1.11)$$

где U - унитарная матрица порядка $m \times m$;

Σ - диагональная матрица порядка $m \times n$ с неотрицательными вещественными числами на диагонали;

V - унитарная матрица порядка $n \times n$;

V^* - сопряжённо-транспонированная матрица к V .

Элементы на диагонали матрицы Σ называются сингулярными числами матрицы M , которые обычно располагаются в порядке убывания M . Столбцы матриц U и V называются, соответственно, левыми и правыми сингулярными векторами сингулярного разложения. Можно оставить только q наиболее значащих сингулярных значений матрицы Σ и соответствующие оставленным значениям левые и правые сингулярные вектора, что приведет к матрице меньшей размерности.

$$M_q = U_q \Sigma_q V_q^*. \quad (1.12)$$

По теореме Эккарта-Янга при использовании такого приближения отличие Фробениусовых норм матриц M и M_q является минимальным, то есть такое приближение является наилучшим для заданного q .

Чтобы применить данный подход для цели понижения порядка линейных устройств, получают набор отсчетов из экспериментальных измерений или путем

численного моделирования [14] траектории в пространстве переменных состояния. Информация о траектории состояния устройства представляется последовательностью точек пространства состояний $X = \text{span}\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, для которых осуществляют сингулярное разложение, в результате матрица левых сингулярных векторов будет являться проекционным базисом для сокращения размерности исходной модели.

Метод понижения порядка линейных устройств на основе усеченной сбалансированной реализации. В разделе приводится описание классического подхода усеченной сбалансированной реализации (Truncated Balanced Realization, TBR), который также называют методом квадратного корня [19, 20, 94-96].

Для линейной системы (1.1) грамианы управляемости и наблюдаемости определяются как:

$$P = \int_0^{\infty} e^{At} B B^T e^{A^T t} dt, \quad (1.13)$$

$$Q = \int_0^{\infty} e^{A^T t} C^T C e^{At} dt. \quad (1.14)$$

Матрицы P и Q можно найти решением уравнений Ляпунова:

$$AP + PA^T + BB^T = 0, \quad (1.15)$$

$$A^T Q + QA + C^T C = 0. \quad (1.16)$$

Рассчитываются матрицы Z_r и Z_l , столбцы которых образуют базис для соответствующих правых и левых пространств собственных значений PQ . Для этого выполняется разложение Холецкого для грамианов:

$$P = Z_r Z_r^T, \quad (1.17)$$

$$Q = Z_l Z_l^T. \quad (1.18)$$

Сингулярное разложение от $Z_l^T Z_r$ позволяет оставить наиболее значимую часть системы, связанную с q наибольшими собственными значениями $\sigma_1^2, \dots, \sigma_q^2$:

$$Z_l^T Z_r = U_q \Sigma_q V_q. \quad (1.19)$$

Проекционные базисы системы:

$$T_U = Z_l U_q \Sigma_q^{-1/2}, \quad (1.20)$$

$$T_V = Z_r V_q \Sigma_q^{-1/2}, \quad (1.21)$$

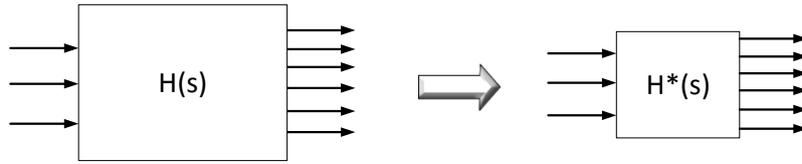
позволяют получить модель сокращенной размерности (1.3).

Приведение к устойчивому виду (стабилизация). Описанные в предыдущих пунктах проекционные методы могут приводить к ситуации, когда спектр линейного оператора \hat{A} содержит собственные значения, вещественные части которых являются положительными. При этом свободная составляющая решения (1.3) будет иметь неограниченно возрастающие составляющие, т.е. (1.3) в этом случае будет неустойчива. По этой причине при понижении порядка модели должны приниматься меры по проверке устойчивости получаемого проекционного базиса и, при необходимости, по стабилизации (1.3) [97]. Подходы, применяемые при стабилизации моделей сокращенной размерности, представлены в работах [17, 97-99].

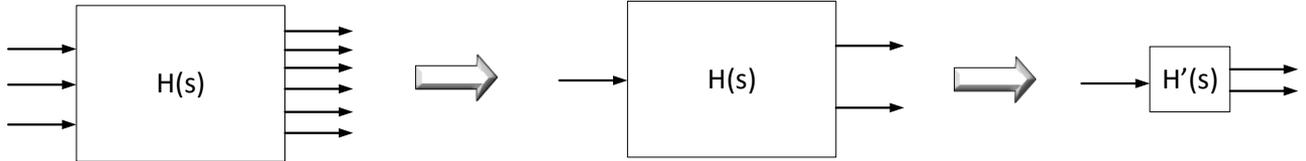
Понижение порядка моделей линейных устройств с большим количеством выводов. Данный подход применяется для линейных интегральных схем большой степени интеграции (VLSI), то есть схем, у которых число входов и выходов может быть большим.

Почти все существующие методы понижения порядка моделей ограничены сокращением внутренних узлов. Методы же сокращения количества выводов являются менее изученными. Они строятся на предположении, что некоторые выводы схожи с точки зрения показателей, как временных, так и параметров задержек. Такое сокращение приведет к некоторой потере точности, но может привести к достаточно компактным моделям после применения традиционных подходов понижения порядка к схеме с сокращенным количеством выводов (рисунок 1.5). Это приводит к сокращению вычислительных затрат при моделировании устройств, содержащих компоненты с большим количеством выводов.

Понижение порядка модели



Понижение порядка модели после сокращения выводов



Понижение порядка моделей линейных систем с большим количеством выводов приводит к получению более компактных моделей!

Рисунок 1.5 – Сокращение числа выводов в сравнении с традиционным понижением порядка модели

Предположим, передаточная функция схемы выглядит следующим образом [100]:

$$H(s) = L(sC + G)^{-1}B, \quad (1.22)$$

где $C \in R^{n \times n}$; $G \in R^{n \times n}$; $L \in R^{m \times n}$; $B \in R^{n \times m}$.

Цель состоит в том, чтобы заменить $m \times m$ передаточную функцию $H(s)$ на $p \times p$ передаточную функцию $H_r(s)$. Этого можно достигнуть путем разложения передаточной функции $H(s)$ таким образом:

$$\hat{H}(s) = V_L \underbrace{[W_L^T L(sC + G)^{-1} B V_B]}_{=H_r(s)} W_B^T, \quad (1.23)$$

где $V_L, W_L, V_B, W_B \in R^{m \times p}$.

Для целесообразности понижения порядка $m \gg p$.

$$W_L^T V_L = I_p \text{ и } W_B^T V_B = I_p, \quad (1.24)$$

полученная таким образом внутренняя передаточная функция

$$H_r(s) = W_L^T L(sC + G)^{-1} B V_B, \quad (1.25)$$

является заменой $(m \times m)$ передаточной функции на $(p \times p)$ передаточную функцию. Внутренняя передаточная функция $H_r(s)$ может быть дополнительно сокращена любым методом понижения порядка линейной модели [100].

В работах [100, 102] приведены описания реализаций построения компактных моделей сокращенной размерности с сокращенным числом выводов на основе применения метода моментов и сингулярного разложения (в литературе имеет название SVDMOR). Работы [103, 106] посвящены развитию метода SVDMOR (ESVDMOR) для устройств со значительным отличием количества входов и выходов, при этом метод моментов применяется для аппроксимации передаточных функций, а также импедансных (адмиттансных) характеристик.

1.4.2 Понижение порядка моделей нелинейных устройств

Как отмечено выше, в настоящее время имеется значительное число методов понижения порядка линейных или линеаризованных стационарных устройств (LTI), вместе с тем большинство процессов в реальных устройствах нелинейны по своей природе. Аппроксимация нелинейных устройств является существенно более сложной задачей, чем аппроксимация линейных.

Одна из основных трудностей аппроксимации моделей нелинейных устройств заключается в том, что такие модели (даже структурно простые) могут проявлять сложное поведение, при этом, модели сокращенной размерности должны сохранять особенности этого поведения. Например, бистабильность и стабильные колебания могут появляться только в нелинейных системах: система Лоренца [107] (которая имеет квадратичные нелинейности) и схема [108] (которая имеет только один кусочно-линейный нелинейный элемент) демонстрируют сложные хаотические модели поведения, аппроксимация которых не тривиальна.

Сложность нелинейных устройств состоит в том, что их поведение нельзя обобщить, то есть нельзя получить универсальное представление, функционально связывающее переменные состояния входов и выходов (по аналогии

передаточной функции для LTI систем). Для LTI системы передаточная функция полностью характеризует ее решение, поэтому служит мощным инструментом для понижения порядка модели.

Для нелинейных устройств обобщение передаточных функций возможно лишь в особых случаях с применением теории Вольтерра, когда вход-выходное взаимодействие представляется рядами Вольтерра или передаточными функциями первого и высших порядков [109].

Методы понижения порядка нелинейных устройств, основанные на рядах Вольтерра. Для нелинейных устройств обобщение поведения в виде передаточных функций возможно лишь в особых случаях. В частности, это возможно, например, применением метода Вольтерра, когда вход-выходное взаимодействие представляется рядами Вольтерра или передаточными функциями первого и высших порядков. При этом, ряд Вольтерра состоит из бесконечного числа членов и сложность вычисления ядер существенно возрастает с ростом их порядка. Однако, если нелинейность устройства невелика (т.е. модель содержит нелинейные компоненты, которые описываются полиномиальными зависимостями невысокой степени) и система дифференциальных уравнений не является «жесткой», точность описания нелинейных и инерционных свойств, достаточная для целей инженерных расчетов, достигается при использовании 3-5 членов отрезка ряда Вольтерра.

Математическая модель такого устройства может быть сокращена. Для этого в работах [13, 110, 111] предлагается выполнить представление исходной модели рядом Тейлора в окрестности стационарного решения. Из-за локальности приближений Тейлора такие методы применимы к «слабо-нелинейным» устройствам или устройствам с «малым» уровнем входных сигналов [112].

Нелинейное устройство может быть описано дифференциально-алгебраическими уравнениями типа:

$$\dot{q}(x(t)) = f(x(t)) + B(t). \quad (1.26)$$

Все переменные в (1.26) - вектора функций в зависимости от времени. Без потери общности (в соответствии с [13]) можно переписать это выражение:

$$E \frac{dx}{dt} = f(x) + Bu(t), y = Cx, \quad (1.27)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ вектор неизвестных (состояний, например напряжений в узлах схемы [113]), $f(x)$ вектор нелинейных функций, $u(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ входные воздействия на модель размерности m .

Когда входной сигнал является достаточно малым, то нелинейную функцию $f(x)$ можно достаточно точно описать полиномом в окрестности рабочей точки по постоянному току, так что:

$$E \frac{dx}{dt} = A_1 x + A_2 x \otimes x + A_3 x \otimes x \otimes x + \dots + Bu(t), \quad (1.28)$$

где A_i производные порядка i и символ \otimes представляет умножение Кронекера.

В соответствии с теорией Вольтерра ([114]), решение (1.26) представляется суммой откликов вида:

$$x(t) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i(t), \quad (1.29)$$

$$x_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_i(\tau_1, \dots, \tau_i), \dots, u(t - \tau_i) d\tau_1, \dots, \tau_i.$$

$x_i(t)$ может быть рекурсивно вычислено путем решения одной и той же системы линейных уравнений при различных входных воздействиях. Как показано на рисунке 1.6, реакции от первого до третьего порядка получаются последовательно из решения следующих уравнений.

$$E \frac{dx}{dt_1} = A_1 x_1 + Bu(t),$$

$$E \frac{dx}{dt_2} = A_1 x_2 + A_2 x_1 \otimes x_1, \quad (1.30)$$

$$E \frac{dx}{dt_3} = A_1 x_3 + A_2 (x_1 \otimes x_2 + x_2 \otimes x_1) + A_3 x_1 \otimes x_1 \otimes x_1.$$

Понижение порядка моделей слабо нелинейных устройств можно представить, как набор LTI систем, где каждая n -я система создает отклики $x_i(t)$ различных порядков.

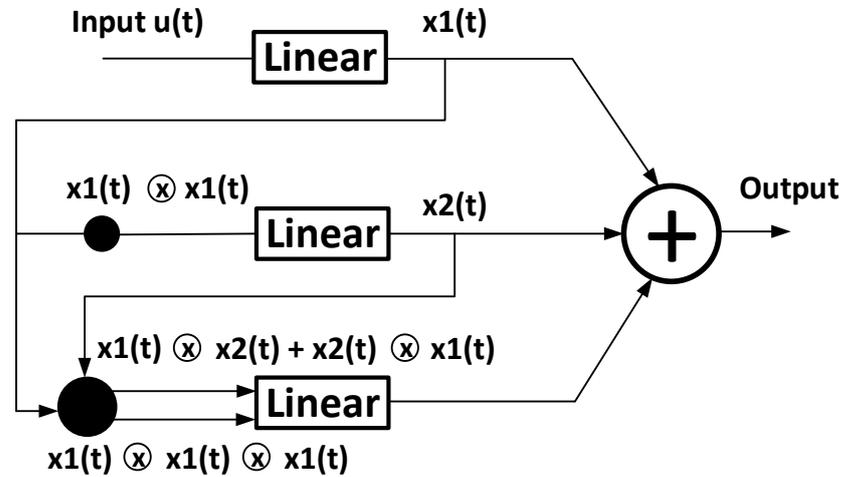


Рисунок 1.6 – Блок-схема решения модели слабо нелинейного устройства, основанного на разложении в ряд Вольтерра

В (1.29) $h_i(\tau_1, \dots, \tau_i)$ - ядро ряда Вольтерра порядка i , и можно определить передаточную функцию i -го порядка $H_i(s_1, \dots, s_i)$, как:

$$H_i(s_1, \dots, s_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_i(\tau_1, \dots, \tau_i), \dots, e^{-(s_1\tau_1 + \dots + s_i\tau_i)} d\tau_1, \dots, d\tau_i. \quad (1.31)$$

При $i > 1$ $H_i(s_1, \dots, s_i)$ представляют собой сложные математические объекты и снижение размерности модели устройства сводится к аппроксимации передаточных функций (ядер) Вольтерра. В настоящее время существует несколько методов такой аппроксимации:

а) *Раздельные проекции*: Подход, предложенный в [13], сокращает каждую систему разными подобластями Крылова. Например, система первого порядка в (1.30) может быть сокращена проекционным базисом $V_1 \in \mathbb{R}^{n \times q}$, сгенерированным из подобласти Крылова $K_q(A_1^{-1}E, A_1^{-1}B)$. Затем отклик $x_1(t)$ аппроксимируется как $x_1(t) \approx U_1 z_1(t)$ и подставляется в систему второго порядка в (1.30), которое можно переписать

$$E \frac{dx}{dt_2} = A_1 x_2 + B_2 u_2(t), \quad (1.32)$$

где $B_2 = A_2(U_1 \otimes U_1) \in \mathbb{R}^{n \times q_1^2}$ и $u_2(t) = z_1(t) \otimes z_1(t) \in \mathbb{R}^{q_1^2}$.

(1.32) - это линейная система, как и первое уравнение в (1.30), при этом входное воздействие определяется $u_2(t)$. Как результат - проекционный базис $U_2 \in \mathbb{R}^{n \times q_2}$ может быть сгенерирован похожим способом из подобласти Крылова $K_{q_2}(A_1^{-1}E, A_1^{-1}B_2)$ с множеством стартовых векторов B_2 . Генерация проекционного базиса третьего порядка получается аналогично. Основным недостатком этого метода является резко возрастающая размерность проекционного базиса, что приводит к неэффективности сокращения больших моделей.

б) Однородная проекция: Для генерации компактной модели в работе [16] предложено объединить отдельные базисы U_1, U_2, \dots с помощью SVD в однородный базис U , т.е. $U = \text{svd}([U_1, U_2, \dots])$. Однако применение метода не эффективно, так как размерность подобластей Крылова для систем второго и третьего порядка возрастает экспоненциально.

в) Метод понижения порядка нелинейной модели (Nonlinear Model Order Reduction Method (NORM) — Momentwise Projection): отношения между передаточными функциями различных порядков и подпространствами Крылова с соответствующими стартовыми векторами подробно изучались в [73]. В [73] показано, что существует некоторая избыточность среди подпространств Крылова для каждой ЛТИ системы. Эта избыточность может быть удалена путем правильного выбора стартового вектора при построении подобластей Крылова. При этом можно получить компактный проекционный базис, применение которого приводит к компактной модели сокращенной размерности без потери точности [14].

Методы, основанные на рядах Вольтерра можно представить в виде четырех основных операций:

а) Разложение в ряд Тейлора нелинейной функции $f(x)$ системы (1.26), то есть аппроксимация $f(x)$ рядами многомерных полиномов заданного порядка.

$$C \frac{dx}{dt} = G_1 x + G_2 x \otimes x + G_3 x \otimes x \otimes x + Bu. \quad (1.33)$$

б) Для методов, основанных на билинейных формах выполняется билинеаризация Карлемана над (1.26), для того чтобы получить билинейное приближение:

$$C \frac{dx}{dt} = Gx + Dxi + Bu. \quad (1.34)$$

в) Построение проекционной матрицы $U \in \mathbb{R}^{N \times q}$ ($q \ll N$ это размерность модели сокращенной размерности), чтобы моменты H_n , $n=1,2,3 \dots$ соответствовали заданному порядку.

Например, соответствие моментам второго порядка от $H_1(s_1, s_2)$ означает соответствие коэффициентов $1, s_1, s_2, s_1^2, s_1 s_2, s_2^2$ в ряде Тейлора от $H_2(s_1, s_2)$.

г) Построение модели сокращенной размерности. Например:

$$\hat{C} \frac{dz}{dt} = \hat{G}_1 z + \hat{G}_2 z \otimes z + \hat{G}_3 z \otimes z \otimes z + \hat{B}u, \quad (1.35)$$

где $x = Uz$, $\hat{C} = U^T C U$, $\hat{B} = U^T B$, $G_1 = U^T G_1 U$, $\hat{G}_2 = U^T G_2 (U \otimes U)$,
 $\hat{G}_3 = U^T G_3 (U \otimes U \otimes U)$.

Основная операция подхода на основе рядов Вольтерра - это аппроксимация Тейлора. Как уже отмечалось, существует основной недостаток, ограничивающий широкое применение этих методов. Сходимость представления поведения устройства рядом Вольтерра обеспечивается только когда $|u| \leq \epsilon$, для некоторого малого $\epsilon > 0$ (определяемого остаточным членом), т.е для “малосигнальных” входных воздействий или “слабо нелинейного” случая. Это ограничение связано с тем, что ряды Вольтерра сходятся в небольшой области вокруг рабочей точки ([112]). При больших входных воздействиях может возникнуть неадекватное поведение модели сокращенной размерности, как отмечено в частности в [110].

Кусочно-аппроксимационные методы понижения порядка. В последние годы, получили развитие подходы, связанные с получением модели сокращенной размерности из полной модели радиотехнического устройства применением проекционных преобразований.

Наиболее описанными в литературе являются методы, основанные на кусочной аппроксимации (Piecewise, PW) системы ОДУ, являющейся полной математической моделью устройства: Trajectory Piecewise Linear (TPWL) [20, 74, 75, 77-81] и Trajectory Piecewise Polynomial (PWP) [46, 66]. Методы основаны на подходе POD (Proper Orthogonal Decomposition) и реализуются описанным ниже алгоритмом.

Для изложения алгоритма положим, что математическая модель устройства представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + f(x) + Bu, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned} \quad (1.36)$$

где x – вектор мгновенных значений переменных состояния, y – вектор мгновенных значений выходных переменных, A, B, C, D – матрицы линеаризованной модели устройства, $f(x)$ – вектор-функция, представляющая моделируемые нелинейные свойства.

Алгоритм получения модели сокращенной размерности:

а) Расчет отклика полной математической модели устройства при «обучающих» входных воздействиях с сохранением информации о траекториях переменных состояния $x_i \in R^m$, где m – число точек траектории переменной состояния i . При этом, информация о траектории состояния устройства представляется последовательностью n точек пространства состояний $X = \text{span}\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

б) Построение проекционного базиса с использованием сингулярного разложения: матрица $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] \in R^{m \times n}$, $r = \text{rank}(X)$ аппроксимируется матрицей $Z = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_k]$, $k = \text{rank}(Z)$, $k < r$, $Z = U_k \Sigma_k V_k^T$ (здесь $X = U \Sigma V^T$,

$U\Sigma V^T$ - сингулярное разложение X , $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$). При этом, средне-квадратичная ошибка: $\|X - U_k Z\|$ для заданного k минимальна (по свойствам сингулярного разложения).

Т.к. U и V^T ортогональны и унитарны, то $Z = \sum_{j=1}^k \sigma_j u_j v_j^T$, т.е. вектора $\{u_1, \dots, u_k\}$ являются ортонормированным базисом $X(Z)$ и

$$x = Uz. \quad (1.37)$$

в) Применение проекционного базиса в локальной точке решения i (точке линеаризации):

Подставив (1.37) в (1.36), имеем:

$$\begin{aligned} U \frac{dz_i}{dt} &= U^T A_i U z_i + f(U z_i) + B_i u, \\ y &= C_i U z_i + D_i u. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Введя обозначения: $\hat{A}_i = U^T A_i U$, $\hat{f}(z) = U^T f(U z_i)$, $\hat{B}_i = U^T B_i$, $\hat{C}_i = C_i U$, при умножении частей первого уравнения в (1.38) на U^T , с учетом ортогональности матрицы U , имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dz_i}{dt} &= \hat{A}_i z_i + \hat{f}(z_i) + \hat{B}_i u, \\ y &= \hat{C}_i z + D_i u. \end{aligned} \quad (1.39)$$

Система уравнений (1.39) является системой ОДУ, описывающих поведение устройства вблизи точки линеаризации в новом пространстве переменных состояния, имеющего размерность меньшую, чем исходное.

г) Модель сокращенной размерности устройства является набором значений $\{z_i, \{\hat{A}_i, \hat{B}_i, \hat{C}_i, D_i, \hat{f}(z_i)\}\}$, $i = 1..m$ (m – число точек исходной траектории, для которых выполнена операция проецирования (далее точки линеаризации) и метода (функции), производящего загрузку результатов (1.38) в общую модель устройства).

В работах [20, 46, 66, 74, 75, 77-81] сшивание областей вокруг точек линеаризации выполнено применением весовых функций, при этом:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (\hat{A}_i z_i + \hat{f}(z_i) + \hat{B}_i u), \\ y &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (\hat{C}_i z + D_i u), \\ \sum_{i=1}^m w_i(z) &= 1, \\ \lim_{z \rightarrow z_i} w_i(z) &= 1. \end{aligned} \tag{1.40}$$

1.5 Цель и постановка задач исследований

На основании изложенного можно выделить следующие основные особенности и проблемы в области проектирования радиотехнических устройств:

1) *Проектирование аналоговой части РТУ является важным процессом, во многом определяющим предельные показатели назначения объектов проектирования.*

2) *Особенностью проектирования аналоговой части РТУ является использование математических моделей, размерность которых, особенно при учете всех паразитных элементов, достигает сотен тысяч уравнений (переменных состояний).*

3) *Многовариантное моделирование аналоговой части при воздействии сложных сигналов является проблемным этапом проектирования, поскольку может потребовать чрезмерных вычислительных ресурсов. Следствием большой размерности задачи моделирования может быть плохая обусловленность и связанная с этим возможная недостоверность результатов расчета.*

4) *Проблемы проектирования аналоговой части РТУ требуют совершенствования существующих и создания новых эффективных методов моделирования.*

5) Перспективными в аспекте эффективности методами моделирования являются методы на основе подходов понижения порядка моделей. Основой методов на основе этих подходов является *аппроксимация исходной математической модели устройства моделью меньшей размерности*.

б) *Подходы к получению моделей сокращенной размерности нелинейных устройств* (особенно это касается устройств с сильной нелинейностью) *зачастую не являются эффективными* и получаемые модели сокращенной размерности не приводят к выигрышу по времени, так как могут требовать больших вычислительных затрат.

Анализ состояния проектирования аналоговой части радиотехнических устройств показывает, что решением основных проблем проектирования может служить разработка эффективных методов моделирования на основе подходов автоматизированного понижения порядка моделей.

На основании изложенного, целью данной диссертационной работы является разработка эффективных методов понижения порядка моделей для сокращения сроков проектирования аналоговых радиотехнических устройств.

Для этого необходимо решить следующие задачи:

1. Провести анализ состояния в области проектирования и методов моделирования аналоговой части радиотехнических устройств.

2. Разработать подходы, позволяющие повысить эффективность применения методов понижения порядка моделей при проектировании аналоговой части нелинейных радиотехнических устройств.

3. Реализовать и исследовать методы понижения порядка моделей линейных и нелинейных аналоговых частей радиотехнических устройств.

4. Исследовать свойства разработанных (реализованных) методов на примерах моделирования схем радиотехнических устройств.

1.6 Выводы

1. В главе рассмотрено состояние в области проектирования и методах моделирования аналоговой части радиотехнических устройств и систем. Определены причины, сдерживающие темпы развития разработки радиотехнических устройств и систем.

2. Рассмотрено состояние в области методов понижения порядка математических моделей аналоговых частей радиотехнических устройств и систем.

3. Описаны основные подходы, применяемые для понижения порядка линейных и нелинейных систем.

4. Определены основные проблемы подходов, применяемых при понижении порядка.

5. Сформулирована цель работы, состоящая в сокращении сроков проектирования радиотехнических систем за счет применения методов понижения порядка моделей и поставлены задачи исследования, заключающиеся в анализе состояния в области проектирования и методах моделирования аналоговой части радиотехнических устройств; разработке подходов, позволяющих повысить эффективность применения методов понижения порядка моделей для аналоговой части радиотехнических устройств; реализации и исследовании методов понижения порядка моделей линейных и нелинейных аналоговых частей радиотехнических устройств; исследовании свойств разработанных (реализованных) методов на примерах схем радиотехнических устройств.

Глава 2. Разработка модифицированных методов понижения порядка моделей аналоговой части радиотехнических устройств

Как было отмечено, классические методы моделирования схем радиотехнических устройств имеют серьезные ограничения на размер схемы моделируемого объекта. Один из путей снижения остроты проблемы - использование моделей сокращенной размерности фрагментов радиотехнических устройств, что позволяет существенно сократить размерность решаемой задачи. Создание адекватных и эффективных с точки зрения потребления вычислительных ресурсов моделей сокращенной размерности является предметом рассмотрения настоящей главы.

2.1 Кусочно-линейный и кусочно-полиномиальный подходы

Сравним основные моменты кусочно-аппроксимационных методов: кусочно-линейного и кусочно-полиномиальный подхода.

Кусочно-линейный подход. Заданная нелинейная система

$$\begin{aligned} E \frac{dx}{dt} &= Ax + f(x) + Bu, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned} \quad (2.1)$$

линеаризируется в отобранных точках линеаризации $x_i, i=1,2,\dots,s$

$$\begin{aligned} E \frac{dx}{dt} &= f(x_i) + J_i(x - x_i) + B_i u, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned} \quad (2.2)$$

Проекционный базис V_i для каждой полиномиальной модели может быть построен, используя технику любого из методов линейного понижения порядка. Если $V \in \mathbb{R}^{n \times q}$, каждая сокращенная полиномиальная модель, размерности q выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{E} \frac{dz}{dt} &= \hat{f}(z_i) + \hat{J}_i(z - z_i) + \hat{B}_i u, \\ y &= \hat{C}z + Du, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где J – якобиан системы, $z_i = V^T x_i$, $\hat{f}(x_i) = V^T f(x_i)$, $\hat{E} = V^T E V$, $\hat{J}_i = V J_i V$.

Получаемая сокращенная модель всего устройства:

$$\begin{aligned} \hat{E} \frac{dz}{dt} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (\hat{f}(z_i) + \hat{J}_i(z - z_i) + \hat{B}_i u), \\ y &= \hat{C} z + D u. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Кусочно-полиномиальный подход. Как и выше используются s точек линеаризации $\{x_1, x_2, \dots, x_s\}$ для системы

$$\begin{aligned} E \frac{dx}{dt} &= A x + f(x) + B u, \\ y &= C x + D u, \end{aligned} \quad (2.5)$$

Для окрестности каждой точки линеаризации строится локальная модель (в данном случае полином второго порядка):

$$\begin{aligned} E \frac{dx}{dt} &= f(x_i) + J_i(x - x_i) + H_i(x - x_i) \otimes (x - x_i) + B_i u, \\ y &= C x + D u, \end{aligned} \quad (2.6)$$

Проекционный базис V_i для каждой полиномиальной модели может быть построен, используя технику любого из методов линейного понижения порядка. Если $V \in \mathbb{R}^{n \times q}$, каждая сокращенная полиномиальная модель размерности q выглядит следующим образом:

$$\hat{E} \frac{dz}{dt} = \hat{f}(z_i) + \hat{J}_i(z - z_i) + \hat{H}_i(z - z_i) \otimes (z - z_i) + \hat{B}_i u, \quad (2.7)$$

где J – якобиан системы, H – гессиан системы, $z_i = V^T x_i$, $\hat{f}(x_i) = V^T f(x_i)$, $\hat{E} = V^T E V$, $\hat{J}_i = V J_i V$ и $\hat{H}_i = V^T H V \otimes V$.

Сокращенная модель устройства будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{E} \frac{dz}{dt} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (\hat{f}(z_i) + \hat{J}_i(z - z_i) + \hat{H}_i(z - z_i) \otimes (z - z_i) + \hat{B}_i u), \\ y &= C [\sum_{i=1}^m w_i(z) (x_i + V(z - z_i))] \end{aligned} \quad (2.8)$$

Соответственно можно получить модель третьего порядка

$$\begin{aligned} \hat{E} \frac{dz}{dt} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (\hat{f}(z_i) + \hat{J}_i(z - z_i) + \\ &+ \hat{T}_i(z - z_i) \otimes (z - z_i) \otimes (z - z_i) + \hat{B}_i u), \\ y &= C [\sum_{i=1}^m w_i(z) (x_i + V(z - z_i))], \end{aligned} \quad (2.9)$$

где J - якобиан системы, H - гессиан системы, T - матрица дифференциала третьего порядка, $z_i = V^T x_i$, $\hat{f}(x_i) = V^T f(x_i)$, $\hat{E} = V^T E V$, $\hat{J}_i = V J_i V$ и $\hat{H}_i = V^T H V \otimes V$, $\hat{T} = V^T T V \otimes V \otimes V$.

Сокращенные модели более высоких порядков получаются аналогичным образом.

Анализ временных затрат при использовании моделей сокращенной размерности демонстрирует несоразмерное уменьшение времени моделирования степени сокращения размерности для нелинейных устройств. В разделе 4 приведены результаты моделирования во временной области тестовых устройств с применением моделей сокращенной размерности, полученных применением основных современных подходов понижения порядка моделей схем радиотехнических устройств. В частности, приведены результаты моделирования схемы, наиболее часто используемой при тестировании методов понижения порядка моделей - нелинейной RCD цепи. При этом, в одном из результатов моделирования (см. строку 4 таблицы 2 главы 4) степень сокращения размерности модели, полученной с помощью кусочно-аппроксимационного метода понижения порядка, равна 8 (размерность исходной модели – 800, сокращенной - 100), временные же затраты на моделирование сокращенной схемы меньше затрат на моделирование полной модели лишь в 3 раза. При аналогичном сокращении размерности линейного устройства временные затраты на моделирование сокращаются более существенно (см. рисунок 4.13 б) главы 4, который иллюстрирует сокращение затрат на моделирование в 100 раз при сокращении размерности модели относительно исходной (726) в 10 раз). Таким образом наблюдается относительно низкая эффективность модели сокращенной размерности в аспекте времени моделирования нелинейного устройства. При этом, длительность выполнения шага интегрирования для сокращенной модели, получаемой с помощью кусочной аппроксимации схемы, быстро растет при увеличении количества точек линеаризации (см. рисунок 4.31 главы 4).

Кусочно-аппроксимационные подходы используют интерполяцию для того, чтобы сформировать общую математическую модель устройства объединением локальных ОДУ, определенных около точек линеаризации, с использованием весовых функций. При этом наиболее часто используется метод обратных взвешенных расстояний (Inverse Distance Weighting interpolation, IDW), так же известный под названием метод Шепарда (Shepard's method) [115]:

$$w_i(x) = \frac{\exp\left(\frac{-\beta\|x - x_i\|}{\min_k\|x - x_k\|}\right)}{\sum_j \exp\left(\frac{-\beta\|x - x_j\|}{\min_k\|x - x_k\|}\right)}, \quad (2.10)$$

где: $w_i(x)$ – весовая функция, $\|x - x_i\|$ - расстояние между позицией точки в пространстве переменных состояний устройства и позицией i -й точки линеаризации, $\min_k\|x - x_k\|$ – расстояние между точкой и ближайшей точкой линеаризации.

Известный недостаток IDW методов [116] - это большие вычислительные затраты при определении расстояний от точки текущего состояния в многомерном пространстве состояний до всех точек линеаризации. При применении модели сокращенной размерности при расчете схемы устройства во временной области методами интегрирования этот недостаток усиливается, так как IDW должен повторно применяться для расчета производных на каждой итерации решения систем нелинейных алгебраических уравнений, на каждом шаге интегрирования анализа схемы во временной области. Временные затраты на вычисление расстояний с ростом количества точек линеаризации возрастают. Вычисление весовых функций так же является затратным в аспекте вычислительных ресурсов.

2.2 Разработка алгоритма эффективного отбора точек в кусочно-аппроксимационных подходах понижения порядка

Воспользуемся обстоятельством, что весовые функции в IDW быстро уменьшаются с увеличением расстояния и наибольшее влияние на вычисляемые значения оказывают соседние с точкой состояния точки линеаризации.

Пусть вблизи текущей точки находятся две точки линеаризации, расстояние до первой из них вдвое больше чем до второй. При значении параметра $\beta = 25$ ([75]), значение весовой функции для первой точки будет почти нулевым ($w(1)=1.4e-11$), для второй точки почти равным единице ($w(2)=1-(1.4e-11)$).

Учитывая это свойство весовых функций, целесообразно пренебречь влиянием точек, которые находятся далеко от точки текущего состояния и отказаться от вычисления весовых функций для них, чтобы уменьшить вычислительную сложность.

Задача определения ближайшего окружения точки текущего состояния является классической для теории алгоритмов, известна как “поиск ближайших соседей” (Дональд Кнут в «Искусство компьютерного программирования» (1973) назвал ее проблемой почтового отделения (post-office problem) [117]).

Прямой алгоритм решения этой проблемы очевиден и состоит в определении набора расстояний от точки текущего состояния до всех точек линеаризации и отбора из него необходимых точек, являющихся соседними. Условно эта ситуация изображена на рисунке 2.1. Здесь красным обозначены точки линеаризации, зеленым – точка пространства переменных состояния, соответствующая текущему состоянию.

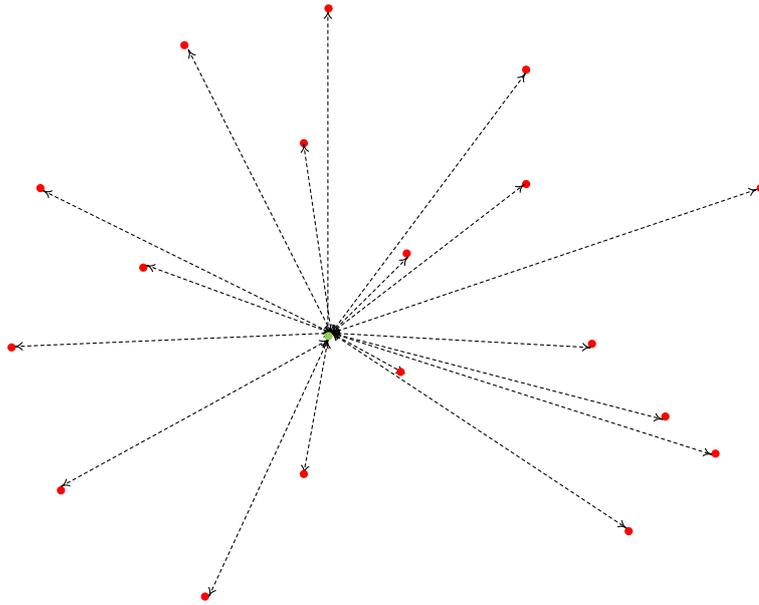


Рисунок 2.1 – Расстояния определяются до всех точек линеаризации

Для пространств размерности 3..4 известны более производительные алгоритмы (с использованием диаграмм Вороного, триангуляции Делоне) поиска ближайших соседних точек. Для пространств размерности больше 10 эффективных алгоритмов, решающих эту задачу быстрее основного алгоритма, в настоящее время не существует.

Вместе с тем, можно предложить более эффективный, чем основной, алгоритм определения ближайшего окружения в пространстве размерности больше 10. При этом, мы предлагаем использовать свойства так называемой матрицы дистанций (Closeness matrix, CM, матрица расстояний).

Положим, что построена матрица дистанций D , содержащая информацию о расстояниях между всеми точками линеаризации (размерность пространства не существенна).

Свойства матрицы дистанций D :

- 1) $d_{ij} \geq 0$ – неотрицательность элементов;
- 2) $d_{ii} = 0$ – главную диагональ составляют нулевые элементы (аксиома тождества);
- 3) $d_{ij} + d_{jk} \geq d_{ik}$,- аксиома треугольника;
- 4) $d_{ij} = d_{ji}$,- аксиома симметрии.

Свойство 3) матрицы дистанций дает возможность оценки верхней границы величин дистанций до остальных точек линеаризации. Вместе с тем, для определения ближайшего окружения необходим механизм оценки нижней границы величин дистанций. Легко показать (примечание 1), что если заданы точки i, j , дистанция между ними d_{ij} (элемент матрицы дистанций на пересечении i -строки и j -столбца (или j -строки и i -столбца)), то при задании точки x (текущего состояния) и дистанции $\|x - x_j\|$, оценка нижней границы дистанции $\|x - x_i\|$ составляет:

$$\|x - x_i\| \geq \|d_{ij} - \|x - x_j\|\|. \quad (2.11)$$

Примечание 1 - Пусть даны 3 точки: А, В, Х, дистанция d_{AB} , дистанция d_{AX} . Из аксиомы треугольников $d_{BX} \leq d_{AB} + d_{AX}$ – оценка верхней границы дистанции по двум смежным. С другой стороны:

$$\begin{aligned} d_{AX} &\leq d_{AB} + d_{BX}, \quad d_{AB} \leq d_{AX} + d_{BX}, \quad 0 \leq d_{BX}. \\ d_{AX} - d_{AB} &\leq d_{BX}, \quad d_{AB} - d_{AX} \leq d_{BX}, \quad 0 \leq d_{BX}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Отсюда $d_{BX} \geq |d_{AX} - d_{AB}|$ – оценка нижней границы дистанции по двум смежным.

Выражение (2.11) позволяет провести оценку нижней границы значения расстояния от точки текущего состояния до всех точек линеаризации. Ограничение этого условия значением расстояния между x и j : $\alpha \|x - x_j\| \geq \|d_{ij} - \|x - x_j\|\|$, при $\alpha = 1$ позволяет отобрать из всего множества точек линеаризации те, оценка нижней границы расстояния которых попадает в сферу (размерности пространства состояний) с центром в j и радиусом $2\|x - x_j\|$. В этот интервал гарантировано попадают равноудаленные с тестовой точкой и более близкие к точке текущего состояния. При $\alpha = 1.5$ в сферу с центром j и радиусом $3\|x - x_j\|$ гарантированно попадут точки, удаленные от текущей на расстояние $2\|x - x_j\|$.

Принцип предлагаемого подхода заключается в замене расчета расстояний от точки текущего состояния до каждой точки линеаризации оценкой этих расстояний с использованием информации о расстояниях в матрице дистанций.

Иллюстрация этого принципа показана на рисунке 2.2. На данном рисунке: x – точка (текущее состояние), A, B, C – точки (точки линеаризации), расстояния между ними известны (d_{AB}, d_{AC}, d_{BC}), расстояние от x до A известно (d_{xA}). Данный рисунок иллюстрирует ответ на вопрос: могут ли другие точки быть ближе к x , чем точка A ?

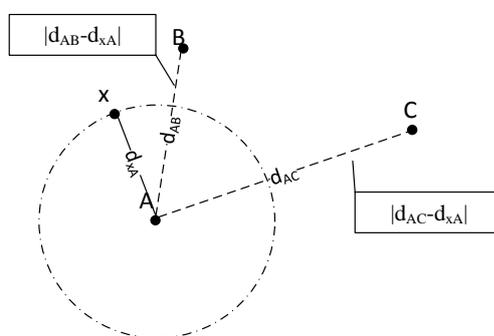


Рисунок 2.2 - Иллюстрация к оценке расстояний: Как оценить расстояния от x до B и C , если расстояния между A, B, C известны, расстояние между x и A известно?

Точка B : В треугольнике xAB должно быть удовлетворено неравенство $d_{xB} > |d_{AB} - d_{xA}|$. То есть минимальная оценка расстояния от x до B равна $|d_{AB} - d_{xA}|$. Сравнивая это расстояние с d_{xA} , имеем ответ на опрос: да, точка B может быть ближе к x , чем точка A .

Точка C : В треугольнике xAC должно быть удовлетворено неравенство $d_{xC} > |d_{AC} - d_{xA}|$. Минимальная оценка расстояния от x до C равно $|d_{AC} - d_{xA}|$. Сравнивая это расстояние с d_{xA} , имеем ответ на вопрос: нет, точка C не может быть ближе к x , чем точка A .

То есть, зная расстояние между точками и расстояние до одной из них (от текущего состояния), оказывается возможным определить заведомо отдаленные

точки и не рассматривать их в качестве претендентов на ближайшее окружение при вычислении весовых функций.

Положим, что матрица дистанций базовых точек (точек линейаризации) уже сформирована на этапе подготовки кусочно-аппроксимационной модели. Положим, что известна дистанция от текущей точки до какой-либо точки линейаризации. Эта ситуация для того же множества точек, как на рисунке 2.2, изображена на рисунке 2.3. Черным показана точка расстояние от которой до текущей известно (далее называется тестовой). Значения расстояний от тестовой точки до всех остальных определяют строку матрицы дистанций.

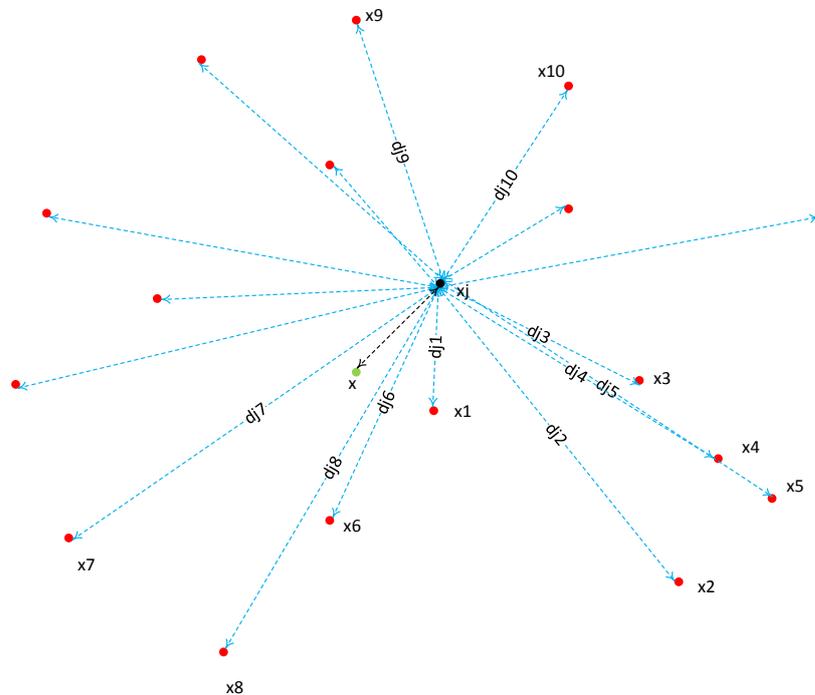


Рисунок 2.3 – Расстояния от тестовой точки до всех точек линейаризации

Рисунок 2.4 иллюстрирует эту ситуацию. На данном рисунке внутри коричневой окружности показаны претенденты на ближайшее окружение, внутри зеленой ближайшее окружение текущего состояния.

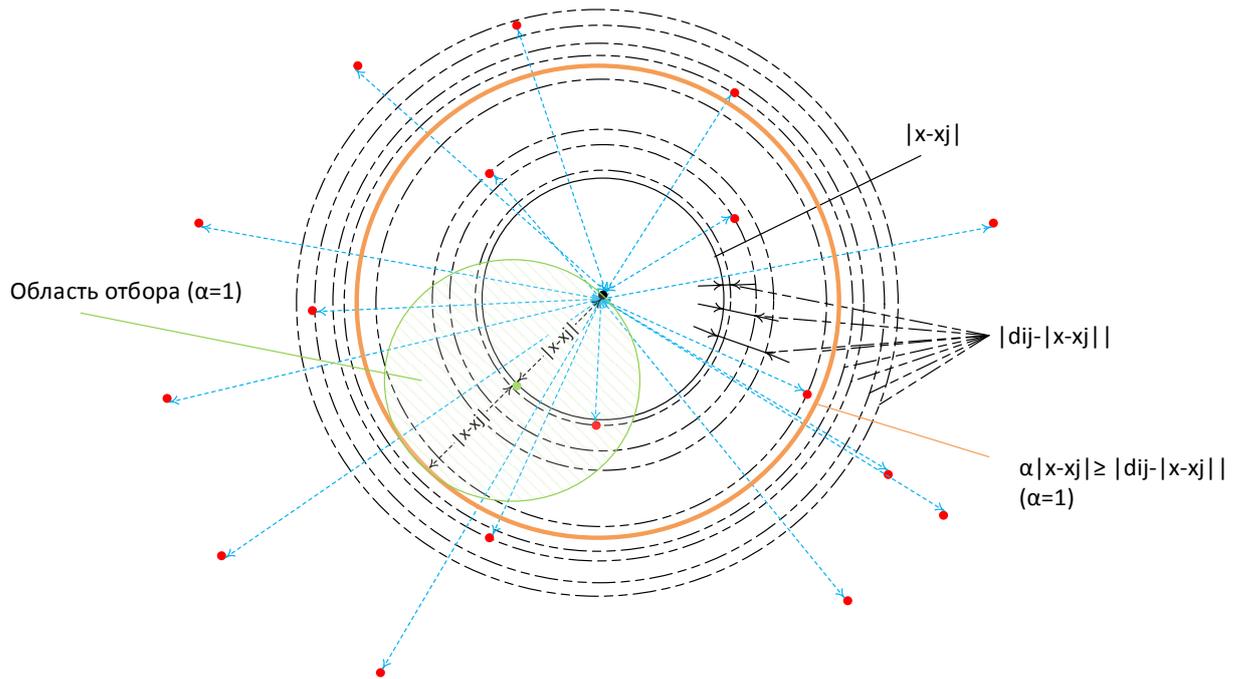


Рисунок 2.4 – Иллюстрация оценки расстояний для отбора ближайшего окружения [21-23, 25]

Таким образом, предлагается следующий алгоритм определения ближайшего окружения текущей точки состояния:

- а) Задание тестовой точки (предположительно ближайшей) j . Целесообразно в качестве тестовой точки использовать ближайшую, определенную на предыдущем шаге интегрирования (или произвольную для первого шага); расчёт расстояния от текущего состояния X до тестовой точки: d_{Xj} ;
- б) Расчет нижних границ оценок расстояния для всех точек. Отбор претендентов на ближайшее окружение $\|d_{ij} - d_{Xj}\| \leq \alpha d_{Xj}$, здесь i – проверяемая точка линеаризации, d_{ij} – столбец матрицы дистанций.
- в) Вычисление расстояний от X до претендентов.
- г) Отбор ближайшего окружения.

Проиллюстрируем работу алгоритма на плоской сетке. Пусть точки линеаризации расположены регулярно на плоскости и имеют координаты: $r(1,1)$, $r(1,2)$, $r(1,N), \dots$, $r(2,1)$, $r(2,2)$, $r(2,N), \dots$, $r(N,1)$, $r(N,2)$, \dots , $r(N,N)$. На рисунке 2.5 представлены результаты работы программной реализации алгоритма при поиске ближайшей ($\alpha = 1$) для трех вариантов выбора тестовой точки в двумерном

пространстве. Обозначения на рисунке: точки линеаризации – красные точки, точка текущего состояния – зеленая окружность, тестовая точка – черная звезда, отобранные на шаге 2 алгоритма точки – синие окружности вокруг красных точек, найденная на шаге 4 ближайшая точка – малиновый квадрат. Рисунок иллюстрирует, что при более точном выборе тестовой точки, как предположительно ближайшей, алгоритм отбирает меньшее количество точек как претендентов на ближайшее окружение точки текущего состояния.

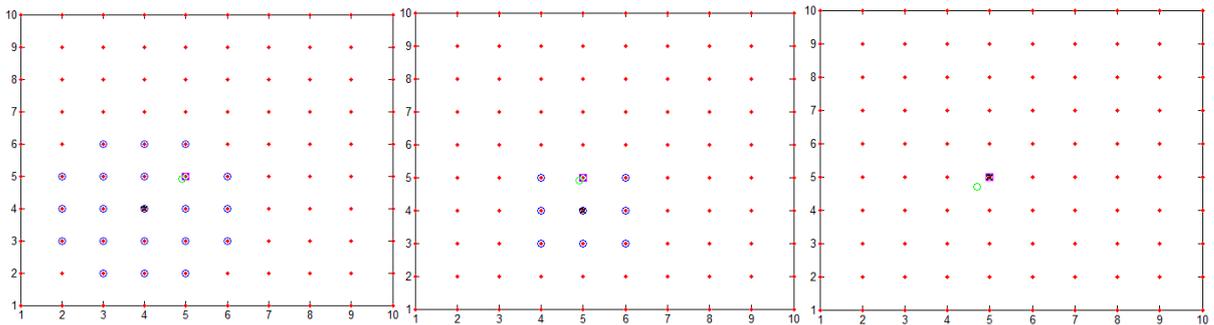


Рисунок 2.5 - Результаты алгоритма для плоской сетки

Покажем эффективность алгоритма на сетке в многомерном пространстве. В качестве сетки используем точки, размещенные в вершинах многомерного куба. Ребра куба ориентированы вдоль координатных осей, длины ребер равны единице. В связи с тем, что общее число вершин такого куба равно 2^D (D – размерность пространства), мы не имеем возможности заполнить сетку полностью для размерности пространства больше 25 (вычисления проводятся на ПК с ОЗУ 4Гб, при этом максимальная размерность массива в Matlab составляет 3947 МБ (результат выполнения команды *memory*), для полной записи координат вершин требуется D слов двойной точности, решение уравнения $3947\text{Мб}=4*D*2^D$ (25,2) определяет максимальную размерность пространства, в котором кубическая сетка может быть заполнена полностью). По этой причине иллюстрацию проведем на специальной сетке, построенной следующим образом. Заполним все вершины, расположенные на координатных осях единичного куба вокруг (и в) точки с координатами $[0, \dots, 0]$. Заполним все вершины, расположенные на координатных осях единичного куба (и в) точки с

координатами $[1, \dots, 1]$, т.е. находящейся на диагонали куба и наиболее удаленной от первой точки. Проведем моделирование движения точки с текущей координатой, изменяющейся по двум сценариям: вдоль ребра куба, вдоль диагонали куба. При том будем проводить измерения времени нахождения ближайшей точки предложенным алгоритмом (T_p) в сравнении с временем нахождения ближайшей точки алгоритмом, реализованным в Matlab (функция `dsearchn`) (T_d). Первый сценарий изменения координаты для предложенного алгоритма является “благоприятным”. Второй сценарий для предложенного алгоритма должен быть более затруднительным, так как при относительно большой длине диагонали куба (\sqrt{D}), при значительной размерности D , расстояние от текущей координаты на диагонали до начала координат может стать сравнимым с расстоянием до остальных точек даже при относительно небольшом смещении текущей координаты от ближайшей точки. Это приведет к тому, что отбор точек может стать менее эффективным.

Например, при размерности пространства $D=100$, длина диагонали куба равна 10, при расстоянии от точки до вершины больше 0.5 (1/20 длины диагонали) алгоритм отберет прилегающие к вершине точки (находящиеся от нее на расстоянии 1), т.е. половину сетки.

На рисунке 2.6 приведены результаты эффективности (отношения T_p к T_d) предложенного алгоритма для сетки сформированной описанным способом для размерностей пространства 100, 500, 1000, 2000 при изменении текущей координаты по первому сценарию. Рисунок 2.7 содержит аналогичные результаты для второго сценария.

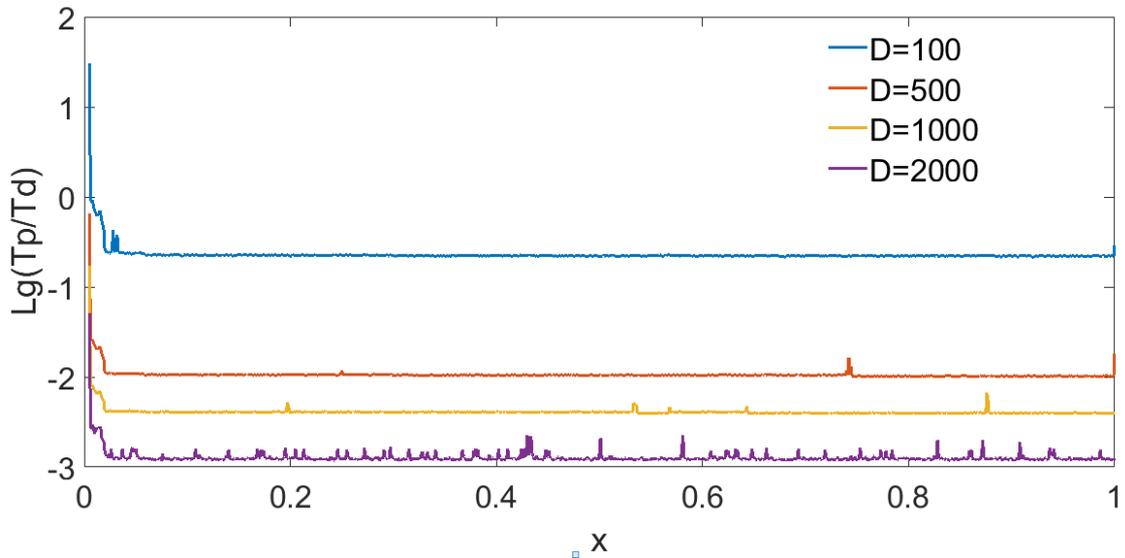


Рисунок 2.6 - Результаты эффективности предложенного алгоритма (изменение координаты вдоль ребра куба)

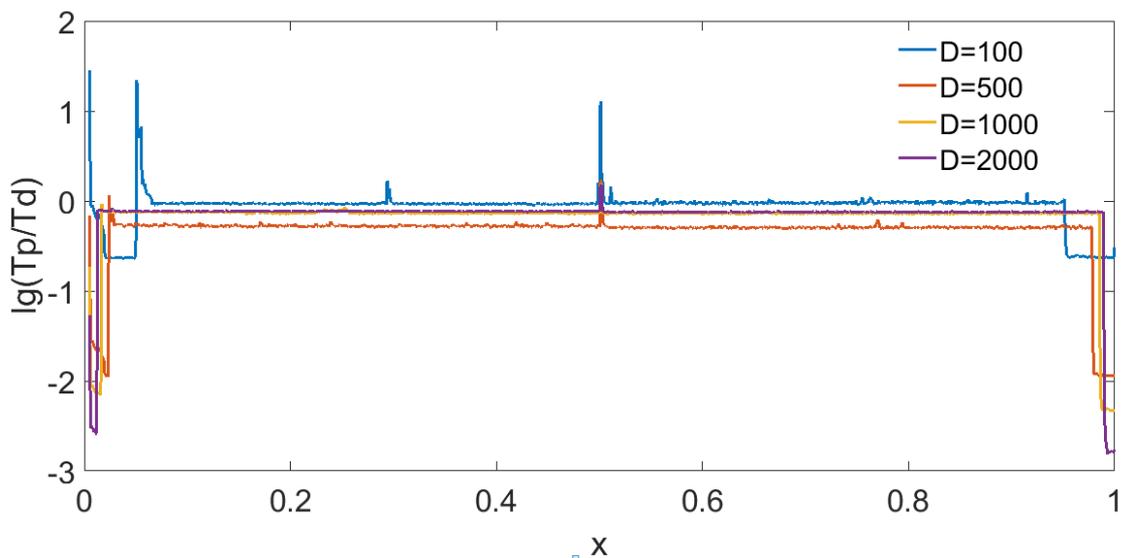


Рисунок 2.7 - Результаты эффективности предложенного алгоритма (изменение координаты вдоль диагонали куба)

Как было отмечено выше, рисунок 2.7 иллюстрирует отмеченное выше замечание о том, что отбор точек становится менее эффективным при движении по второму сценарию (по диагонали куба). На графиках можно выделить области, где алгоритм эффективен (вблизи крайних точек диагонали) и область, где алгоритм малоэффективен. Как отмечено, причиной наличия области с низкой эффективностью является относительно быстрый рост дистанции от точки

текущей позиции до ближайшей точки (начальной вершины куба) при применении Евклидова способа вычисления дистанции. При этом, когда расстояние от точки текущей позиции до вершины куба составит половину от расстояния между этой точкой и вершин, примыкающих к начальной вершине (равноудаленные от точки текущей позиции для сетки, описанной выше и второго сценария), в список точек, отобранных для анализа, попадут все упомянутые точки, т.е. половина точек сетки. Очевидно, что эффективность алгоритма можно повысить, используя способ вычисления расстояния с большим порядком Минковского. На рисунке 2.8 приведены результаты применения дистанции Минковского ($d_{xy} = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^D (x_i - y_i)^p}$), где p – порядок Минковского, $p = b \lg(D)$) для тестового примера, результаты которого приведены на рисунке 2.7 при $D=500$, $b=1, 10, 50$.

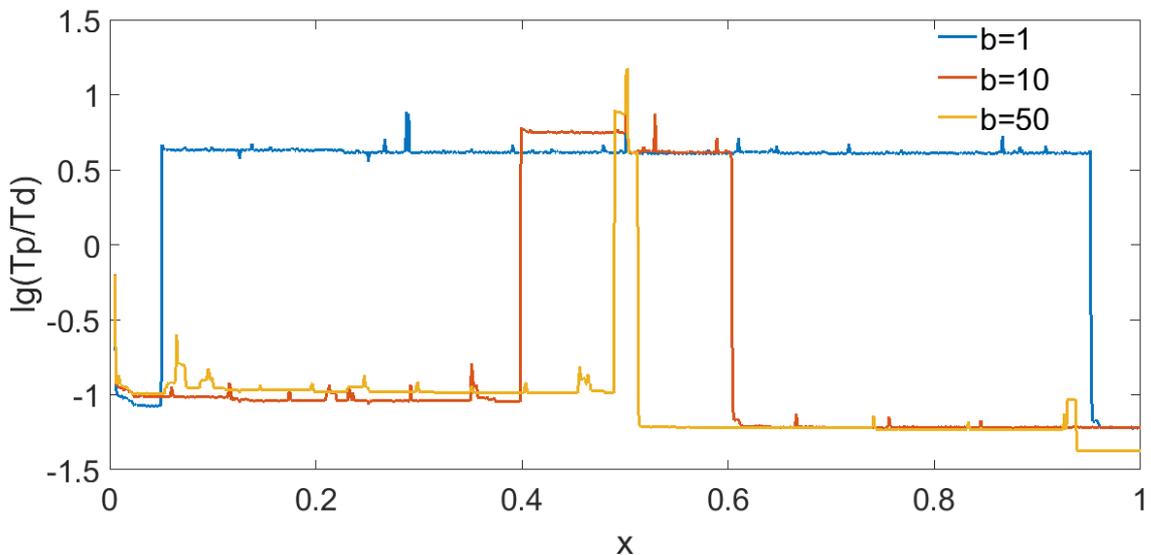


Рисунок 2.8 - Увеличение области эффективности алгоритма использованием дистанции Минковского

Как видно на рисунке, применение дистанции Минковского, с одной стороны, связано с увеличением накладных расходов работы алгоритма при вычислении расстояний и существенно снижает эффективность алгоритма в области низкой эффективности. С другой стороны, ширина области низкой

эффективности может быть существенно снижена применением дистанции Минковского с высоким значением порядка.

Применение изложенного алгоритма может существенно снизить вычислительные затраты при использовании для кусочно-аппроксимационных моделей сокращенной размерности за счет того, что:

а) Уменьшается количество точек для которых вычисляются весовые функции;

б) Часть вычислительных затрат по определению расстояний вынесена на этап подготовки модели сокращенной размерности и выполняется один раз при формировании матрицы дистанций;

в) Кроме этого, при анализе во временной области, как правило, смещение точки текущего состояния от шага к шагу интегрирования существенно меньше дистанций между точками линеаризации, поэтому можно использовать предыдущую ближайшую точку как тестовую на следующем шаге, что обеспечит минимальность набора точек ближайшего окружения.

2.3 Модифицированный проекционный метод в кусочно-аппроксимационных подходах понижения порядка

В работе [118] показано, что результаты применения кусочно-аппроксимационных методов понижения порядка имеют значительную погрешность и являются вычислительно затратными. Первое обстоятельство связано в первую очередь с использованием проекционного базиса, который производит усреднение нелинейного поведения устройства во всем динамическом диапазоне.

Эти подходы используют метод Правильной Ортогональной Декомпозиции для определения проекционного базиса, который необходим для сокращения всей модели устройства. При этом в качестве проекционной матрицы обычно применяют левую матрицу сингулярного разложения массива координат точек

траектории в пространстве состояний моделируемого объекта, получаемых на этапе обучения модели. Отбрасыванием столбцов проекционной матрицы (проекционного базиса), которые соответствуют незначимым по величине сингулярным значениям, получают линейное преобразование, уменьшающее размерность базиса переменных состояния.

Можно показать, что нередуцированная проекционная матрица определяет изоафинное преобразование пространства состояний в себя. В исходном пространстве состояния точки линеаризации распределены в области N -мерного параллелепипеда (динамический диапазон). При этом это преобразование изменяет точку отчета и определяет новый координатный базис (ортогональный), такой что преобразование отображает этот параллелепипед в тождественный исходному, но ориентированному таким образом, что проекция его на первый координатный вектор максимальна, на последний минимальна.

Традиционный подход основан на проецировании всего динамического диапазона пространства состояний модели устройства и отбрасывании информации по тем координатным составляющим, влияние которых ничтожно в пределах выбранной нормы. Вместе с тем, в разных областях динамического диапазона влияние различных переменных состояния на результат может быть различным, это проявляется в том, что проекционные матрицы, построенные в различных областях динамического диапазона различны. Очевидно, что при редукции глобальной проекционной матрицей (отбрасывании информации по тем координатным составляющим, влияние которых ничтожно в пределах выбранной нормы) может быть потеряна информация о свойствах исходного пространства, существенная в отдельном участке пространства состояний.

Для повышения точности кусочно-аппроксимационных подходов предлагается использовать модифицированный проекционный метод. При этом, будем использовать проекционные матрицы, построенные на участках траектории (локальные проекции), для учета свойств различных участков динамического диапазона и обеспечивающих приведение к общему проекционному

пространству, посредством общего проекционного базиса (глобальной проекции траектории). Частичные проекционные матрицы образуют в пространстве состояний модели различные ортонормированные координатные базисы (с отличающимися началами координат и направлениями координатных векторов), оптимальные с точки зрения учета влияния переменных состояния исходного пространства в той части пространства, где они построены.

Для изложения подхода положим, что математическая модель устройства представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= Ax + f(x) + Bu, \\ y &= Cx + Du.\end{aligned}\tag{2.13}$$

Здесь x – вектор мгновенных значений переменных состояний, y – вектор мгновенных значений выходных переменных, A, B, C, D - матрицы ЛТИ модели устройства (линейная стационарная), $f(x)$ - вектор-функция, представляющая моделируемые нелинейные свойства.

Построение модели сокращенной размерности предлагается выполнением следующих операций:

а) Расчет отклика полной математической модели устройства при «обучающих» входных воздействиях с сохранением информации о траекториях переменных состояния $x_i \in R^m$, где m – размерность вектора x_i , n - число точек траектории. При этом, информация о траектории состояния устройства представляется последовательностью точек пространства состояний $X = \text{span}\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Само исходное пространство (размерность - m) обозначим как \mathcal{X} .

б) Расщепление траектории изменения состояния на участки, такие что в участок J попадают точки траектории, в которых ошибка применения линейной модели не превышает заданного значения:

$$\|A_J x_i - A_i x_i\| \leq \varepsilon,\tag{2.14}$$

где A_J – матрица A для некоторого x_i , $i \in J$

в) Построение проекционного базиса каждого участка траектории с использованием сингулярного разложения: матрица $X_J = [x_J \ x_{J+1} \ \dots \ x_{J+K_J-1}] \in R^{m \times K_J}$, $r_J = \text{rank}(X_J)$, K_J – число точек в интервале J , аппроксимируется матрицей $X_J^* = U_J \Sigma_J V_J^T$, $k_J = \text{rank}(X_J^*)$, $k_J < r_J$. При этом, среднеквадратичная ошибка для участка: $\|X_J - U_J X_J^*\| = \sqrt{\sum_{l=k_J+1}^{r_J} \sigma_{Jl}^2}$ для заданного k_J минимальна по свойствам сингулярного разложения (здесь $X_J = U_J \mathcal{E}_J \mathcal{V}_J^T$ сингулярное разложение X_J), $\mathcal{E}_J = \text{diag}(\sigma_{J1}, \sigma_{J2}, \dots, \sigma_{Jr})$, $\sigma_{J1} \geq \sigma_{J2} \geq \dots \geq \sigma_{Jr} > 0$.

Т.к. U_J и V_J ортогональны и унитарны, то $X_J^* = \sum_{j=1}^{k_J} \sigma_{Jj} u_{Jj} v_{Jj}^T$ ($X_J = \sum_{j=1}^{r_J} \sigma_{Jj} u_{Jj} v_{Jj}^T$), т.е. вектора $\{u_{J1}, \dots, u_{Jk}\}$ являются ортонормированным базисом X_J^* (X_J) и

$$x_i = U_J x_i^*. \quad (2.15)$$

Результатом в) является набор $[U_1, U_2, \dots, U_{K-1}]$, проецирующих исходное пространство состояний в набор пространств меньшей размерности, имеющих различный координатный базис и, в общем случае, возможно несвязанных. Эти пространства обозначим как \mathcal{X}_J^* .

г) Применение проекционного базиса **в локальной точке (точке линеаризации)** i участка J (индекс J обозначает принадлежность к J участку, будем записывать сверху):

Подставив (2.15) в (2.13), имеем:

$$U^J \frac{dx_i^*}{dt} = A_i^J U^J x_i^* + f(U^J x_i^*) + B_i^J u_i, \quad (2.16)$$

$$y_i = C_i^J U^J x_i^* + D u_i$$

или с учетом ортогональности U^{JT} и U^J :

$$\frac{dx_i^*}{dt} = U^{JT} A_i^J U^J x_i^* + U^{JT} f(U^J x_i^*) + U^{JT} B_i^J u_i. \quad (2.17)$$

Введя обозначения $A_i^{J*} = U^{JT} A_i^J U^J$, $f^{J*}(x_i^*) = U^{JT} f(U^J x_i^*)$, $B_i^{J*} =$

$$U^{J^T} B_i^J, C_i^{J^*} = C_i^J U^J:$$

$$\frac{dx_i^*}{dt} = A_i^{J^*} x_i^* + f^{J^*}(x_i^*) + B_i^{J^*} u_i. \quad (2.18)$$

Очевидно (2.18) имеет место внутри каждого участка, между участками прямое склеивание траектории в общем случае является проблемой.

В связи с этим, склеивание участков целесообразно проводить в однородном координатном базисе.

Получим проекционную матрицу U , общую для всей траектории и для вектора X_J , собранного из точек J пункта б) процедурой описанной в в). Аналогично (2.15) (для участка траектории) имеем для сокращенного базиса следующую связь (построена по всей траектории):

$$x = U\bar{x}, \quad (2.19)$$

где \bar{x} – проекция точки $x \in \mathcal{X}$ на общее пространство меньшей размерности (обозначим как $\bar{\mathcal{X}}$).

Т.к. (2.15) построена по участку траектории J , а (2.19) по всей траектории, то для точек J должно выполняться равенство:

$$x = U\bar{x} = U^J x^*, \quad (2.20)$$

или в силу ортогональности U^T и U , U^{J^T} и U^J , соотношения проекции локальных пространств сокращенной размерности в общее и обратно:

$$\bar{x} = U^T U^J x^*, x^* = U^{J^T} U \bar{x}. \quad (2.21)$$

(2.13) в переменных **общего** пространства сокращенной размерности (с использованием (2.19)):

$$U \frac{d\bar{x}_i}{dt} = A_i U \bar{x}_i + f(U \bar{x}_i) + B_i u_i, \quad (2.22)$$

$$y_i = C_i U \bar{x}_i + D_i u_i.$$

Таким образом общий и локальные проекционные базисы схематично показаны на рисунке 2.9.

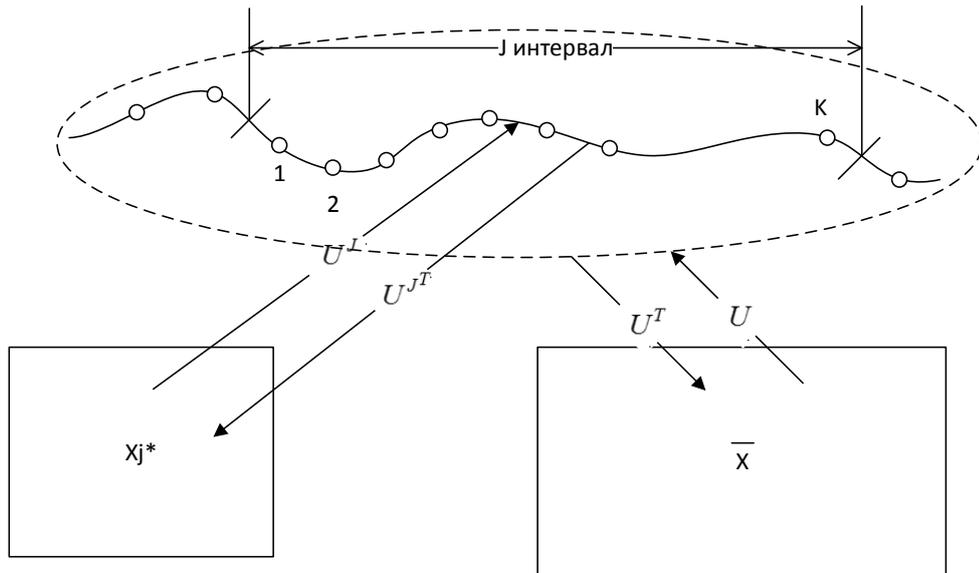


Рисунок 2.9 – Общий и локальные проекционные базисы

Введя обозначения: $\bar{A}_i = U^T A_i U$, $\bar{f}(\bar{x}_i) = U^T f(U\bar{x}_i)$, $\bar{B}_i = U^T B_i$, $\bar{C}_i = C_i U$, при умножении частей первого уравнения на U^T , с учетом ортогональности матрицы U , имеем классический вариант (эквивалентно (1.39)):

$$\frac{d\bar{x}_i}{dt} = \bar{A}_i \bar{x}_i + \bar{f}(\bar{x}_i) + \bar{B}_i u_i, \quad (2.23)$$

$$y_i = \bar{C}_i \bar{x}_i + D_i u_i.$$

Решение (2.23) происходит в общем пространстве сокращенной размерности. Сшивание решения в локальных областях, определенных участками траектории – проекций в общее пространство сокращенной размерности производится применением весовых функций, при этом (эквивалентно (1.40)):

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \sum_{l=1}^L w_l(\bar{x}) (\bar{A}_l \bar{x} + \bar{f}(\bar{x}_l) + \bar{B}_l u),$$

$$y = \sum_{l=1}^L w_l(\bar{x}) (\bar{C}_l \bar{x} + D_l u), \quad (2.24)$$

$$\sum_{l=1}^L w_l(\bar{x}) = 1,$$

$$\lim_{\bar{x} \rightarrow \bar{x}_l} w_l(\bar{x}) = 1.$$

Примечание 2: Уравнение в (2.23) описывает производные в точках проецирования. При применении уравнения к \bar{X} (т.е. в том числе для точек не совпадающих с точкой проецирования \bar{x}_i) – линейная модель для кусочно-линейного подхода (для кусочно-полиномиального подхода второе слагаемое зависит от x нелинейно):

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{x}^i}{dt} &= \bar{A}_i\bar{x} + \bar{f}(\bar{x}_i) + \bar{B}_i u, \\ y &= \bar{C}_i\bar{x} + D_i u.\end{aligned}\quad (2.25)$$

Чтобы подчеркнуть отличие от (2.23), индекс уравнения здесь и ниже обозначим надстрочным индексом, т.е. уравнение построено по первой точке, второй и т.д.

Вместе с тем, внутри областей \mathcal{X}_j^* (внутри интервала J) (2.18) имеет меньшую локальную погрешность, чем (2.24). Поэтому целесообразно использовать компоненты первого уравнения (2.18) в системе ОДУ, описывающих поведение устройства в общем пространстве сокращенной размерности.

Распишем первое уравнение в (2.24) подробнее:

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{x}}{dt} &= \sum_{l=1}^L w_l(\bar{x}) (\bar{A}_l\bar{x} + \bar{f}(\bar{x}_l) + \bar{B}_l u) = w_1(\bar{x})(\bar{A}_1\bar{x} + \bar{f}(\bar{x}_1) + \bar{B}_1 u) + \\ &+ w_2(\bar{x})(\bar{A}_2\bar{x} + \bar{f}(\bar{x}_2) + \bar{B}_2 u) + w_3(\bar{x})(\bar{A}_3\bar{x} + \bar{f}(\bar{x}_3) + \bar{B}_3 u) + \dots + \\ &+ w_L(\bar{x})(\bar{A}_L\bar{x} + \bar{f}(\bar{x}_L) + \bar{B}_L u) = \\ &= w_1(\bar{x}) \frac{d\bar{x}^1}{dt} + w_2(\bar{x}) \frac{d\bar{x}^2}{dt} + w_3(\bar{x}) \frac{d\bar{x}^3}{dt} + \dots + w_L(\bar{x}) \frac{d\bar{x}^L}{dt}.\end{aligned}\quad (2.26)$$

Т.к. (см. (2.21)) $\bar{x} = U^T U^J x^*$, и матрицы $U^T U^J$ не зависят от времени, то используя (2.16):

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{x}}{dt} &= w_1(\bar{x}) \frac{d\bar{x}^1}{dt} + w_2(\bar{x}) \frac{d\bar{x}^2}{dt} + w_3(\bar{x}) \frac{d\bar{x}^3}{dt} + \dots + w_L(\bar{x}) \frac{d\bar{x}^L}{dt} = \\ &= w_1(\bar{x}) U^T U^J \frac{dx^{*1}}{dt} + w_2(\bar{x}) U^T U^J \frac{dx^{*2}}{dt} + w_3(\bar{x}) U^T U^J \frac{dx^{*3}}{dt} + \dots +\end{aligned}\quad (2.26)$$

$$\begin{aligned}
& + w_L(\bar{x})U^T U^J \frac{dx^{*L}}{dt} = w_1(\bar{x})U^T U^J \left(A_1^{J*} x^* + f_1^{J*}(x^*) + B_1^{J*} u \right) + \dots + \\
& + w_L(\bar{x})U^T U^J \left(A_L^{J*} x^* + f_L^{J*}(x^*) + B_L^{J*} u \right).
\end{aligned}$$

Здесь подстановка (2.16) осуществлена с учетом примечания 2, т.е. не только для точек проецирования.

Группируем и получаем для точки \bar{x} , попадающей в интервал J :

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{x}}{dt} &= \sum_{l=1}^L w_l(\bar{x})U^T U_l^{J,l \in J} \left(A_l^{J,l \in J*} x^* + f_l^{J,l \in J*}(x_l^*) + B_l^{J,l \in J*} u \right) = \\
&= \sum_{l=1}^L w_l(\bar{x}) \left(U^T U_l^{J,l \in J} A_l^{J,l \in J*} (U_l^{J,l \in J})^T U \bar{x} + U^T U_l^{J,l \in J} f_l^{J,l \in J*}(x_l^*) + \right. \\
&\quad \left. + U^T U_l^{J,l \in J} B_l^{J,l \in J*} u \right), \tag{2.27}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y &= \sum_{l=1}^L w_l(\bar{x}) (C_l U_l^{J,l \in J} (U_l^{J,l \in J})^T U \bar{x} + D_l u) = \\
&= \sum_{l=1}^L w_J(\bar{x}) (C_l U \bar{x} + D_l u),
\end{aligned}$$

где J – номер участка траектории, в котором находится текущая суммируемая точка.

Последнее выражение имеет следующий алгоритмический смысл, решение (2.27) происходит в проекции исходного пространства, построенного применением общего отображения U , но формирование системы уравнений происходит при использовании результатов применения локальных отображений, построенных по участкам траектории. При этом, для отличающихся участков траектории (областей пространства состояний) эти результаты могут отличаться составом переменных, существенных для описания этих участков (существенность переменных обеспечивается в силу свойств используемого сингулярного разложения), и размерностью проекции, обусловленной локальным отображением.

Проиллюстрируем последнее на примере нелинейной цепи рисунка 2.10 при моделировании в Simulink Matlab.

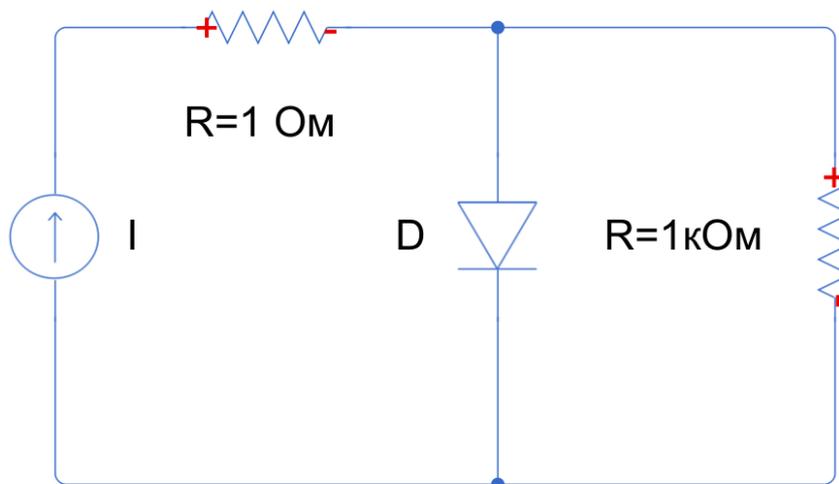


Рисунок 2.10 – Нелинейная цепь в Simulink

Переменными, описывающими цепь, являются напряжение на диоде (V_D) и ток через него (I_D) ($\begin{bmatrix} I_D \\ V_D \end{bmatrix}$) (математическая модель цепи построена табличным методом). Параметры диода: экспоненциальная модель, значение тока насыщения – $I_s=1e-12$, коэффициент эмиссии – $N=1$, сопротивление диода – $R_s=0.01$. Средствами Matlab проведем численное моделирование цепи при изменении входного источника тока от $-1A$ до $100A$. Построим проекционные базисы на интервалах от $-1A$ до $0A$ и от $99A$ до $100A$ (в условиях пренебрежения сингулярными значениями, влияние которых по норме Фробениуса менее 10^{-3}). Общий проекционный оператор при описанных условиях для цепи (промежуточные результаты описанных выше операций алгоритма опущены): $U = \begin{bmatrix} 0.0003 & 1 \\ 1 & -0.0003 \end{bmatrix}$. Локальные проекционные операторы: $U_1^* = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ для первого интервала и $U_2^* = \begin{bmatrix} -1 \\ -0.0084 \end{bmatrix}$ для второго. Выполним отображение исходного пространства переменных математической модели для интервалов: $U_1^{*T} * \begin{bmatrix} I_D \\ V_D \end{bmatrix} = -V_D$, $U_2^{*T} * \begin{bmatrix} I_D \\ V_D \end{bmatrix} \approx -I_D$. Т.е. на разных интервалах в частных проекциях набор переменных, описывающих поведение устройства, различный,

соответствующие линейные операторы, связывающие входные и выходные переменные в интервалах имеют различную размерность физических величин.

Таким образом, свойством метода является “автоматическое” определение набора переменных состояния, описывающего свойства модели для конкретной области пространства состояний наилучшим, в аспекте сингулярных значений, образом. За счет большей детализации описания пространства состояния достигается большая адекватность динамического поведения общей математической модели устройства по сравнению с методами, использующими только общий проекционный базис. Применение изложенного подхода может существенно повысить адекватность получаемых моделей сокращенной размерности, при использовании в кусочно-аппроксимационных моделях, за счет сохранения информации о свойствах всего исходного пространства переменных состояния полной модели.

2.4 Выводы

1. Разработан новый алгоритм отбора точек пространства переменных состояния, позволяющий повысить эффективность применения моделей сокращенной размерности радиотехнических устройств.

2. Разработанный алгоритм отбора точек может иметь самостоятельное значение, в том числе, для применения в программном обеспечении, оперирующем объектами в многомерном пространстве состояний, также возможно применение алгоритма в компонентах встроенных систем.

3. Разработан новый модифицированный проекционный метод, позволяющий повысить адекватность моделей сокращенной размерности радиотехнических устройств.

4. Применение сочетания разработанных модифицированных методов и алгоритмов дает возможность формирования нового типа моделей сокращенной

размерности, обладающих более высокими показателями в аспектах использования вычислительных ресурсов и адекватности.

5. Разработанные модифицированные методы и алгоритмы могут использоваться самостоятельно или в составе коммерческих средств проектирования при использовании программных интерфейсов (API) этих средств для импорта структур данных и программных функций модели сокращенной размерности.

Разработка алгоритма отбора точек выполнялась в рамках ГБ НИР ГБ-1048/16, в том числе в Берлинском техническом университете (Technische Universität Berlin) на факультете проектирования аналогово-цифровых схем (Mixed Signal Circuit Design) в рамках программы DAAD и Министерства образования и науки РФ «Михаил Ломоносов», нацеленной на международное научно-образовательное сотрудничество (государственное задание №8.755.2016/ДААД).

Разработка модифицированного проекционного метода была поддержана European Network on High Performance and Embedded Architecture and Compilation (HiPEAC) в рамках договора о сотрудничестве. Исследование проводилось в Берлинском техническом университете (Technische Universität Berlin) на факультете архитектуры встроенных систем (Embedded Systems Architecture) (договор №Н2020-ICT-2015-687698).

Исследование применения сочетания разработанных модифицированных методов и алгоритмов для встроенных систем планируется в Берлинском техническом университете (Technische Universität Berlin) на факультете архитектуры встроенных систем (Embedded Systems Architecture), в рамках программы DAAD и Министерства образования и науки РФ «Михаил Ломоносов», нацеленной на международное научно-образовательное сотрудничество (государственное задание №8.12723.2018/12.2).

Глава 3. Реализация программного обеспечения формирующего модели пониженного порядка радиотехнических устройств

Для исследования описанных в первой и разработанных во второй главе методов и алгоритмов понижения порядка моделей устройств разработано и реализовано программное обеспечение в среде Matlab. Программное обеспечение осуществляет формирование моделей сокращенной размерности, моделирование исходной модели и модели сокращенной размерности, сравнение результатов моделирования для тестовых входных сигналов. Программное обеспечение реализовано в виде трех независимых программных модулей. Первый предназначен для формирования моделей сокращенной размерности линейных устройств на основе метода моментов, метода на основе сингулярного разложения и метода усеченной сбалансированной реализации. Объекты, модели сокращенной размерности которых формируются, представлены схемами в редакторе Simulink.

Второй программный модуль предназначен для формирования моделей сокращенной размерности на основе кусочно-линейной аппроксимации и использует предложенные во второй главе алгоритм отбора точек и модифицированный проекционный метод.

Третий программный модуль предназначен для формирования моделей сокращенной размерности на основе кусочно-нелинейной аппроксимации с использованием полиномов Вольтерра второй степени.

Сформированные модели сокращенной размерности имеют самостоятельное значение (независимо от программной реализации их формирующей), могут распространяться и использоваться для включения в модели Simulink Matlab в качестве компонентов.

3.1 Описание программной реализации методов понижения порядка линейных радиотехнических устройств

При подготовке схемы устройства для формирования из нее модели сокращенной размерности программой понижения порядка линейных моделей используются компоненты библиотеки физических моделей Simscape (Power Systems).

Программная реализация выполняет формирование модели устройства с сокращенным порядком с применением одного из трех методов: метода моментов, метода на основе сингулярного разложения и метода усеченной сбалансированной реализации.

а) Реализация метода моментов.

Общий алгоритм реализации метода моментов представлен на рисунке 3.1.

Данный подход работает с математической моделью устройства, представленной в частотной области

$$\begin{aligned} sEx(s) &= Ax(s) + Bu(s), \\ y(s) &= Cx(s) + Du. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Для формирования математической модели в реализации используется аппарат программного обеспечения Simscape Power System. Матрицы A , B , C , D , E исходной модели определяются с использованием функции `power_analyze('test')` (здесь 'test' – имя файла схемы устройства).

Реализация метода моментов требует определение точек расширения (частотных значений на которых производится представление передаточной функции в виде ряда Крылова). Для этого программной реализацией задается частотный диапазон (например, 1000 логарифмически распределенных значений от 10^5 до 10^{12} Гц). В этом диапазоне рассчитываются значения передаточной функции по всем заданным частотам.

$$H(s) = C^T (sE - A)^{-1} B. \quad (3.2)$$

Программная реализация в качестве точек расширения отбирает точки, в которых вещественная или мнимая часть передаточной функции меняет знак:

$$\frac{\mathit{real}(H(w-1))}{\mathit{abs}(\mathit{real}(H(w-1)))} * \frac{\mathit{real}(H(w))}{\mathit{abs}(\mathit{real}(H(w)))} = -1 \quad (3.3)$$

и

$$\frac{\mathit{imag}(H(w-1))}{\mathit{abs}(\mathit{imag}(H(w-1)))} * \frac{\mathit{imag}(H(w))}{\mathit{abs}(\mathit{imag}(H(w)))} = -1 \quad (3.4)$$

Из полученного набора точек отбирается заранее заданное количество.

Для определенных точек расширения и заданного количества моментов, которые необходимо рассчитать в этих точках, формируется проекционный базис, и выполняется проецирование матриц исходной модели по правилу:

$$\hat{A} = U^T A V, \hat{B} = U^T B, \hat{C} = V^T C, \hat{E} = U^T E V. \quad (3.5)$$

Модель с сокращенной размерностью имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} s\hat{E}z(s) &= \hat{A}z(s) + \hat{B}u(s), \\ y(s) &= \hat{C}z(s) + Du. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Проецирование матриц A , E может привести к тому, что модель с сокращенной размерностью будет являться не устойчивой по Ляпунову. Поэтому программная реализация осуществляет проверку полученной модели на устойчивость и, при необходимости, применяет стабилизацию проекционного базиса, описанную в первой главе (п. 1.4.1).

В программной реализации используются разработанные модули на языке Matlab, реализующие общий алгоритм (рисунок 3.1), отбор точек расширения, вычисление моментов, формирование проекционного базиса, проверку модели на устойчивость, стабилизацию проекционного базиса, представление графических результатов моделирования исходной модели и модели сокращенной размерности устройства.

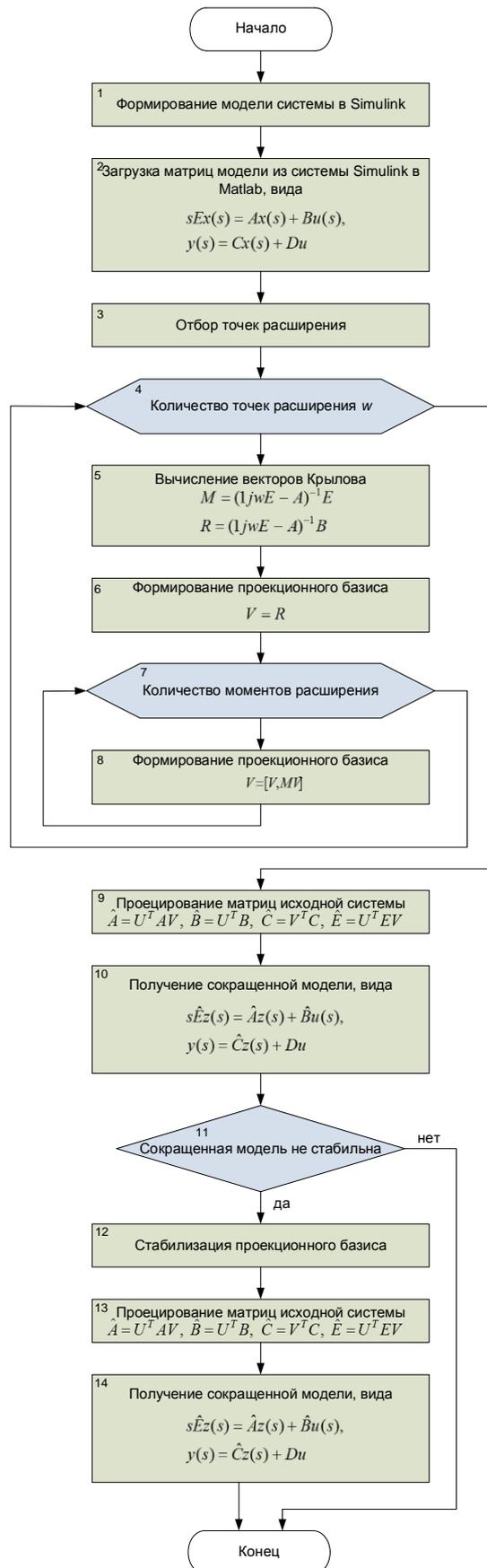


Рисунок 3.1 - Алгоритм применения метода моментов для получения модели сокращенной размерности

б) Реализация методов понижения порядка на основе сингулярного разложения и на основе усеченной сбалансированной реализации.

Общие алгоритмы реализации метода понижения порядка на основе сингулярного разложения, а также на основе усеченной сбалансированной реализации, описанные в первой главе, представлены на рисунке 3.2 и 3.3 соответственно.

Данные реализации выполнены для модели, представленной во временной области. Модель, вида

$$\begin{cases} E \frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \\ y = Cx + Du. \end{cases} \quad (3.7)$$

Формирование математической модели в реализации, как и в предыдущем пункте, производится с применением программного обеспечения Simscape Power System. В результате определяются матрицы A , B , C , D , E исходной модели.

Реализации методов имеют различие в построении проекционного базиса, этапы которого отображены на рисунках 3.2 и 3.3.

Процесс проецирования матриц исходной модели аналогичен с методом моментов для обоих подходов.

Модель сокращенной размерности имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \hat{E} \frac{dz}{dt} = \hat{A}z + \hat{B}u, \\ y = \hat{C}z + Du. \end{cases} \quad (3.8)$$

Как и в предыдущем пункте программная реализация осуществляет проверку полученной модели на устойчивость и, при необходимости, применяет стабилизацию проекционного базиса.

В программной реализации используются разработанные модули на языке Matlab, реализующие общие алгоритмы (рисунки 3.2, 3.3), моделирование исходной схемы во временной области для определения траектории, формирование проекционного базиса, проверку модели на устойчивость,

стабилизацию проекционного базиса, представление графических результатов моделирования исходной модели и модели сокращенной размерности устройства.

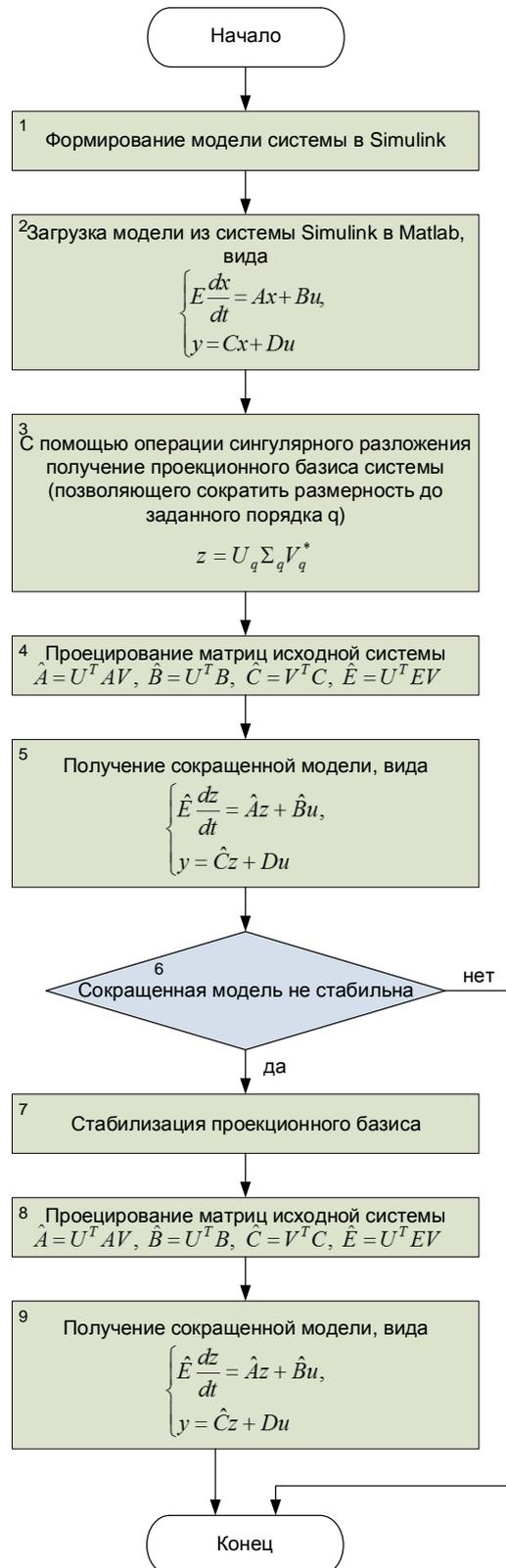


Рисунок 3.2 - Алгоритм применения сингулярного разложения для получения модели сокращенной размерности

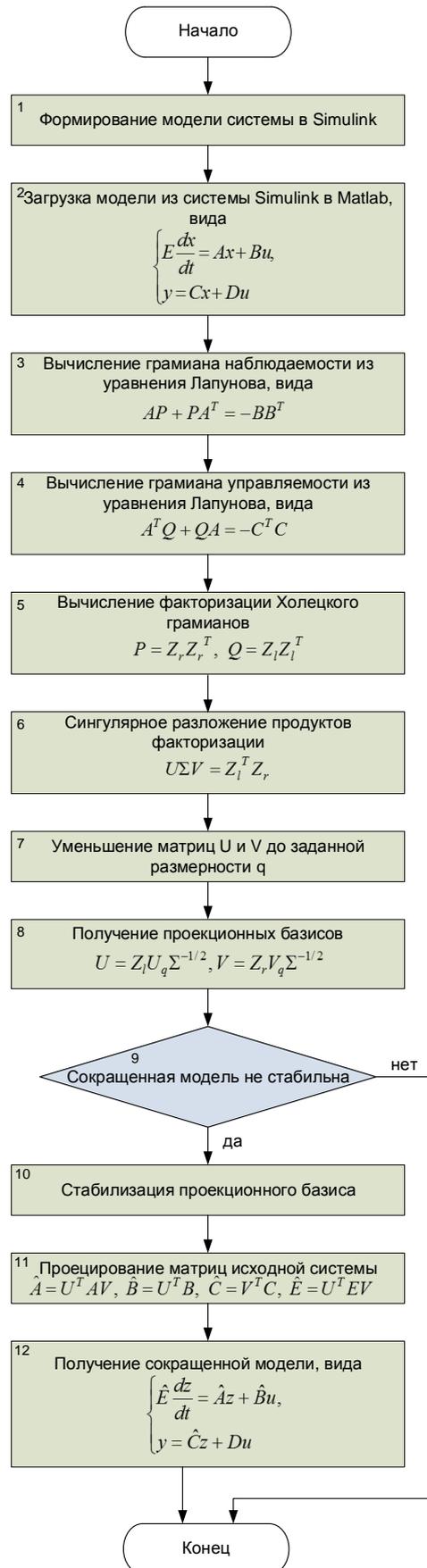


Рисунок 3.3 - Алгоритм усеченной сбалансированной реализации для получения модели сокращенной размерности

3.2 Описание программной реализации методов понижения порядка нелинейных радиотехнических устройств

3.2.1 Реализация кусочно-аппроксимационного метода понижения порядка

Для исследования описанных в первой главе алгоритмов понижения порядка нелинейных радиотехнических устройств и предложенных во второй главе их модификаций разработано и реализовано в среде Matlab программное обеспечение. В представляемой реализации методы, разработанные во второй главе, применяются для формирования моделей сокращенной размерности радиотехнических устройств. Схемы устройств представляются в редакторе системы моделирования Matlab Simulink с использованием компонент библиотеки физических моделей Simscape. Схема для формирования модели сокращенной размерности может быть описана в виде совокупности подсхем, представляющих поведение частей устройства с использованием различных физических величин (напряжение, ток; координата, скорость, ускорение, давление, температура и т.д.) и реализации соотношений соответствующих физических законов сохранения в форме дифференциальных уравнений (импульса, энергии, заряда и т.п.). Обеспечена возможность формирования произвольных моделей компонентов с использованием языка представления физических моделей Simscape. Таким образом, программная реализация имеет возможность создания моделей сокращенной размерности компонентов устройств, совмещающих различные физические принципы функционирования (электрические, акустические, механические, гидро-аэродинамические и др.).

Основными требованиями к описанию модели устройства являются: возможность представления моделей компонентов в форме ОДУ ($\frac{dx}{dt} = f(x, t)$, здесь x – переменные состояния компонента модели) и отсутствие переменных дискретного времени при описании модели устройства в Simulink (последнее

ограничение обусловлено применяемыми в программной реализации особенностями).

Пример подготовки модели устройства в Simulink приведен на рисунке 3.4.

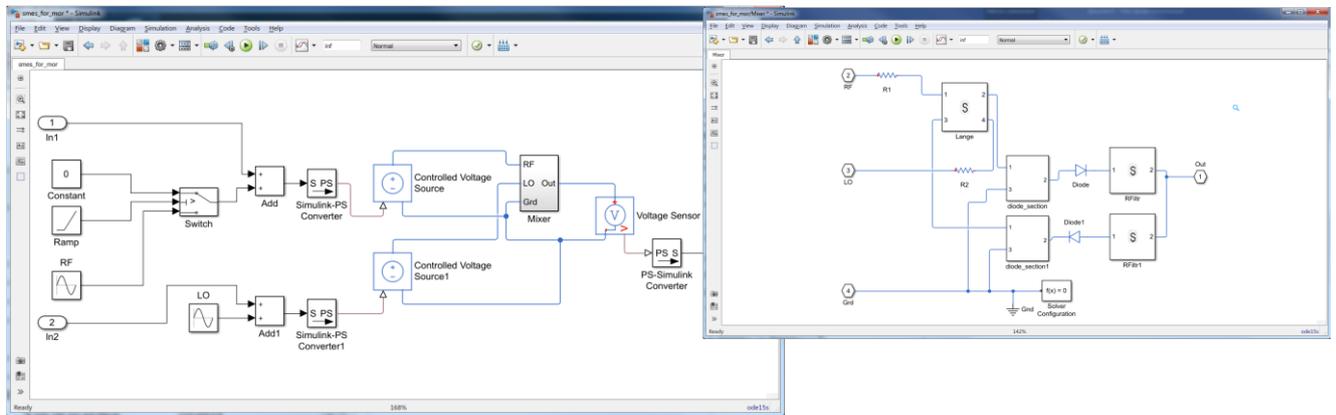


Рисунок 3.4 - Пример подготовки модели для понижения порядка

Представленный на рисунке 3.4 пример представляет подготовку схемы балансного смесителя для формирования его модели сокращенной размерности. Левая часть рисунка представляет модель обвязки смесителя, формирующей среду для получения данных, необходимых для понижения порядка модели. Обвязка содержит компоненты, моделирующие гетеродин и источник сигнала, компоненты, обеспечивающие связь переменных Simulink (не имеющих размерности) и физических переменных, описывающих смеситель (здесь напряжение). Правая часть рисунка содержит схему смесителя. Она состоит из модели микрополосковых реализаций моста Ланге (представлена блоком S-параметров), диодных секций, осуществляющих согласование диодов с микрополосковыми линиями и обеспечение их рабочих точек (представлены Spice описаниями пассивных цепей), режекторных фильтров (представлены блоками S-параметров. S-параметры компонентов импортированы в Simulink посредством файлов формата Touchstone из National Instruments AWR. Spice-описания диодных секций импортированы из CST Studio Suite. Подробнее формирование модели сокращенной размерности смесителя описано в четвертой главе.

Сформированная модель сокращенной размерности представлена двумя файлами, первый реализует интерфейс Level 2 S-Function модели Simulink

(используется API (Application Program Interface) Simulink), второй содержит данные, необходимые для работы модели сокращенной размерности при использовании. Модель сокращенной размерности используется в качестве компонента при описании в Simulink схемы устройства более высокого структурного уровня.

Подготовка данных модели сокращенной размерности. Общий алгоритм реализации представлен на рисунке 3.5.

Начальным этапом формирования модели сокращенной размерности (обучения, получения данных модели сокращенной размерности) является моделирование схемы во временной области. Схематично процесс обучения представлен на рисунке 3.6.

Моделирование схемы в Simulink, производится во временной области. Запуск процесса моделирования (при моделировании исходной модели) производится функцией пакета Matlab – sim. Моделирование производится с параметрами модели, определенными при создании схемы, вместе с тем перед решением в реализации производится установка параметров подсистемы Simulink, осуществляющей интегрирование ОДУ: абсолютной ($1e-6$) и относительной ($1e-3$) погрешности шага интегрирования, начального и конечного времени моделирования. При моделировании поведения устройства происходит решение системы нелинейных дифференциальных уравнений и накопление значений переменных состояния (x) и моментов времени шагов интегрирования (траектории) для системы уравнений, вида

$$\frac{dx}{dt} = Ax + f(x) + Bu, y = Cx + Du. \quad (3.9)$$

Так как набор векторов x решения (точек решения) содержит большое их количество, необходимо выполнить разрежение набора. Отобранные на данном этапе точки будем называть точками линеаризации.

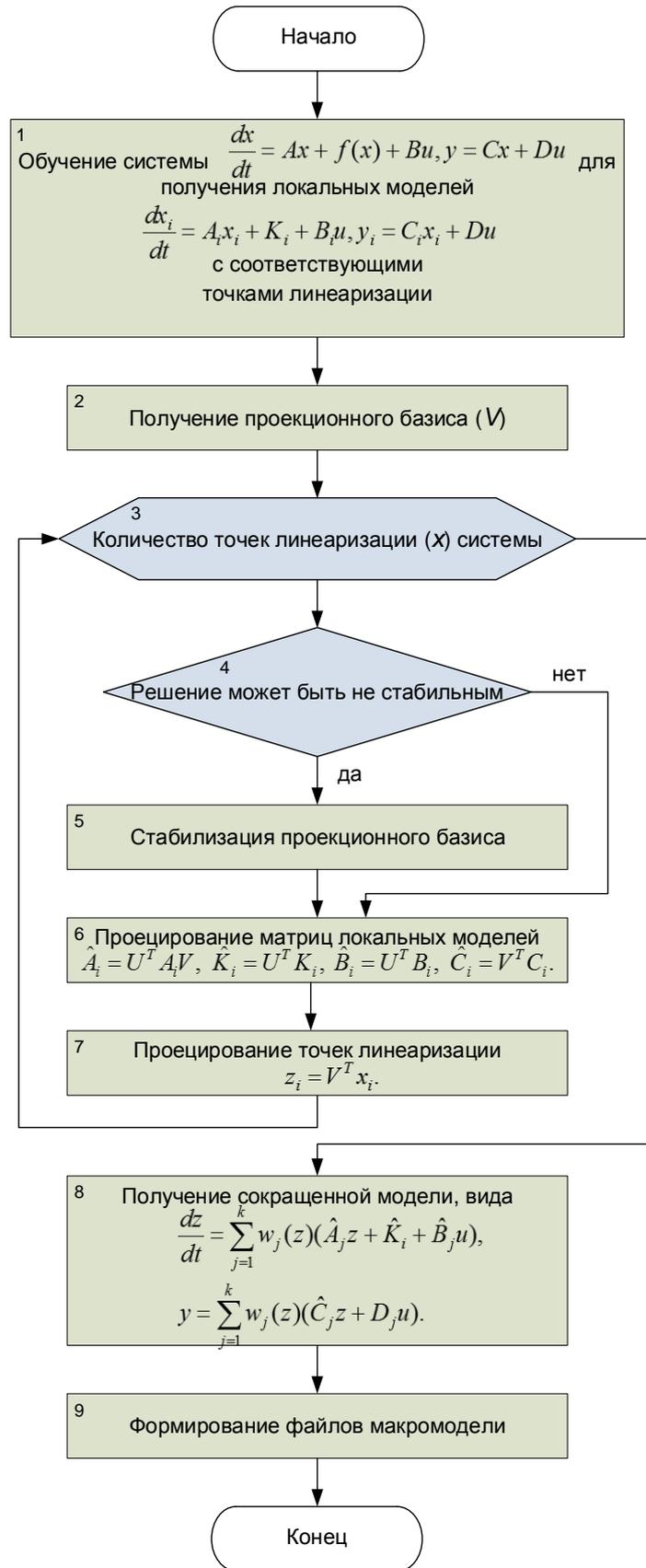


Рисунок 3.5 – Общий алгоритм формирования модели сокращенной размерности

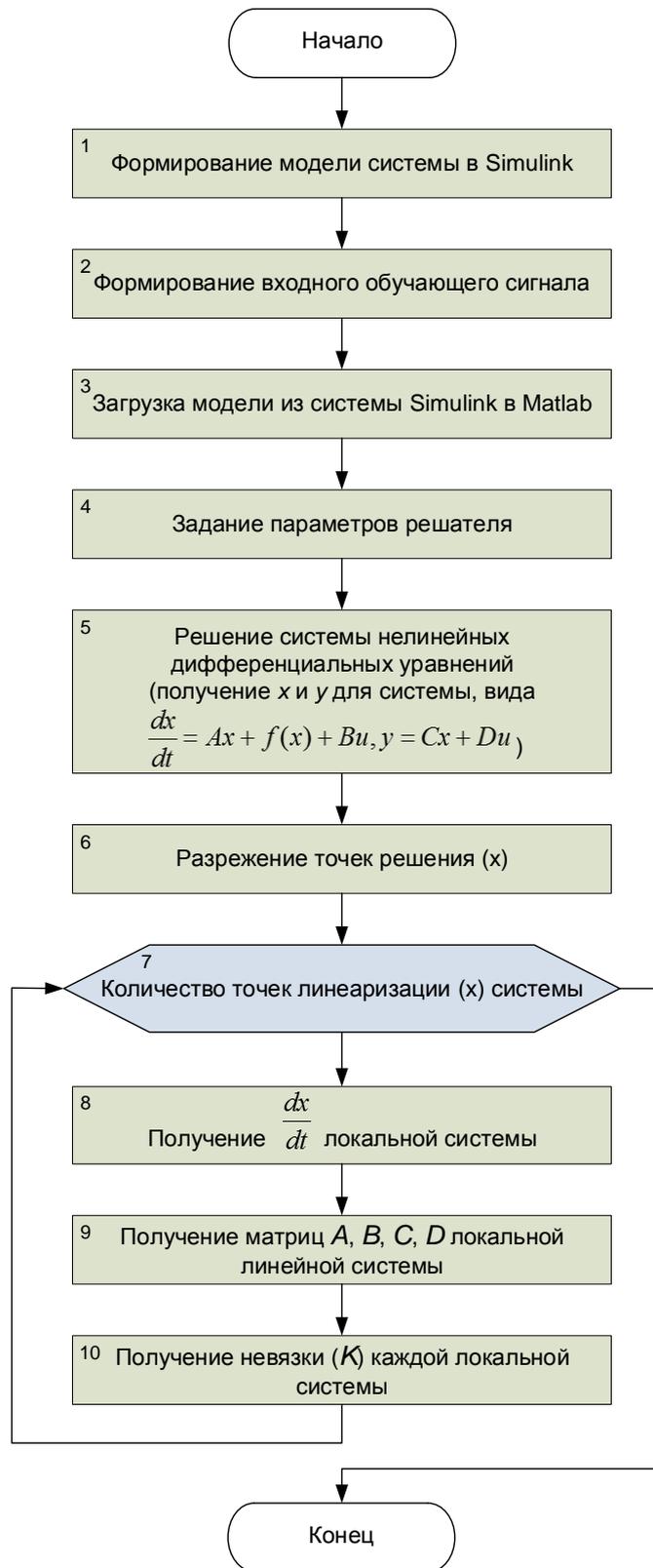


Рисунок 3.6 – Процесс обучения модели

Наиболее простой способ разрежения – отбор точек через определенный шаг (через 1, или 2, или 3 и т.д. точки отстоящие друг от друга во времени). Этот

способ применим, однако при этом не учитывается отдаленность точек друг от друга в пространстве состояний. При применении методов интегрирования с переменным шагом, величина шага интегрирования зависит от уровня производных по времени высших порядков [55], т.е. выбранная таким образом сетка точек линеаризации будет подробнее описывать динамику процесса обучения в областях траектории с высокой скоростью изменения переменных состояния. При этом при периодических обучающих сигналах близкие в пространстве состояний точки могут быть отобраны многократно, в тоже время ряд точек, характеризующие важные свойства могут быть пропущены, что может увеличить погрешность вычислений. В описываемой реализации программы применен способ, представленный на рисунке 3.7. Данный алгоритм позволяет отобрать равномерно отдаленные друг от друга точки в пространстве состояний. Алгоритм основан на вычислении расстояний с помощью Евклидовых норм от каждой точки до всех остальных.

Для каждой точки линеаризации необходимо построить свою локальную модель в форме (3.9). Левая часть дифференциального уравнения, то есть вектор производных $\frac{dx_i}{dt}$ для каждой точки линеаризации определяется с использованием программного интерфейса Simulink. Функция Mdl(t, x, u, 'derivs') выполняет шаг моделирования с вычислением производных для момента времени t, стартового вектора переменных состояния x, вектора входных воздействий u.

Матрицы линеаризованной модели определяются с использованием функции Matlab $[A, B, C, D] = \text{linmod}(\text{sys}, x, u)$, которая возвращает линеаризованную модель sys в окрестности рабочей точки x. Вместе с тем, так как исходная модель устройства нелинейна, необходимо так же рассчитать невязку каждой локальной модели. В реализации она вычисляется из системы дифференциальных уравнений с использованием найденных производных и матриц линеаризованной модели:

$$K_i = \frac{dx_i}{dt} - A_i x_i - B_i u. \quad (3.10)$$

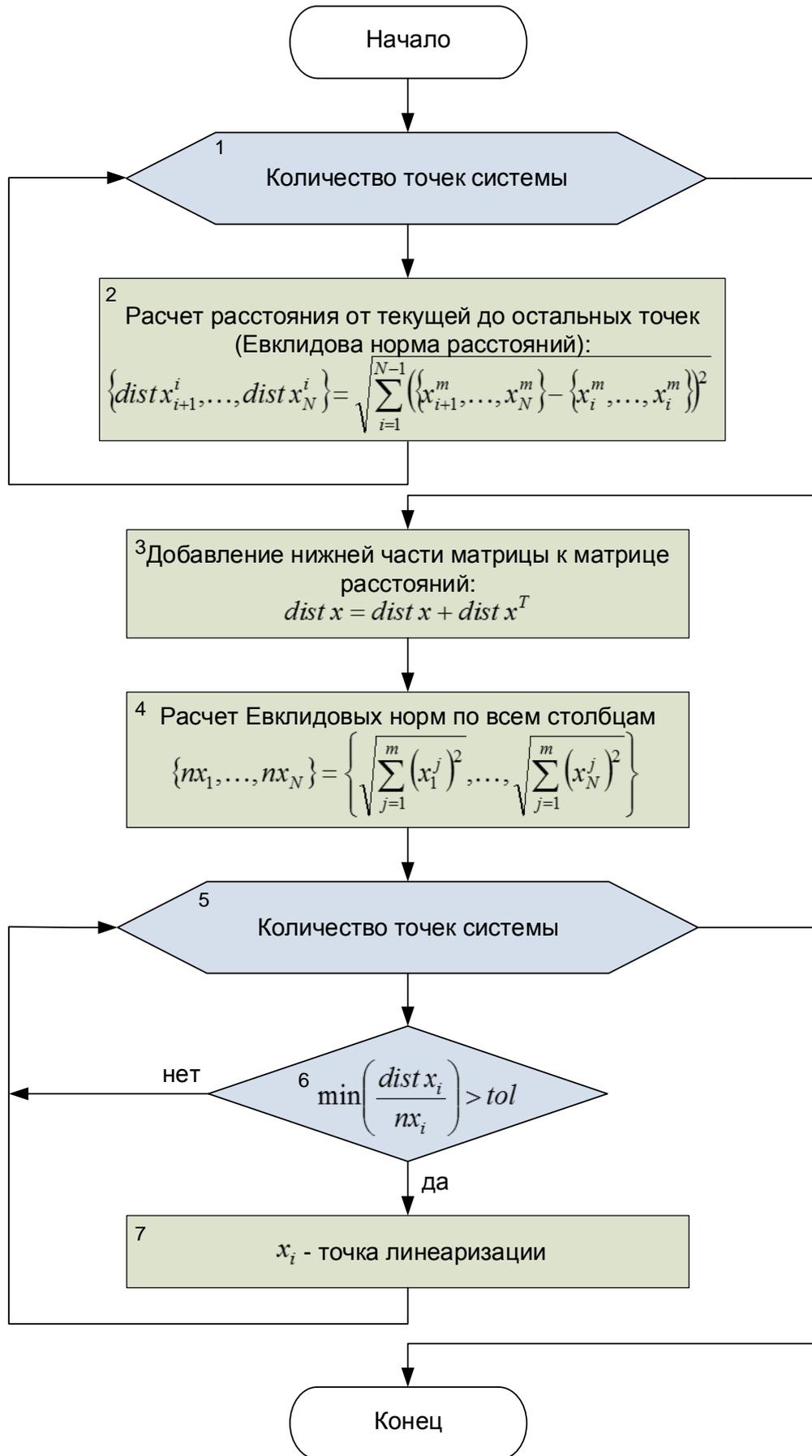


Рисунок 3.7 – Разрежение точек решения

Для получения проекционного базиса модели, в данной реализации, используется подход понижения порядка линейных моделей на основе сингулярного разложения.

При этом необходимо провести проверку базиса на устойчивость. Если полученный базис приводит к нестабильной проекции применяется стабилизация проекционного базиса, описанная в первой главе (п. 1.4.1).

Сокращенные матрицы моделей в точках линеаризации определяются применением проекционных преобразований (глава 1, п.1.4.1):

$$\hat{A}_i = U^T A_i V, \hat{K}_i = U^T K_i, \hat{B}_i = U^T B_i, \hat{C}_i = V^T C, z_i = V^T x_i. \quad (3.11)$$

Набор $\{\hat{A}_i, \hat{B}_i, \hat{C}_i, D_i, K_i, z_i, U, V\}$ является данными, используемыми программными функциями модели сокращенной размерности при ее работе в Simulink. После формирования набор сохраняется реализацией в файле формата данных Matlab с именем, связанным с именем исходной модели. При применении модифицированного проекционного метода с использованием локальных проекций, изложенного во второй главе, формируется расширенный набор $\{\hat{A}_i, \hat{B}_i, \hat{C}_i, D_i, K_i, z_i, U^{part}_i, U, V\}$. Новый алгоритм формирования данных для модифицированного проекционного метода представлен на рисунке 3.8.

Программный интерфейс модели сокращенной размерности. Как отмечалось, модель сокращенной размерности реализуется Level 2 S-Function блоком Simulink. Программный интерфейс при этом реализуется четырьмя интерфейсными функциями: `setup`, `Outputs`, `Derivatives`, `Update`.

В описанной реализации функция `setup` осуществляет чтение файла данных модели сокращенной размерности, проводит инициализацию интерфейсных с Simulink структур, описывающих основные свойства компонента: количество входов и выходов, типы входных и выходных переменных, размерность вектора переменных состояния компонента и др. Функция производит размещение данных во внутренние структуры блока Level 2 S-Function (используется структура `UserData`).

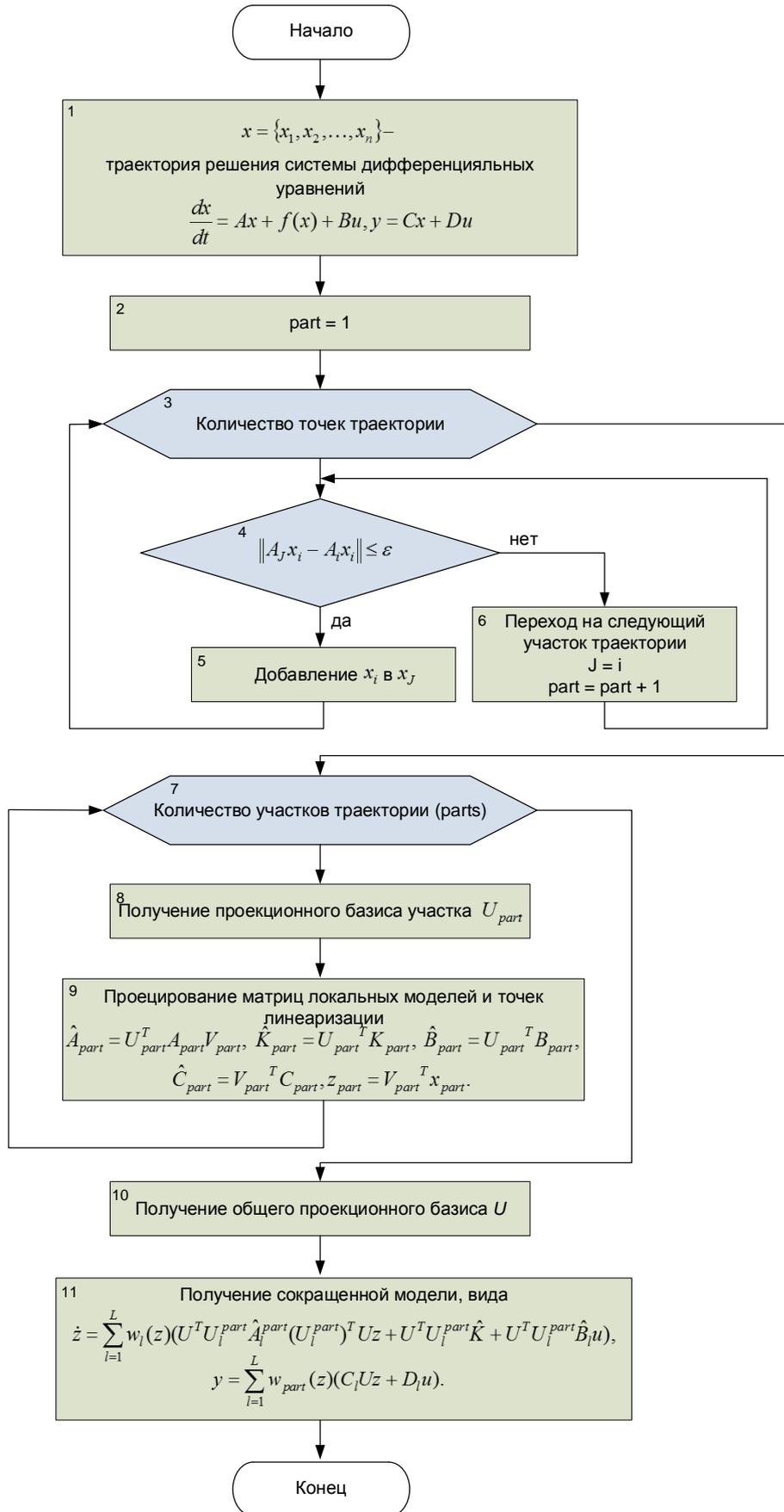


Рисунок 3.8 – Новый алгоритм метода формирования данных для модифицированного проекционного метода

Функция Derivatives осуществляет расчет весовых функций и производных переменных состояний по времени: $\frac{dz}{dt} = \sum_{j=1}^k w_j(z)(\hat{A}_j z + \hat{K}_j + \hat{B}_j u)$. При этом, функция использует передаваемые из интерфейсных структур данных Simulink текущие значения переменных состояния, входные переменные, данные модели сокращенной размерности. При вычислении весовых функций используется разработанный новый алгоритм эффективного отбора точек, описанный во второй главе (схема алгоритма приведена на рисунке 3.9). Вычисленные значения вектора производных передаются в Simulink через интерфейсные структуры данных для использования при решении системы ОДУ математической модели устройства.

Функция Outputs осуществляет расчет выходных значений блока $y = \sum_{j=1}^k w_j(z)(\hat{C}_j z + D_j u)$. При этом, функция использует передаваемые из интерфейсных структур данных Simulink текущие значения переменных состояния, входные переменные, данные модели сокращенной размерности. При вычислении весовых функций также используется алгоритм эффективного отбора точек. Вычисленные значения вектора выходных значений передаются в Simulink через интерфейсные структуры данных.

Так как функции Derivatives и Outputs вызываются в Simulink многократно при выполнении шага интегрирования, для сохранения текущего значения ближайшей точки (используется алгоритмом эффективного отбора точек) используется интерфейсная функция Update, которую Simulink вызывает однократно при выполнении очередного шага интегрирования.

Применение модели сокращенной размерности. Как отмечалось, модель сокращенной размерности используется при включении в схему, ее использующую, блока Level 2 S-Function (вариант модели компонента определенный пользователем, доступен при использовании утилиты Simulink Library Browser). При включении модели сокращенной размерности в схему блок

связывается с файлом, реализующим описанный выше программный интерфейс, реализуемый интерфейсными функциями: `setup`, `Outputs`, `Derivatives`, `Update` на языке `Matlab`. Реализация автоматически формирует соответствующий программный модуль. Блок отображается в `Simulink` прямоугольником с соответствующим модели количеством входных (на левой стороне блока) и выходных (на правой стороне блока) интерфейсов. При этом блок маркирован индексом `PW` (инициализация маркировки выполняется функцией `setup`).

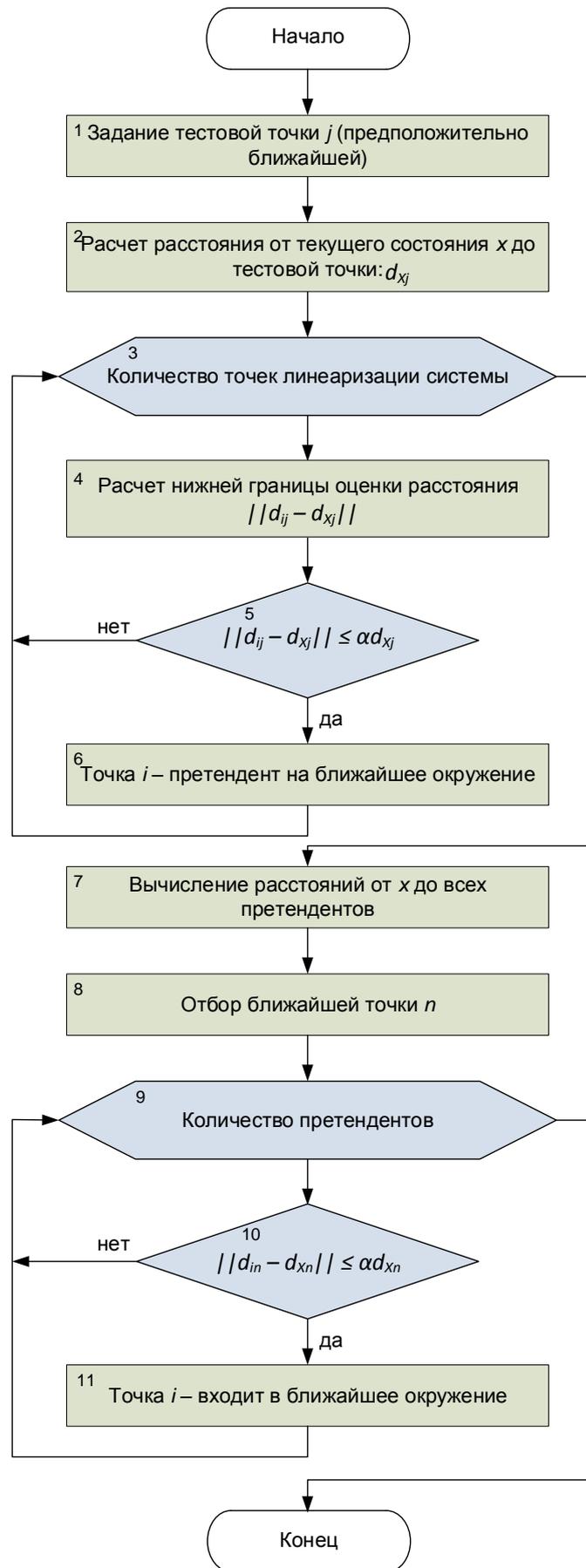


Рисунок 3.9 – Новый алгоритм эффективного отбора точек

По умолчанию реализация формирует модели сокращенной размерности с интерфейсами, не привязанными к доменам физических переменных (для совместимости с блоками источников сигналов и блоками средств измерения Simulink). Пример использования приведен на рисунке 3.10.

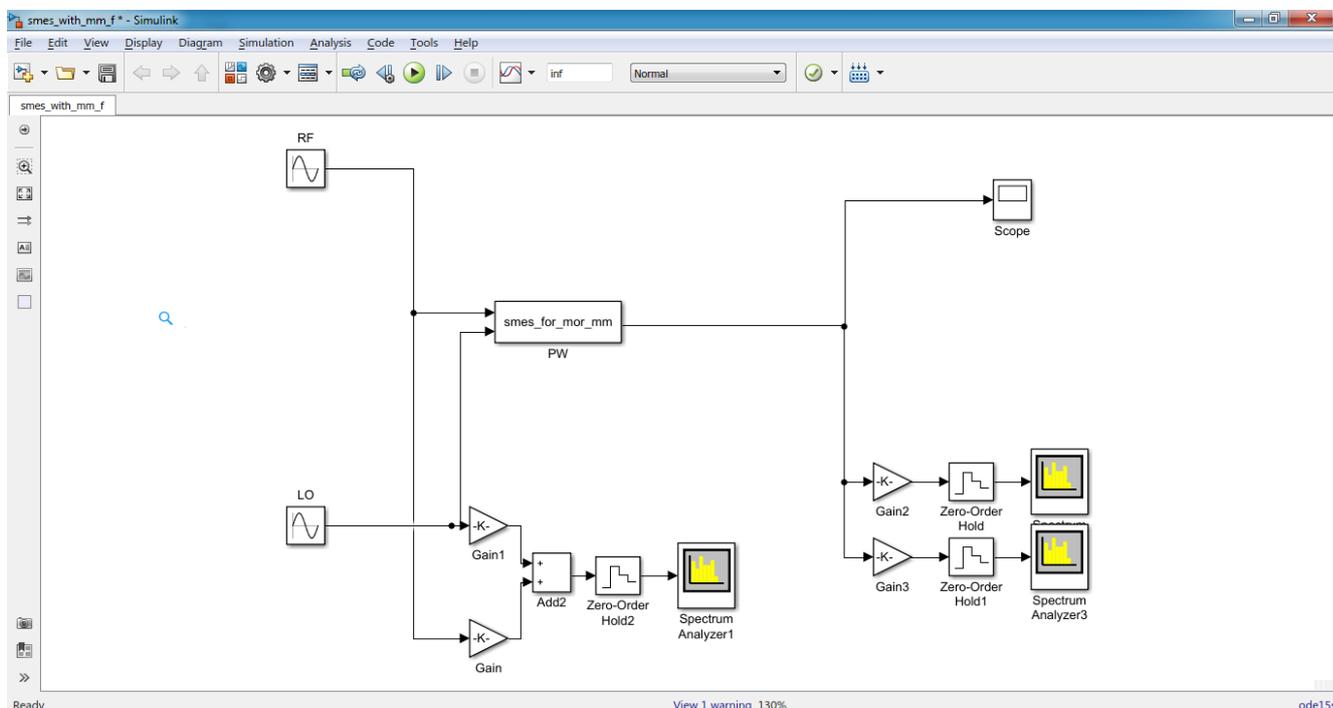


Рисунок 3.10 - Пример использования модели сокращенной размерности

Вместе с тем, реализация предусматривает возможность формирования модели сокращенной размерности в виде описания компонента на физическом уровне. Описание формируется с использованием языка описания физических моделей Simscape в домене переменных, соответствующем электрическим переменным (ток, напряжение). Для дальнейшего использования описание должно быть скомпилировано утилитой Simscape `ssc_build`. Достоинством этой возможности реализации является совместимость блока с блоками библиотеки Simscape.Foundation.Electrical, Simscape.Electronics, Simscape.PowerSystems, а также RF Blockset.Circuit Envelop. Пример использования модели сокращенной размерности для последнего случая с использованием RF Testbench приведен на рисунке 3.11. Преимуществом описания модели сокращенной размерности на физическом уровне является более высокое быстродействие модели, за счет

использования компилированного программного модуля (в отличие от Level 2 S-Function блока, программное описание которого выполняется по интерпретирующему принципу).

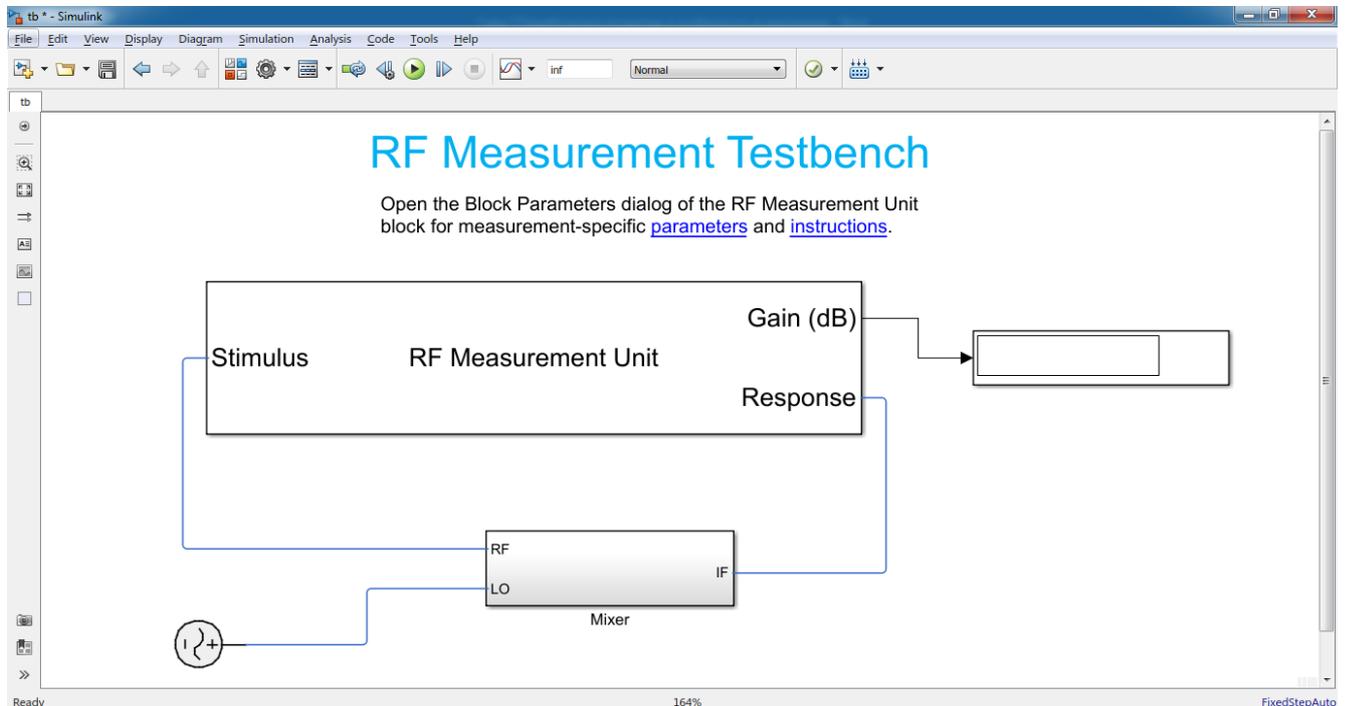


Рисунок 3.11 - Пример использования модели сокращенной размерности в реализации Simscape

3.2.2 Реализация понижения порядка, основанного на рядах Вольтерра

Для апробации и тестирования метода, основанного на рядах Вольтерра, описанного в первой главе, разработано и реализовано программное обеспечение в среде Matlab. Общий алгоритм формирования модели сокращенной размерности представлен на рисунке 3.12.

Модель исходного устройства в данной реализации представлена в виде:

$$E \frac{dx}{dt} = f(x) + Ax + Bu, y = Cx + Du. \quad (3.12)$$

Процесс обучения модели аналогичен процессу обучения модели для кусочных методов, описанному на рисунке 3.6.

Для получения проекционного базиса модели в данной реализации так же используется подход понижения порядка линейных моделей на основе сингулярного разложения.

Сокращенные матрицы моделей в точках линеаризации определяются применением проекционных преобразований:

$$\begin{aligned}\hat{B} &= U^T B, \quad \hat{C} = V^T C, \quad \hat{E} = U^T E V, \quad z_0 = U^T x_0, \quad f(z_0) = U^T f(x_0), \\ \hat{J} &= U^T J V, \quad \hat{H} = U^T H V \otimes V.\end{aligned}\quad (3.13)$$

Модель сокращенной размерности имеет вид многомерного полинома второго порядка для данной реализации:

$$\begin{aligned}\hat{E} \frac{dz}{dt} &= \hat{f}(z_0) + \hat{J}(z - z_0) + \hat{H}(z - z_0) \otimes (z - z_0) + \hat{B}u, \\ y &= \hat{C}z + Du.\end{aligned}\quad (3.14)$$

Завершающим этапом является формирование файлов модели сокращенной размерности. Как и в описании кусочно-аппроксимационных подходов это выполняется при помощи инструмента Level 2 S-Function. Набор $\{\hat{B}, \hat{C}, \hat{E}, D, z, U, V, \hat{J}, \hat{H}\}$ является данными, используемыми программными функциями модели сокращенной размерности при ее работе в Simulink.

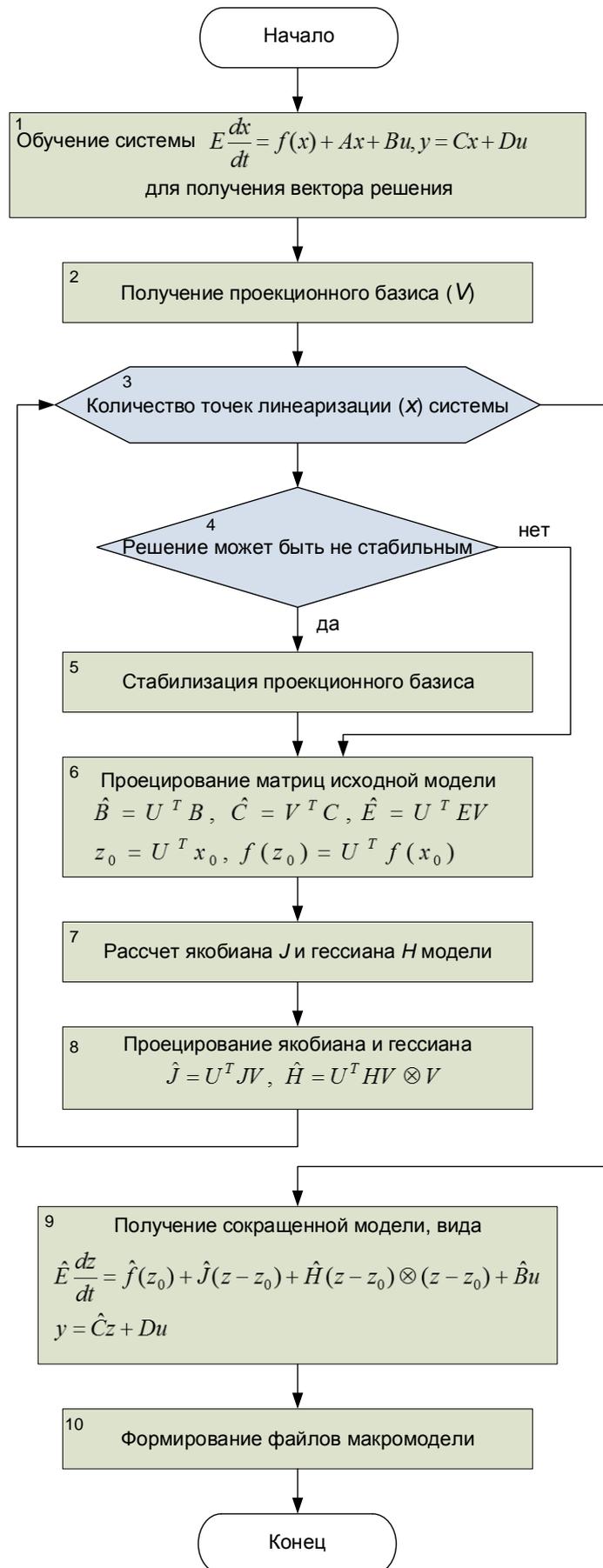


Рисунок 3.12 – Общий алгоритм формирования модели сокращенной размерности

3.2.3 Реализация многовариантного расчета при формировании модели сокращенной размерности

Как отмечалось, поведение нелинейного устройства может быть очень сложным. В этой связи, при построении модели сокращенной размерности необходимо обеспечить возможность исследования свойств динамического диапазона исходной модели при разных условиях входных воздействий и в разных интервалах времени, соответствующих переходным и установившимся режимам. При исследовании свойств модели в рамках одной траектории затруднительно обеспечить получение информации о ее свойствах во всем динамическом диапазоне. Например, для схемы на рисунке 3.4 траектория, охватывающая переходный и установившийся режимы содержит сотни тысяч точек расчета только для одного соотношения амплитуд и фаз входных сигналов. В связи с этим, в программной реализации, формирующей модели сокращенной размерности, необходим механизм, реализующий многовариантный анализ модели устройства и математический аппарат, позволяющий аккумулировать полученную информацию о различных режимах в модель сокращенной размерности, аппроксимирующую исходную модель устройства.

В описываемой программной реализации, для аккумуляции частных свойств и объединения частных траекторий, полученных на шагах многовариантного расчета, используется предложенный модифицированный проекционный метод.

При этом, вариант расчета траектории производится в соответствии с алгоритмом, схема которого представлена на рисунке 3.8. Результатом работы алгоритма является набор данных $\{\hat{A}_i, \hat{B}_i, \hat{C}_i, D_i, K_i, z_i, U^{part}_i, U, V\}$ (см п. 3.2.1.1). В другом варианте расчета траектории результатом является аналогичный набор данных. Данные вариантов с подстрочными индексами (соответствуют данным в кусочных проекциях) могут быть объединены в общий набор в соответствии с описанным выше подходом. Однако при этом возникает задача получения общих для вариантов матриц проекционных преобразований U, V .

Для решения этой задачи рассмотрим две траектории. Первая (см. п. 2.2): $X^1 = \text{span}\{x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1\}$, вторая: $X^2 = \text{span}\{x_1^2, x_2^2, \dots, x_m^2\}$. Объединение траекторий: $X = \text{span}\{x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1, x_1^2, x_2^2, \dots, x_m^2\}$. Последнее выражение определяет один из вариантов решения, однако имеет существенные ограничения: во-первых, при выполнении сингулярного разложения X , как было отмечено, вычислительные затраты пропорциональны кубу размерности X . Т.е. затраты времени на определение U, V существенно возрастают. Во вторых, реальная размерность X , для которого удастся вычислить сингулярное разложение (на ПК с ОЗУ 4Гб), составляет $\sim 10^4$. Как было отмечено в начале этого раздела, одна траектория может содержать сотни тысяч точек. Прямое объединение траекторий при этом возможно, но требует прореживания точек траектории. Определение стратегий прореживания представляет дополнительную задачу, так как при отбрасывании точек траектории важно сохранить существенную информацию о свойствах пространства состояний. В связи с этим, обсуждаемый способ объединения траекторий имеет существенные ограничения при применении.

В описываемой реализации применен другой более эффективный прием, снимающий отмеченные выше ограничения.

Рассмотрим объединение траекторий $X = \text{span}\{x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1, x_1^2, x_2^2, \dots, x_m^2\}$. Первую траекторию в X , как и в п. 1.4.2, представим сингулярным разложением: $X = \text{span}\{U^1 S^1 V^1, x_1^2, x_2^2, \dots, x_m^2\}$. Заменяем в S^1 незначимые с аспекта нормы сингулярные значения нулями (результат S^{1*}) и отбросим соответствующие им правые сингулярные вектора в V^1 (V^{1*}). Результатом произведения $U^1 S^{1*} V^{1*}$ является матрица состоящая из набора координат отобранных точек в исходном пространстве состояний. Размерность набора соответствует количеству оставленных сингулярных значений. Спектр сингулярных значений матрицы набора эквивалентен, в аспекте нормы, спектру исходного набора по построению.

3.3 Выводы

1. Разработано и реализовано программное обеспечение, формирующее модели сокращенной размерности линейных и нелинейных устройств.
2. Программное обеспечение реализует набор программных функций на основе понижения порядка математических моделей и предложенный модифицированный метод и алгоритмы, направленные на повышение быстродействия и адекватности получаемых моделей сокращенной размерности.
3. Реализованное программное обеспечение имеет возможность создания моделей сокращенной размерности компонентов устройств, использующих различные физические принципы функционирования (электрические, электронные, акустические, механические, гидро-аэродинамические и др.), а также комбинированных устройств (акустоэлектронных, MEMS и т.д.).
4. Сформированные модели сокращенной размерности имеют самостоятельное значение (независимо от программной реализации их формирующей), могут распространяться и использоваться для включения в модели Simulink Matlab в качестве компонентов.

Глава 4. Тестирование разработанных модификаций методов и алгоритмов для проектирования радиотехнических устройств

Глава посвящена исследованию свойств разработанных модификаций методов, алгоритмов и программного обеспечения применительно к тестовым схемам радиотехнических устройств. Глава состоит из двух разделов. Первый посвящен тестированию и отбору методов аппроксимации моделей линейных схем для дальнейшего использования при аппроксимации схем, имеющих нелинейные свойства. Вторым разделом посвящен тестированию реализаций методов аппроксимации моделей схем нелинейных устройств.

4.1 Тестирование и отбор для реализации методов понижения порядка моделей линейных схем

Тестирование основных методов аппроксимации линейных схем выполним на схеме сети распространения тактовых импульсов на микрополосковых линиях ([119]). Выбор схемы с микрополосковыми линиями для целей тестирования обусловлен тем, что при моделировании во временной области линия разбивается на участки. Изменяя число участков, можно управлять сложностью (количеством переменных состояния) исходной математической модели схемы.

Схема сети представлена на рисунке 4.1.

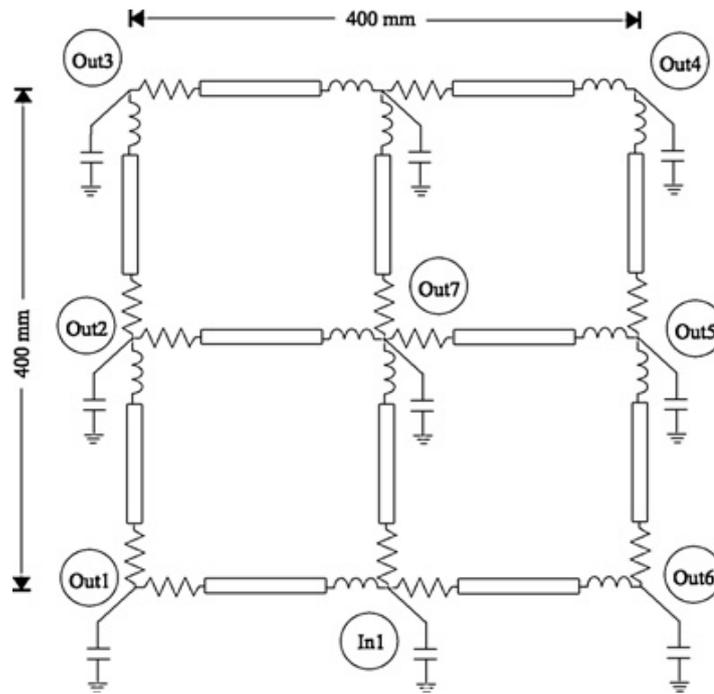


Рисунок 4.1 - Сеть распространения тактовых импульсов на микрополосковых линиях

Схема, используемая для тестирования методов, содержит микрополосковые линии, характеризующиеся длиной и параметрами удельного сопротивления, емкости и индуктивности или волновым сопротивлением. В качестве математической модели микрополосковой линии при анализе высокочастотных свойств часто используют модель длинной линии [120].

Бесконечно малый участок линии протяженностью dx можно представить в виде эквивалентной электрической схемы, приведенной на рисунке 4.2. Участок линии обладает индуктивностью L , активным сопротивлением R , емкостью C и проводимостью утечки через изоляцию G . Погонные значения величин, т.е. отнесенные к единице длины участка линии, представлены на схеме (рисунок 4.2).

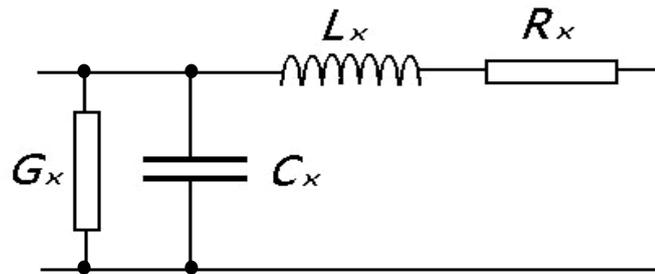


Рисунок 4.2 - Эквивалентная схема бесконечно малого отрезка длинной линии

Для расчета схемы на рисунке 4.2 в данном разделе используется встроенная в пакет SimPowerSystems системы Matlab модель секционной длинной линии (Pi Section Line). При разбиении микрополосковых линий схемы рисунка 4.1 на 100 фрагментов количество переменных состояния модели будет значительным (~2400) и можно ожидать, что результат сокращения модели устройства будет эффективным.

4.1.1 Исследование метода понижения порядка моделей линейных схем на основе метода сингулярного разложения

Данный метод может применяться независимо от количества входов и выходов схемы, т.е. схема может быть как с одним входом и выходом (Single Input Single Output – SISO), так и с множеством входов и выходов (Multiple Input Multiple Output - MIMO). В данном случае в качестве примера будем использовать SIMO (Single Input Multiple Output – один вход множество выходов) схему из микрополосковых линий с одним входом и восемью выходами. Построение модели устройства произведено в подсистеме Simulink. На рисунке 4.3 приведена схема тестового примера.

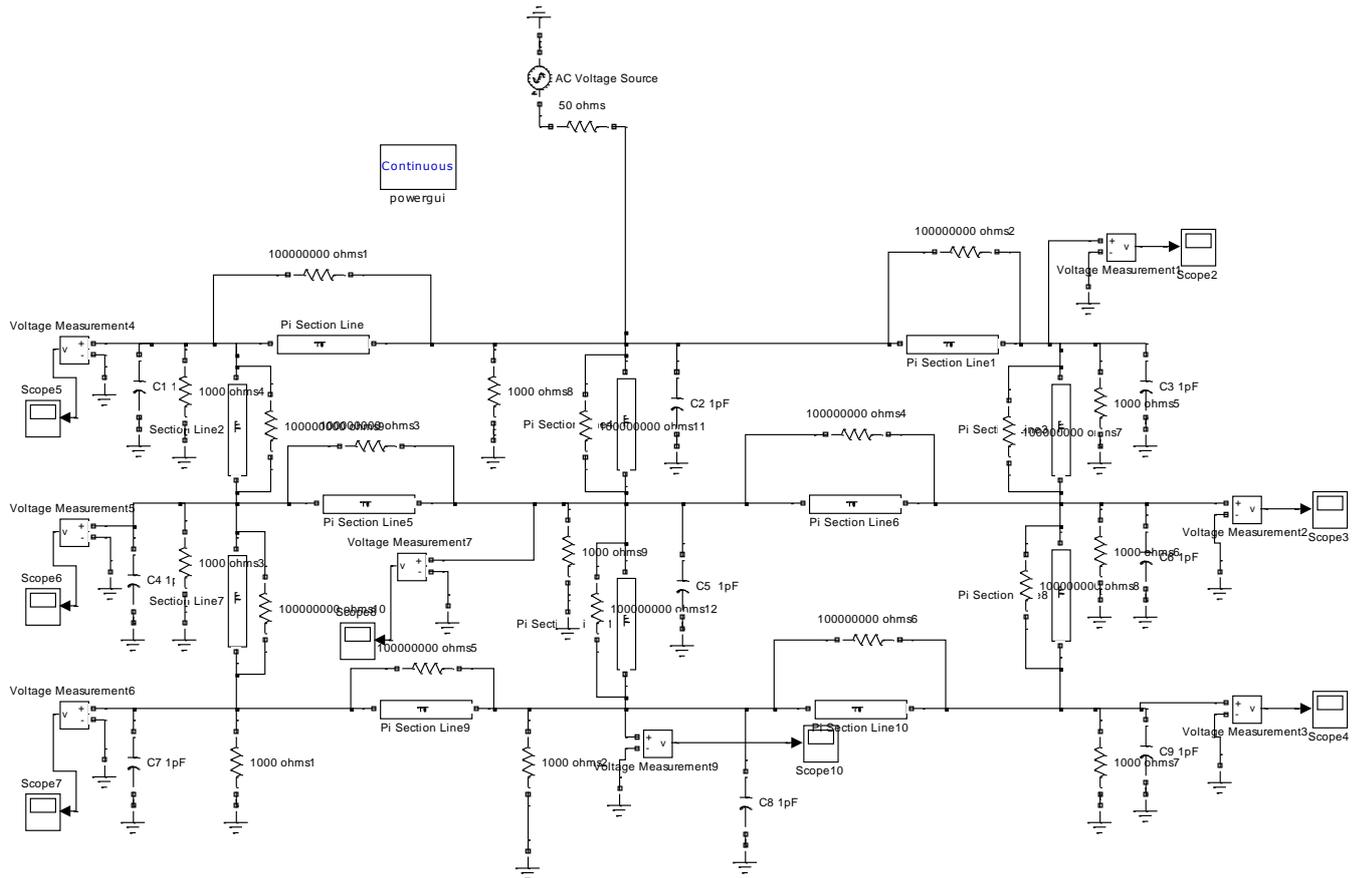


Рисунок 4.3 - Модель устройства в Simulink

Здесь параллельно каждой длинной линии размещена проводимость (10^{-8}См), не влияющая на результаты расчетов (без них Matlab формирует сингулярную (вырожденную) модель).

Значения элементов выбраны (по [119]) следующие: сопротивление длинной линии 10 Ом/м , погонная индуктивность длинной линии 218 нГн/м , погонная емкость длинной линии 134 пФ/м , длина длинной линии 0.4 м , количество π секций длинной линии 8, частота спецификации Matlab длинной линии 1 ГГц , емкости $C1-C9$ в схеме 1 пФ , сопротивления $R1-R9$ 10 кОм , сопротивление источника входного напряжения 50 Ом , пиковая амплитуда источника напряжения 5 В , частота спецификации источника напряжения 250 МГц .

Ниже приведены амплитудно-частотные (рисунок 4.4) и фазо-частотные (рисунок 4.5) характеристики для выходов схемы:

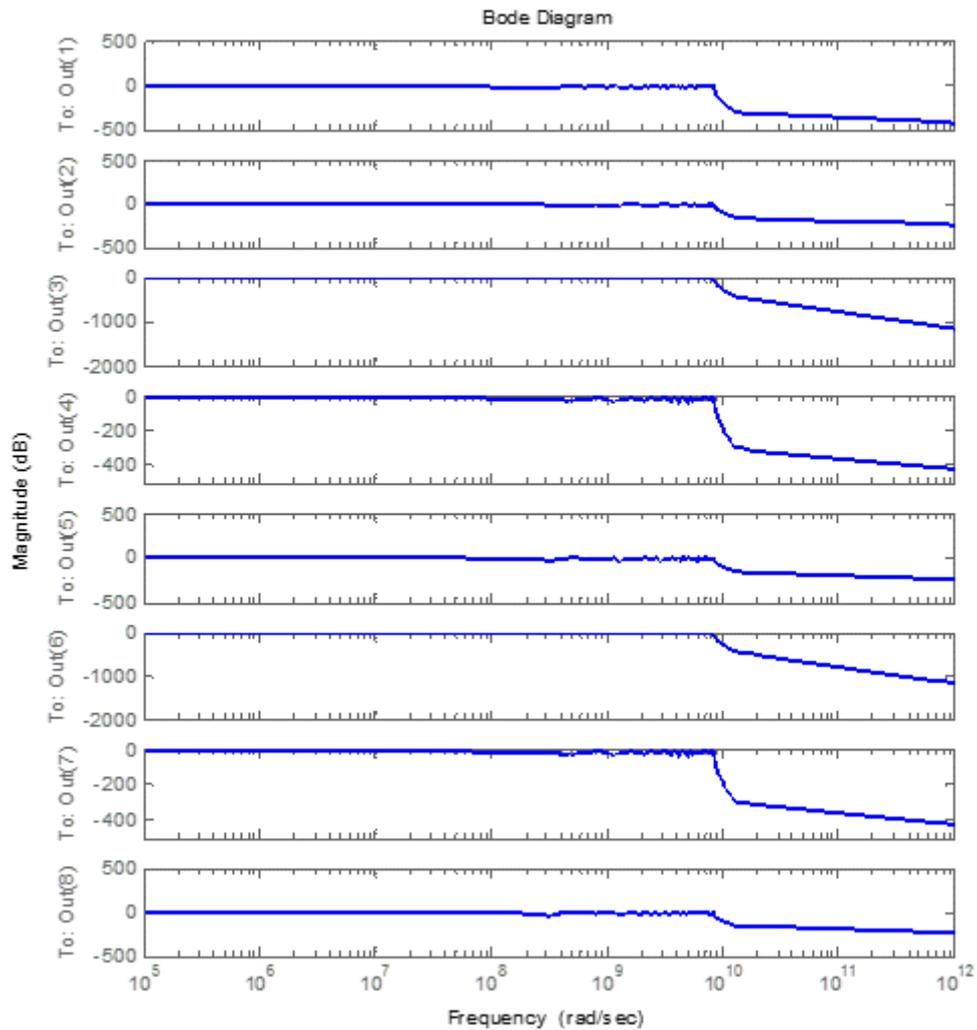


Рисунок 4.4 – Амплитудно-частотная характеристика

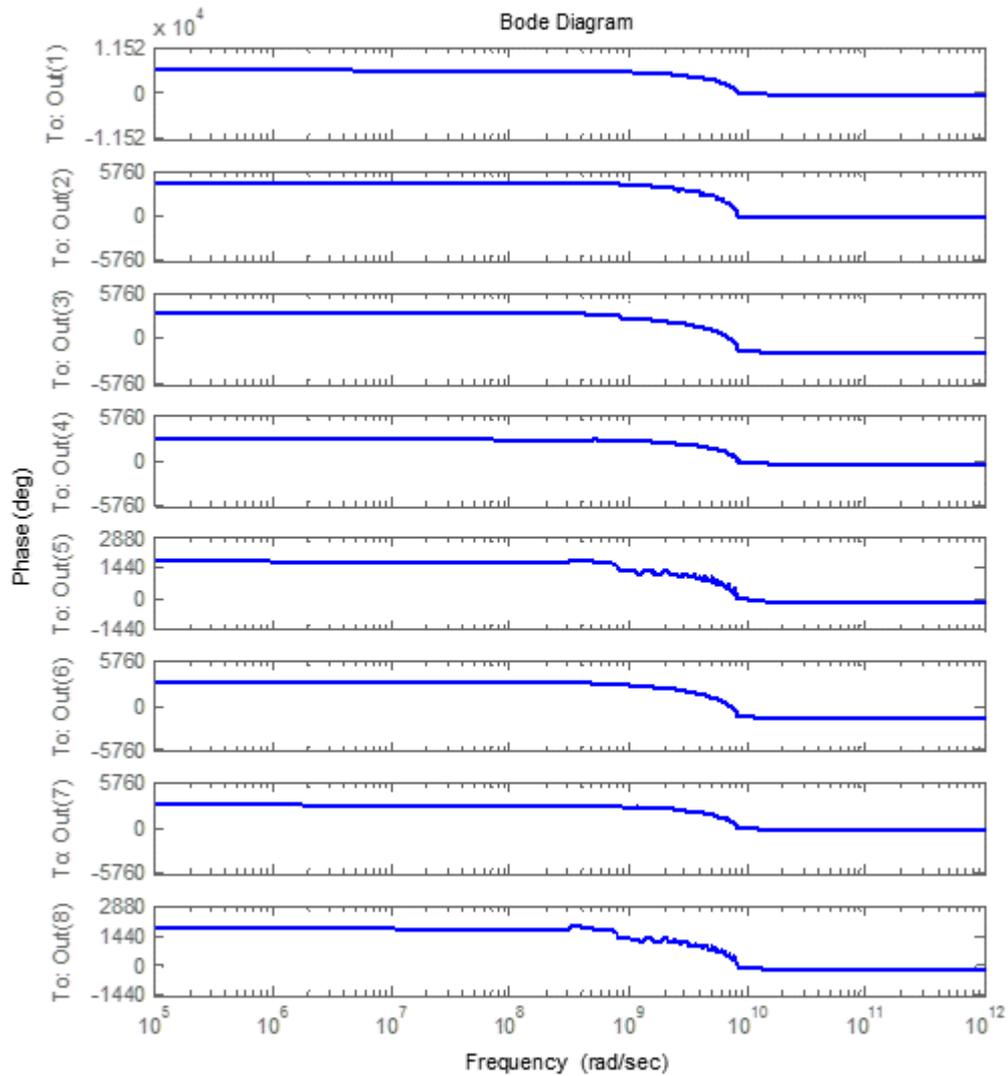


Рисунок 4.5 – Фазо-частотная характеристика

Проверку на устойчивость исходной модели и сокращенной размерности осуществляем вычислением Ганкелевых сингулярных значений. Представленный на рисунке 4.6 спектр значений показывает, что исходная модель устойчива.

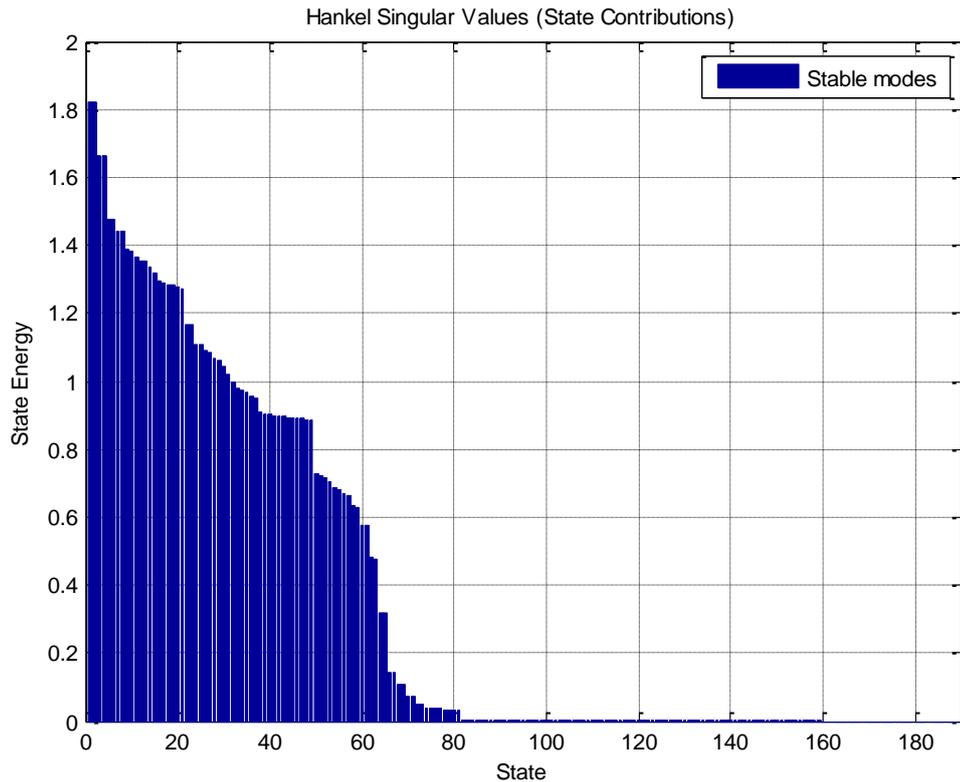


Рисунок 4.6 – Ганкелевы сингулярные значения исходной модели

В рассматриваемом примере порядок исходной модели равен 189 (результат выполнения команды `Mdl([],[],[],'compile')`). Т.е. размерности матриц исходной модели следующие: $A(189 \times 189)$, $B(189 \times 1)$, $C(8 \times 189)$, $D(1 \times 8)$.

Графики на рисунке 4.7 представляют результаты расчета переходной характеристики исходной, сокращенной размерности со степенями понижения порядка 90, 45, 20, 10 и восстановленной из модели сокращенной размерности (обратным проекционным преобразованием) моделей схемы. При размерности модели 90 отбрасываемые сингулярные значения обуславливают менее 10^{-4} нормы исходной матрицы сингулярных значений модели, графики передаточных функций исходной и сокращенной модели совпадают (рисунок 4.7а). При размерности модели 45 отбрасываемые сингулярные значения обуславливают 10% нормы исходной матрицы, максимальное значение относительной ошибки вычисления передаточных функций имеет значение около 10% (рисунок 4.7б). При дальнейшем сокращении размерности модели ошибка вычисления

передаточной функции становится неприемлемой (рисунки 4.7 в), б)). Следует подчеркнуть, что при использовании моделей с сокращенной размерностью необходимо применение стабилизации. Пример нестабильного решения при порядке сокращения размерности 50% приведен на рисунке 4.8а. Пример применения стабилизации матрицы A по результатам вычисления Ганкелевых сингулярных значений приведен на рисунке 4.8б, соответствующий результат вычисления переходной характеристики – рисунок 4.7а).

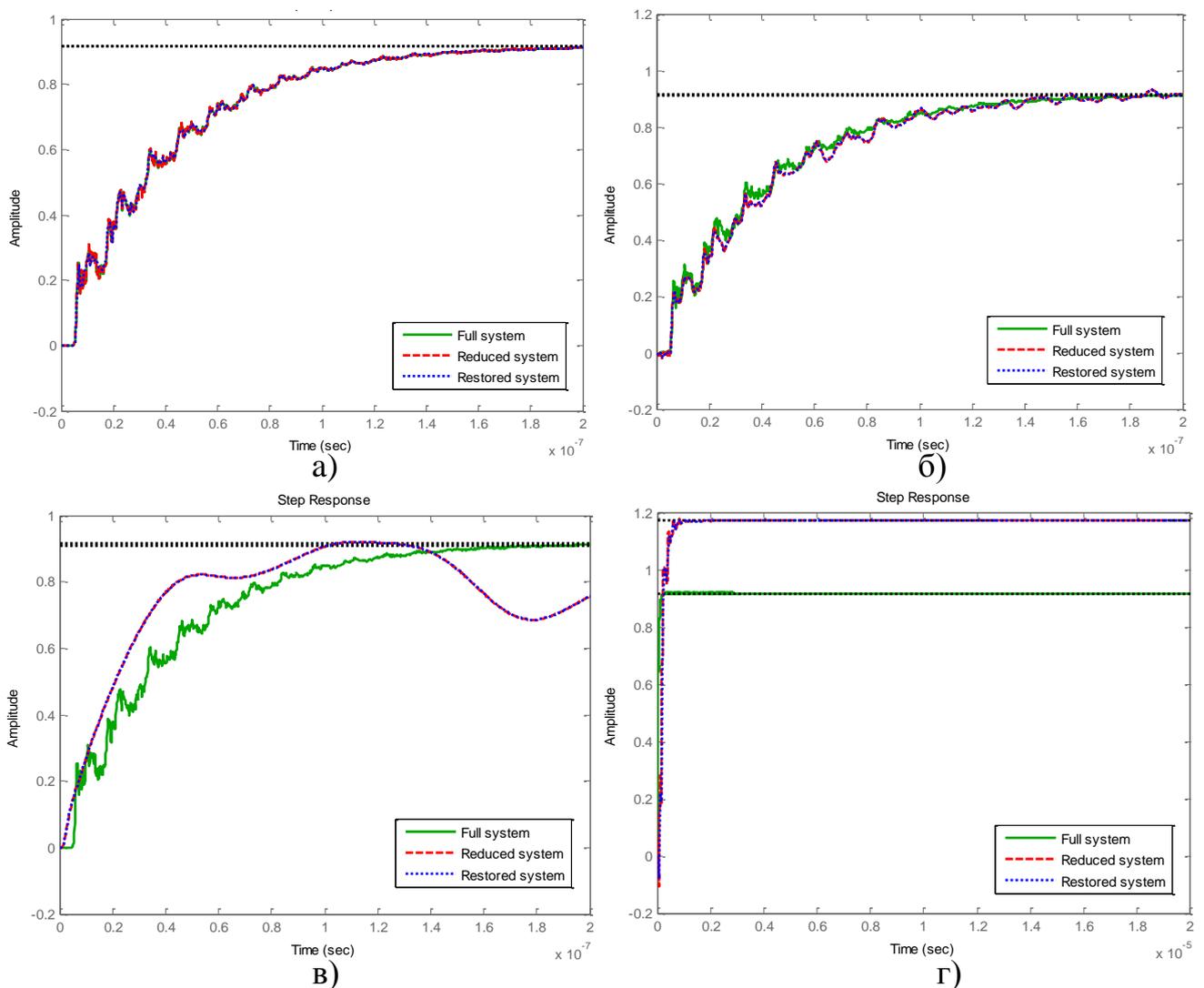


Рисунок 4.7 – Переходные характеристики модели, сокращенной размерности до степени: а) 90 (50% от исходной размерности); б) 45 (25%); в) 20 (10%); г) 10 (5%)

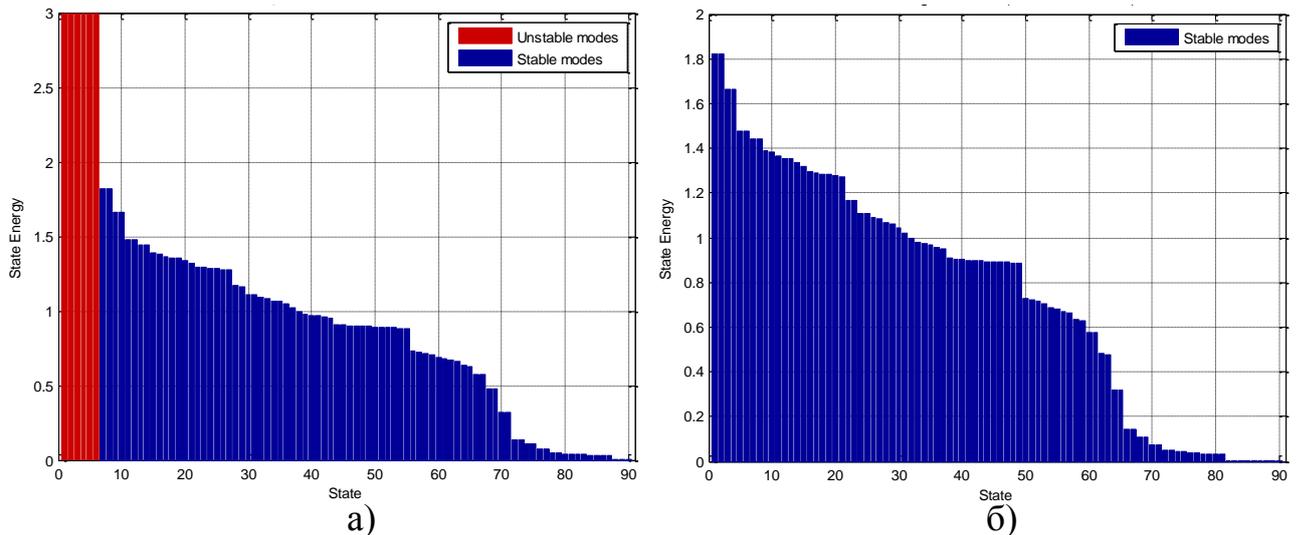


Рисунок 4.8 – Спектр Ганкелевых сингулярных значений при порядке сокращения размерности 50%: а) без стабилизации; б) со стабилизацией

4.1.2 Сравнение методов моментов, на основе сингулярного разложения и на основе усеченной сбалансированной реализации для понижения порядка моделей линейных схем

В рассматриваемом примере порядок (размерность) исходной модели равен 726 (схема для моделирования в Simulink используется та же, что и выше, микрополосковые линии фрагментированы на 30 участков). То есть размерности матриц исходной модели следующие: $E(726 \times 726)$, $A(726 \times 726)$, $B(726 \times 1)$, $C(1 \times 726)$.

Получение моделей сокращенной размерности осуществлялось применением описанного в третьей главе программного обеспечения Matlab.

Частотные характеристики исходной модели (H) и модели сокращенной размерности, полученной методом моментов, (H_r) представлены на рисунке 4.9.

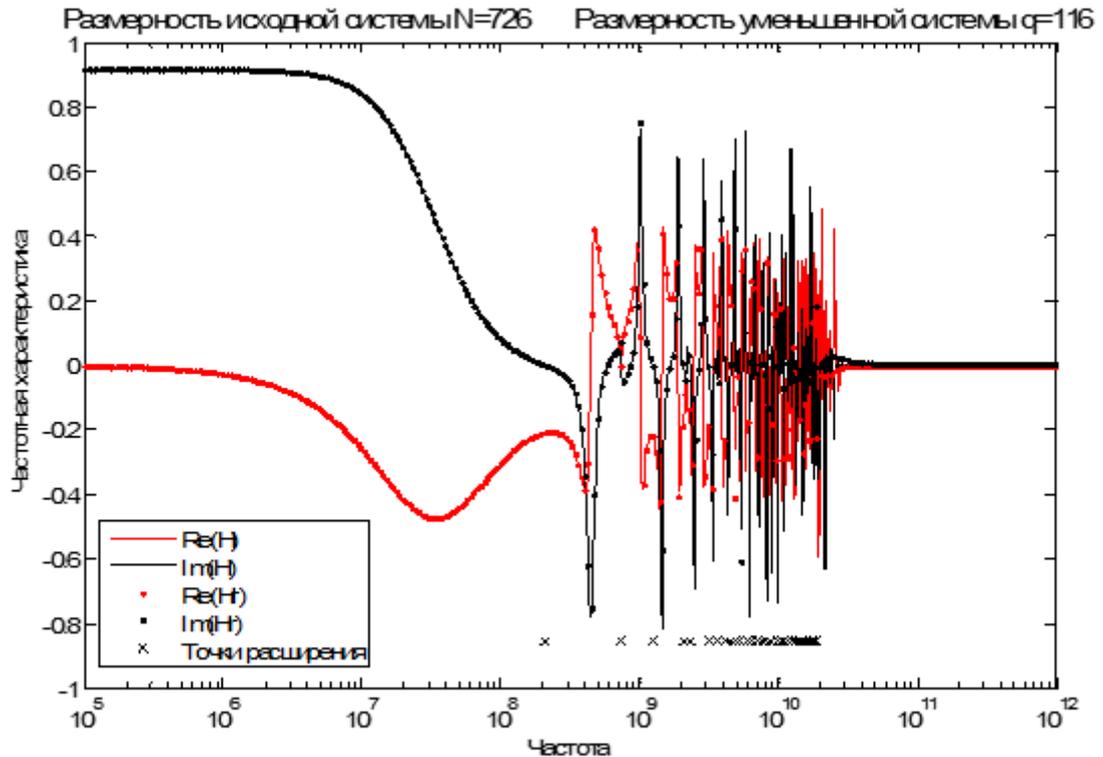


Рисунок 4.9 – Частотные характеристики исходной модели (H) и модели сокращенной размерности, полученной методом моментов (H_r)

Выбор оптимальной стратегии точек расширения является предметом отдельных исследований. Здесь в качестве точек расширения выбраны точки, в которых вещественная или мнимая часть частотной характеристики меняет знак. В данном случае выбрано 40 точек расширения (на рисунке 4.9 они отмечены знаком - x), для каждой из них учтено 2 момента.

Порядок модели сокращенной размерности, представленной на рисунке 4.9 равен 147.

На рисунке 4.10 представлены результаты моделирования переходной характеристики исходной модели и моделей сокращенной размерности, полученные методом моментов, методом на основе сингулярного разложения и методом усеченной сбалансированной реализации.

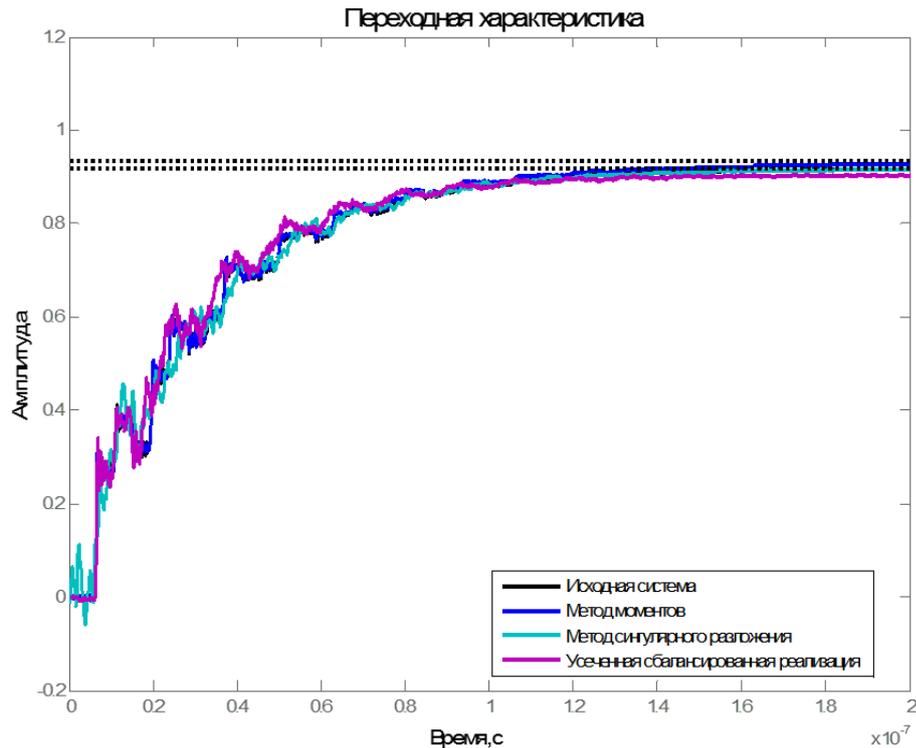


Рисунок 4.10 – Переходная характеристика исходной модели, моделей сокращенной размерности, полученных методом моментов, сингулярного разложения, усеченной сбалансированной реализации

Графики переходной характеристики для исходной модели и моделей сокращенной размерности практически совпадают. Размерности матриц: $E(116 \times 116)$, $A(116 \times 116)$, $B(116 \times 1)$, $C(1 \times 116)$. Среднее значение относительной ошибки переходной характеристики для метода моментов - 1.14%, для метода на основе сингулярного разложения - 0.66%, для метода на основе усеченной сбалансированной реализации - 1.49%. Таким образом для схемы рисунка 4.1 метод на основе сингулярного разложения показывает лучшие результаты. Проведенные серии экспериментов показывают, что при сокращении размерности до 300 и выше (то есть при сокращении размерности до 43% и выше от размерности исходной модели), уменьшения относительной ошибки моделирования не происходит. Это подтверждается приведенным на рисунке 4.11 графиком спектра сингулярных значений, который демонстрирует, что значащие

сингулярные значения векторов переменных состояния исходной модели расположены в пределах от 0 до 300.

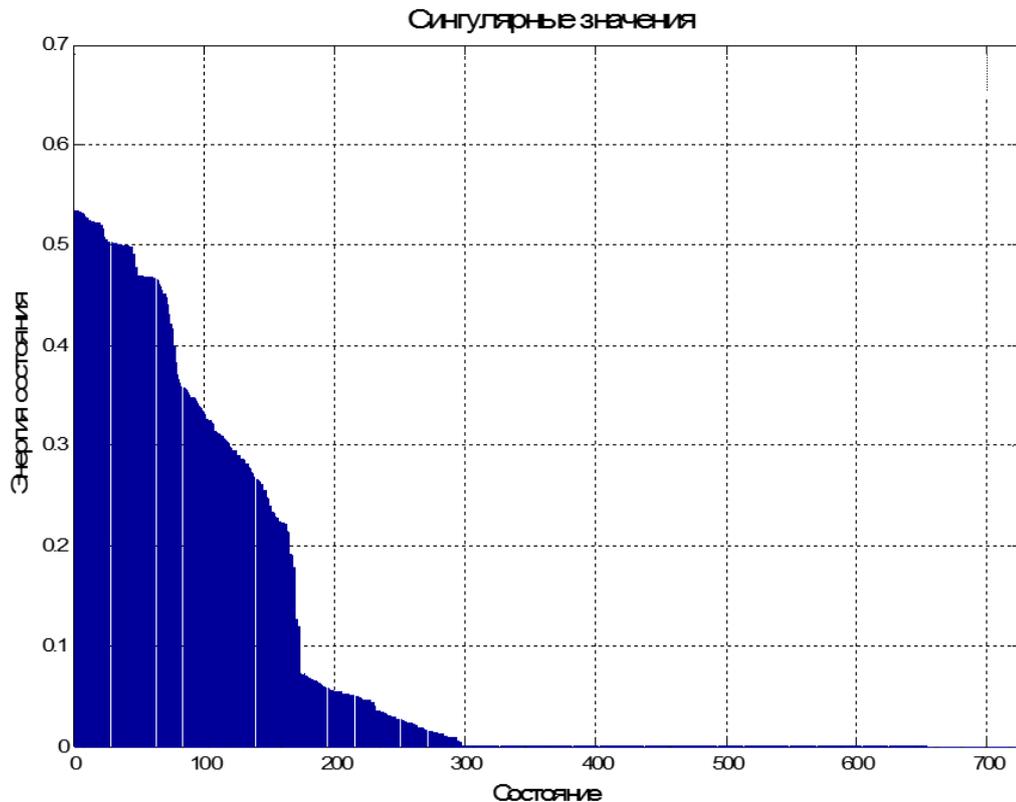


Рисунок – 4.11 Сингулярные значения исходной модели

Время построения переходной характеристики исходной модели 6.8с, время построения моделей сокращенной размерности метода моментов и метода на основе сингулярного разложения - 0.1с, метода на основе усеченной сбалансированной реализации - 0.2с, таким образом сокращение времени на моделирование при применении первых двух методов составляет 68 раз, при применении третьего метода составляет 34 раза.

На рисунке 4.12 представлены графики зависимости средней относительной ошибки при расчете переходной характеристики в зависимости от размерности модели, до которой сокращается полная модель устройства.

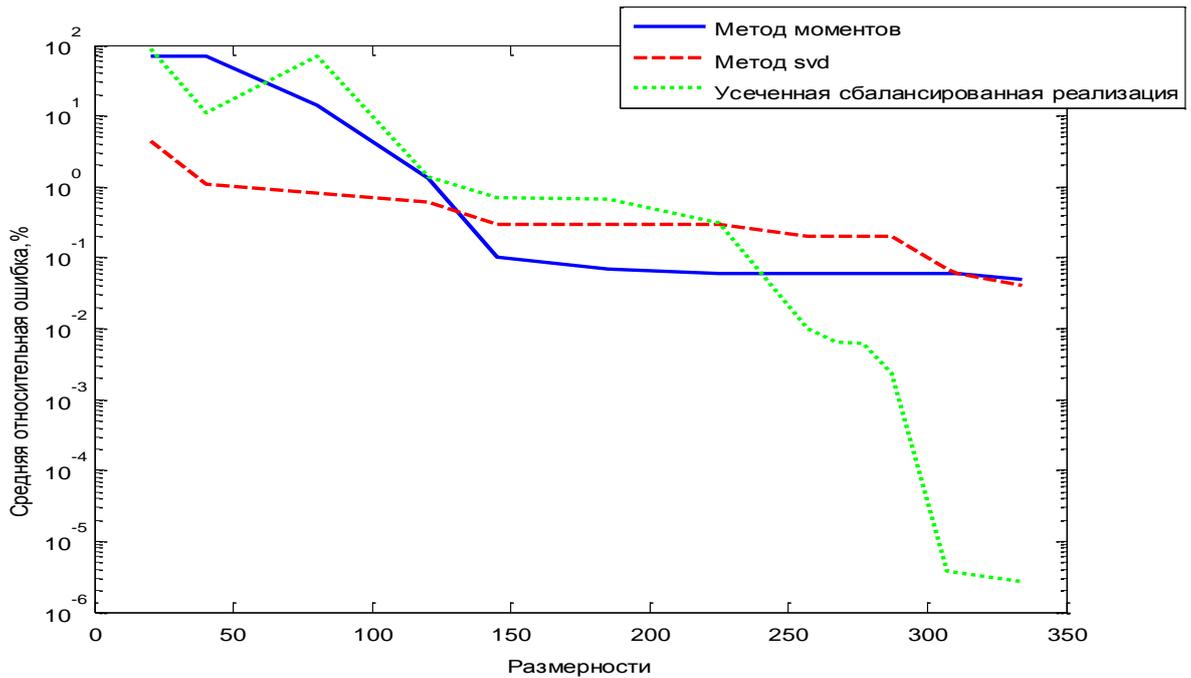


Рисунок 4.12 - Средняя относительная ошибка при расчете переходной характеристики в зависимости от размерности модели сокращенной размерности

На рисунке 4.13 а) представлены графики зависимости времени построения переходной характеристики в зависимости от порядка, до которого сокращается модель. Обозначим время построения переходной характеристики полной схемы как T_n , время построения переходной характеристики модели сокращенной размерности как T_m , на рисунке 4.13 б) представлены графики снижения временных затрат при применении методов понижения порядка по отношению к времени моделирования исходной модели (T_n/T_m) в зависимости от порядка, до которого сокращается модель.

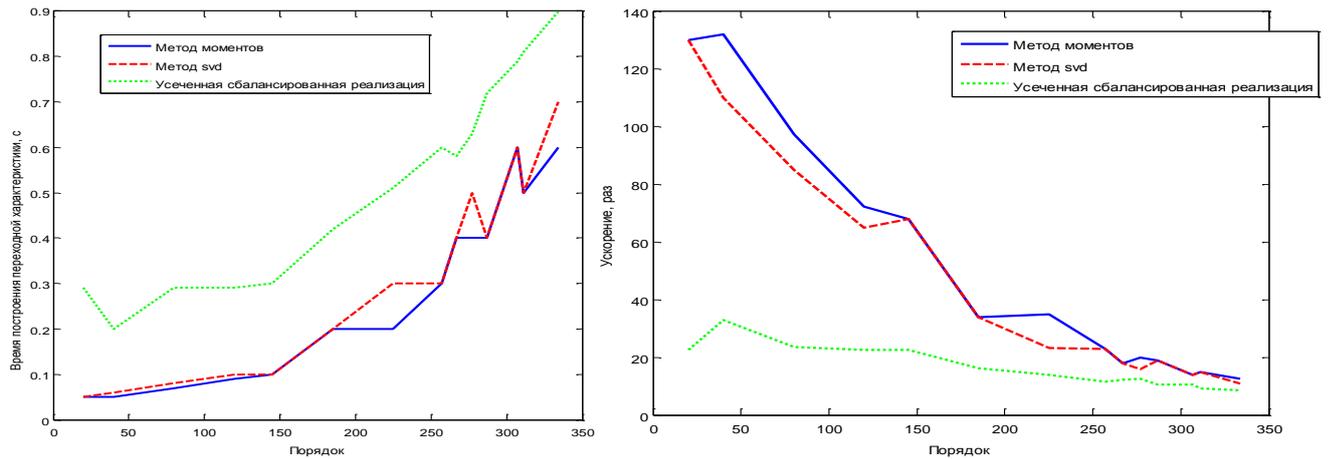


Рисунок 4.13 – а) временные затраты на построение переходной характеристики при применении методов понижения порядка; б) снижение временных затрат при применении методов понижения порядка по отношению к времени моделирования исходной модели

Таким образом, для тестовой схемы рисунка 4.1, при применении описанной стратегии выбора частот для метода моментов можно отметить, что при сокращении размерности выше 20% от исходной, применение методов приводит к схожим показателям точности и быстродействия, при понижении размерности до 20% от исходной, показатели точности выше у метода, на основе сингулярного разложения при одинаковых вычислительных затратах. Метод на основе усеченной сбалансированной реализации в целом показывает большую ошибку, чем предыдущие два метода, но при сокращении размерности выше 35% результаты имеют более высокую точность из сравниваемых подходов.

Несмотря на то, что метод моментов обеспечивает локальную точность передаточной функции модели сокращенной размерности, он может не обеспечить требуемые показатели ошибки в широком частотном диапазоне. То есть поведение модели сокращенной размерности, при частотах, сильно отличающихся от тех, на которых обучалась модель (строилась модель сокращенной размерности), может быть не адекватным поведению исходной модели. Путем повышения адекватности может быть увеличение количества используемых при обучении частот, что увеличивает размерность модели

сокращенной размерности. Таким образом, при построении модели сокращенной размерности методом моментов имеет место очевидный компромисс между требуемой адекватностью и сложностью получаемой модели.

Операция SVD для полноразмерной матрицы векторов состояний является затратной операцией ($O(n^3)$). Однако, X (п.1.1.4) обычно имеет намного меньшее число столбцов (число отсчетов), чем строк (размерность модели), таким образом, операция SVD от X выполняется эффективно. Так как проекционный базис генерируется из отклика модели при специфических входных воздействиях, то модель сокращенной размерности по поведению близка к оригинальной для входных воздействий, сходных к воздействиям, используемым при обучении (получении модели сокращенной размерности). Поэтому в процессе обучения входные воздействия должны исследовать динамику оригинальной модели устройства по возможности полно. Однако, увеличение количества столбцов в X может увеличивать размерность модели сокращенной размерности. Таким образом, при построении модели сокращенной размерности имеет место отмеченный выше компромисс между требуемой адекватностью и сложностью получаемой модели.

Для понижения порядка с помощью метода на основе усеченной сбалансированной реализации не нужно проводить экспериментальные измерения или моделировать поведение всей схемы большой размерности. То есть в отличие от большинства методов, которые формируют модель на основе векторов состояния или набора частот, в области которых модель сокращенной размерности ведет себя адекватно исходной модели, метод на основе усеченной сбалансированной реализации обеспечивает соответствие исходной модели на всех частотах. Кроме того, данный метод обеспечивает стабильность модели сокращенной размерности, при стабильности исходной модели. Следует отметить, что устойчивость модели сокращенной размерности не обеспечивается большинством методов понижения порядка.

Проведенное сравнение показывает, что метод на основе сингулярного разложения более предпочтителен для применения в целях аппроксимации математических моделей схем нелинейных устройств при условии контроля устойчивости получаемых результатов.

4.1.3 Исследование понижения порядка моделей линейных схем с большим количеством выводов

В целях тестирования подхода используем схему устройства на микрополосковых линиях с четырьмя входами и семью выходами (MIMO - Multiple Input Multiple Output). Построение модели устройства произведено в подсистеме Simulink. На рисунке 4.14 приведена схема тестового примера.

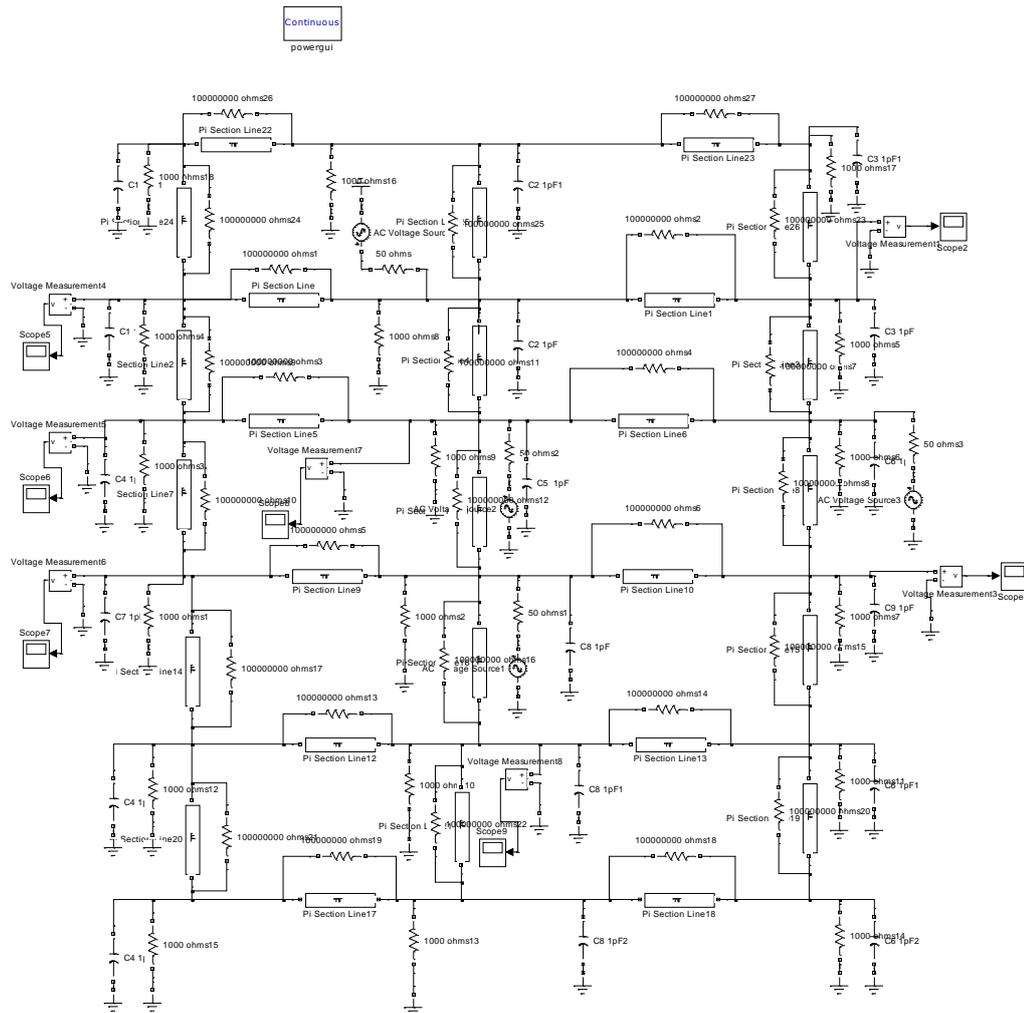


Рисунок 4.14 - Модель устройства в Simulink

Здесь параллельно каждой длинной линии расположена проводимость (10^{-8} См), не влияющая на результаты расчетов (без них Matlab формирует сингулярную (вырожденную) модель).

Значения элементов выбраны (по [119]) следующие: сопротивление длинной линии 1 Ом/м, погонная индуктивность длинной линии 218 нГн/м, погонная емкость длинной линии 134 пФ/м, длина длинной линии 0.4 м, количество π секций длинной линии 8, частота спецификации Matlab длинной линии 1 ГГц, емкости C1-C18 в схеме 1 пФ, сопротивления R1-R15 10 кОм, сопротивление источников напряжения 50 Ом, пиковая амплитуда источников напряжения 5 В, частота спецификации источников напряжения 250 МГц.

Ниже приведены амплитудно-частотные (рисунок 4.15) и фазо-частотные (рисунок 4.16) характеристики для выходов схемы:

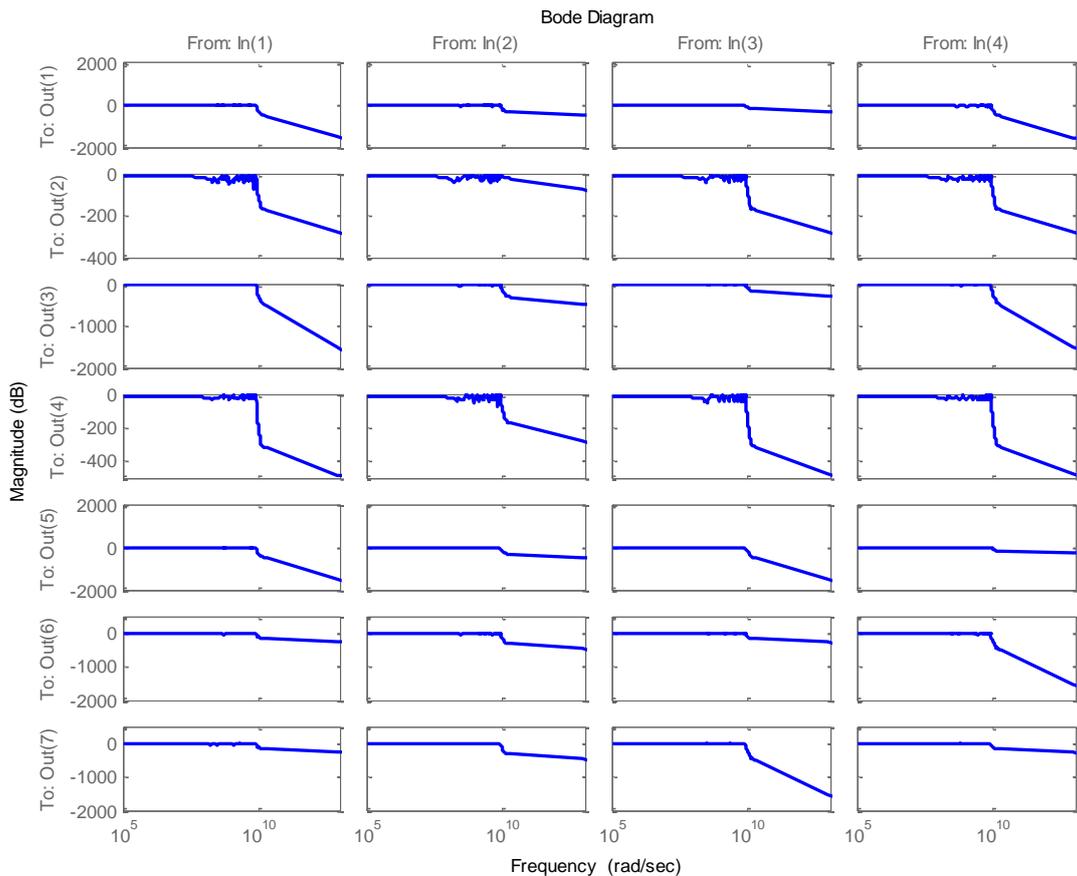


Рисунок 4.15 – Амплитудно-частотные характеристики

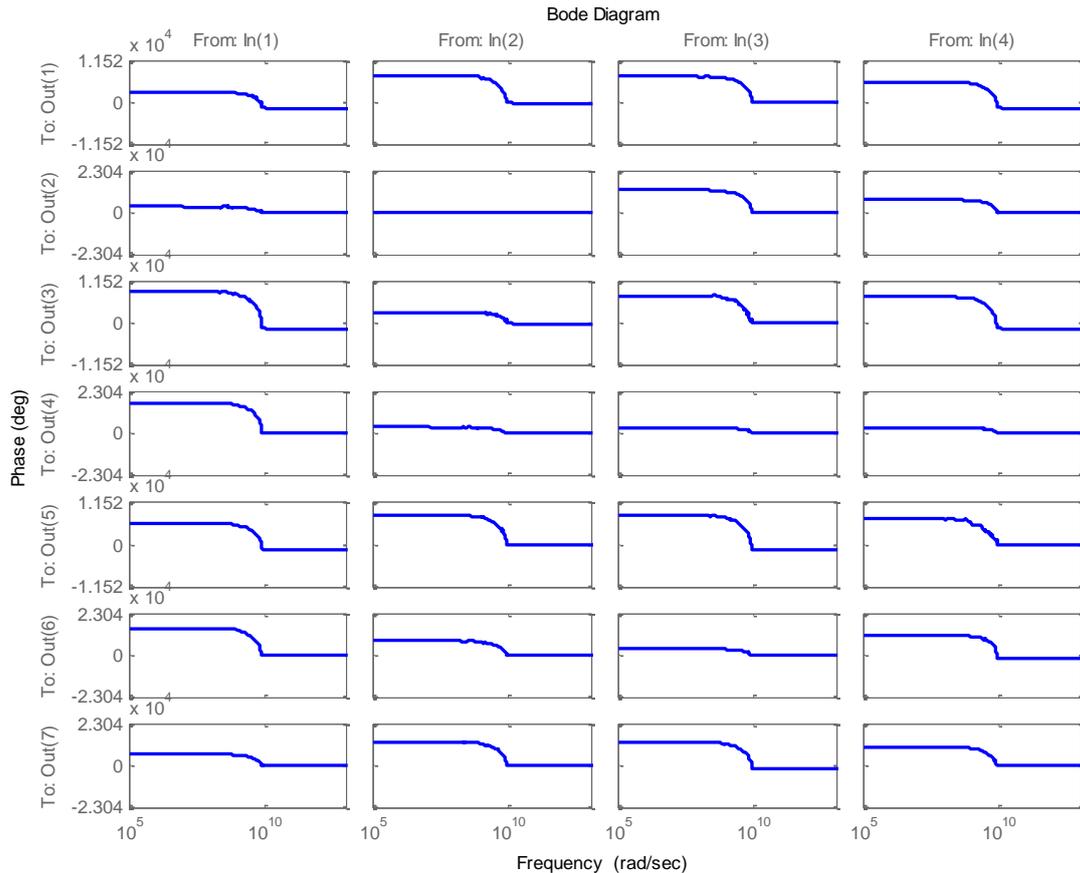


Рисунок 4.16 – Фазо-частотные характеристики

Вычисление переходной характеристики и устойчивости исходной модели осуществляем аналогично описанию разделов 4.1 и 4.2.

В рассматриваемом примере порядок исходной модели равен 423. Т.е. размерности матриц исходной модели следующие: $A(423 \times 423)$, $B(423 \times 4)$, $C(7 \times 423)$, $D(7 \times 4)$.

Рассмотрим сингулярные значения моментов входов (1 глава, раздел 1.4.1) (Sigmar_i на рисунке 4.17) и моментов выходов (Sigmar_o на рисунке 4.17).

```

>> Sigmari
Sigmari =
    1.2524         0         0         0
         0    0.0004         0         0
         0         0    0.0004         0
         0         0         0    0.0002

>> Sigmaro
Sigmaro =
    1.2524         0         0         0         0         0         0
         0    0.0004         0         0         0         0         0
         0         0    0.0004         0         0         0         0
         0         0         0    0.0002         0         0         0
         0         0         0         0    0.0000         0         0
         0         0         0         0         0    0.0000         0
         0         0         0         0         0         0    0.0000

```

Рисунок 4.17 – Сингулярные значения моментов входов (Sigmari) и моментов выходов (Sigmaro)

Рисунок показывает, что большая часть энергии сосредоточена в первом сингулярном значении моментов входов и первом сингулярном значении моментов выходов. В этой связи для последующих экспериментов при сокращении порядка исходной модели будем оставлять по одному сингулярному значению от входных и от выходных моментов. Т.е. модель сокращенной размерности по количеству входов и выходов будет содержать один вход и один выход. Далее произведем сокращение количества внутренних переменных.

На рисунке 4.18 приведены результаты вычисления переходной функции для исходной модели, сокращенной размерности и восстановленной из сокращенной до исходного количества входов/выходов со степенью сокращения 280, 70, 30, 7. Для сокращения количества внутренних переменных применяем подход, описанный в разделе 4.1.1 и встроенную функцию сокращения размерности линейных динамических систем Matlab – reduce.

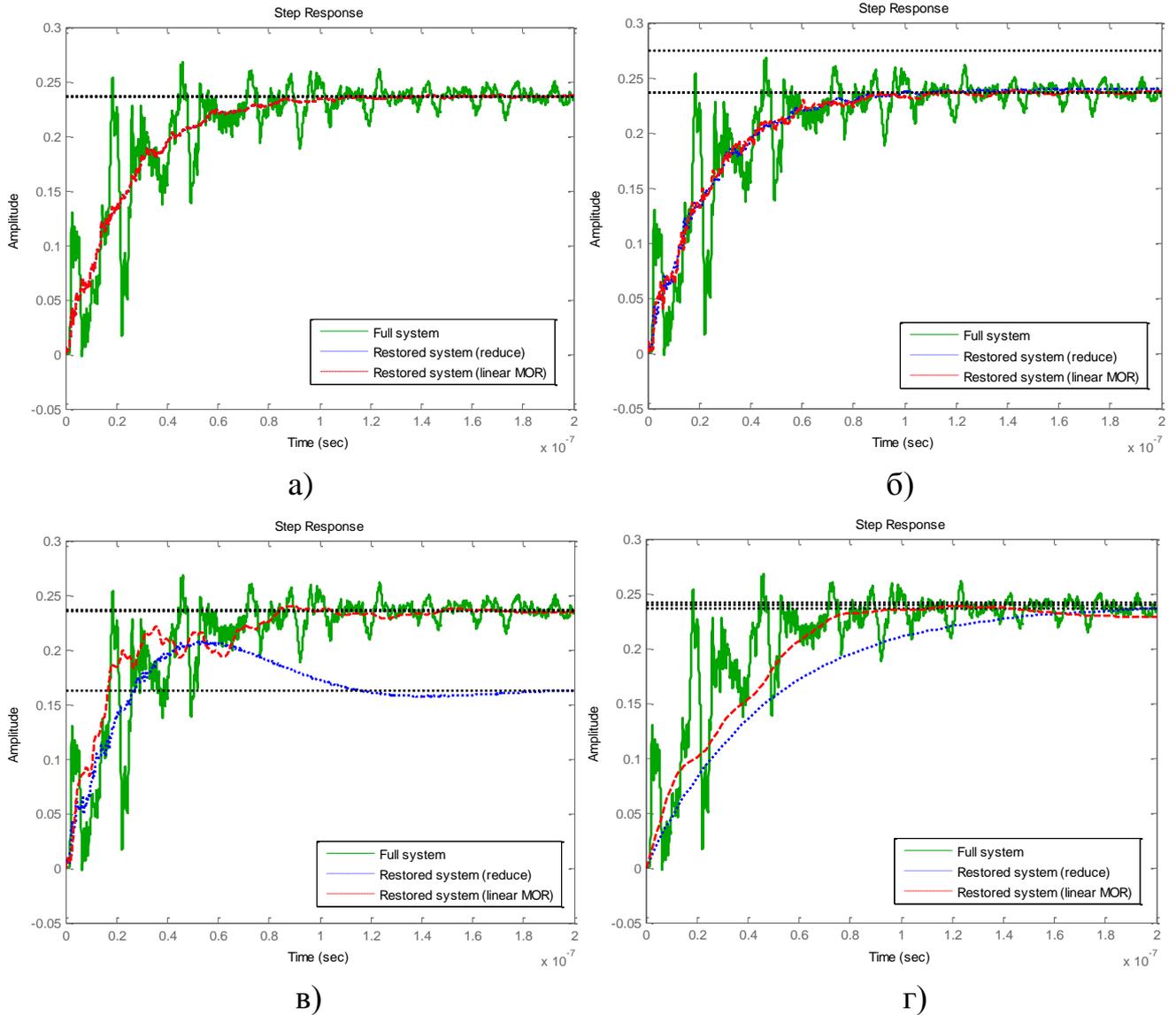


Рисунок 4.18 – Переходные характеристики с использованием модели, сокращенной до степени: а) 270 (60% от исходной размерности); б) 70 (16%); в) 30 (7%); г) 7 (1,5%)

Представленные графики иллюстрируют преимущество применения для сокращения размерности математической модели тестовой схемы метода на основе сингулярного разложения по сравнению с применением встроенной функции Matlab (reduce) при большой степени сокращения.

4.2 Тестирование методов понижения порядка моделей нелинейных схем

4.2.1 Понижение порядка моделей нелинейных схем при кусочно-линейном подходе со стабилизацией

Применение аппроксимации моделей нелинейных схем радиотехнических устройств рассмотрим, в частности, на примере нелинейной длинной линии, представленной на рисунке 4.19. Линия впервые была рассмотрена в работе [20] и является наиболее часто используемой в работах, посвященных аппроксимации моделей нелинейных схем. Схема содержит элементы со средоточенными параметрами: резисторы, конденсаторы, индуктивности и диоды.

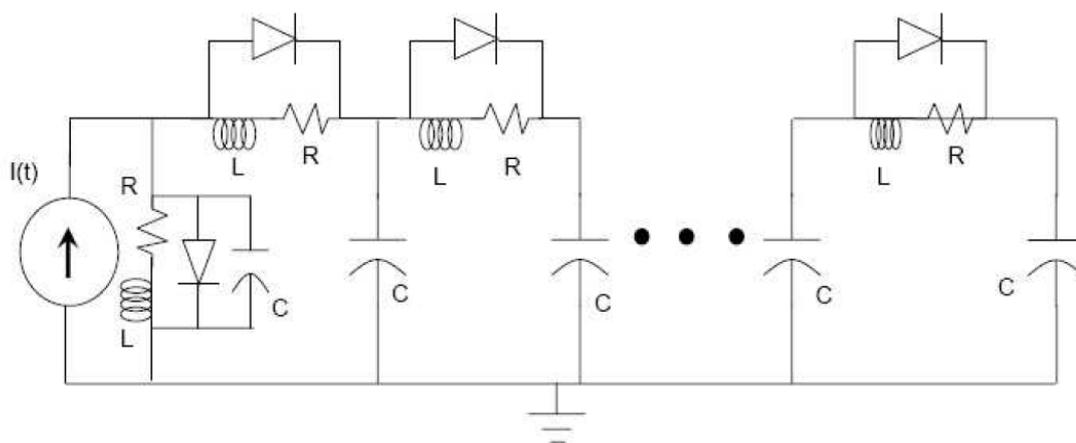


Рисунок 4.19 – Схема нелинейной длинной линии

Математическая модель линии имеет вид:

$$E \frac{dx}{dt} = Ax + f(x) + Bu, \quad (4.1)$$

где E - положительно определенная матрица, A - в общем случае несимметричная матрица, f - нелинейная функция, якобиан f всегда отрицательно определен.

В данном примере исходная схема имеет размерность $N=200$ одинаковых секций ($R=10\text{М}$, $C=1\text{e-}11\text{Ф}$, $L=1\text{e-}11\text{Гн}$, ток диода ($I_D = I_0(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1)$), $I_0=1\text{e-}11\text{А}$,

$v_t=1/40V$), при получении параметров аппроксимирующей модели (обучении) на вход подается смесь синусоидальных сигналов:

$$i1(t) = (0.7 \cdot \sin(1.9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)) + 0.2 + (0.98 \cdot \sin(1.1 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)) + 0.16,$$

$$i2(t) = (0.84 \cdot \sin(3 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t + 0.942)) + 0.04 + (0.56 \cdot \sin(2.4 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t + 1.57)) + 0.24,$$

$$i3(t) = (1.05 \cdot \sin(1.5 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t + 0.628)) + 0.08 + (0.42 \cdot \sin(1.6 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t + 2.198)) + 0.12.$$

Результат аппроксимации протестируем при подаче на вход отличающейся смеси синусоидальных сигналов:

$$i1(t) = (0.77 \cdot \sin(2.75 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t + 0.628)) + 0.2 + (0.84 \cdot \sin(1.6 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t + 2.826)) + 0.12,$$

$$i2(t) = (0.56 \cdot \sin(1.9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)) + 0.16 + (0.91 \cdot \sin(2.3 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t + 1.256)) + 0.14.$$

В результате анализа переходного режима полной модели устройства при обучающих входных воздействиях получены наборы вектора переменных состояния и линеаризованные модели устройства для каждой временной точки переходного анализа.

Спектр сингулярных значений набора вектора переменных состояний схемы выглядит следующим образом (рисунок 4.20):

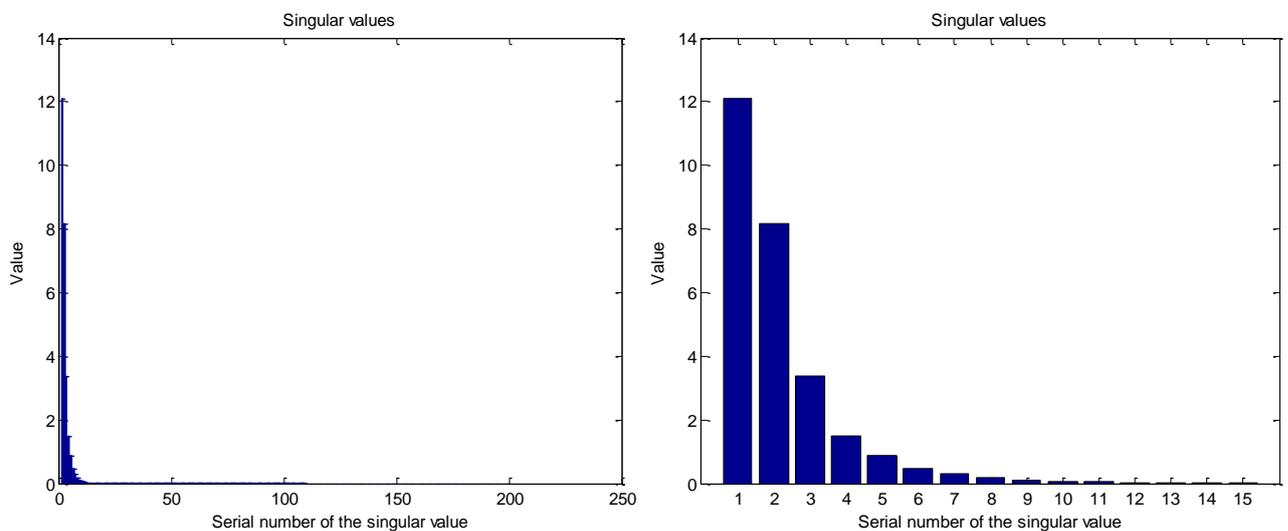


Рисунок 4.20 – Спектр сингулярных значений переменных состояний схемы

Исходя из графика, произведем сокращение порядка каждой линеаризованной исходной модели до 15, 5 и 2.

Полученные сокращенные модели являются устойчивыми, так как все собственные значения локальных линейных моделей меньше 0 (для размерности

15 приведены на рисунке 4.21). (Если хотя бы одно значение будет больше 0, то модель будет неустойчивой.)

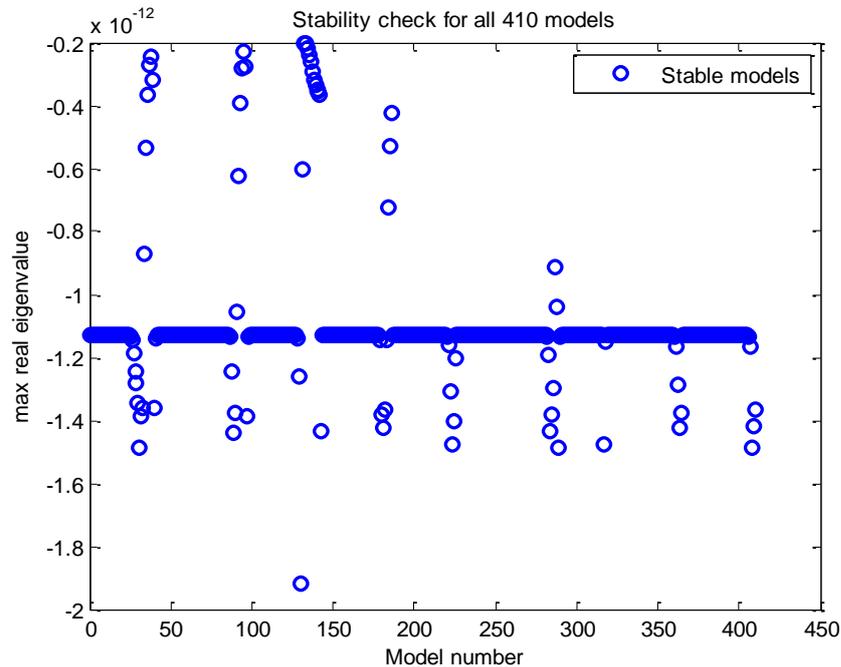
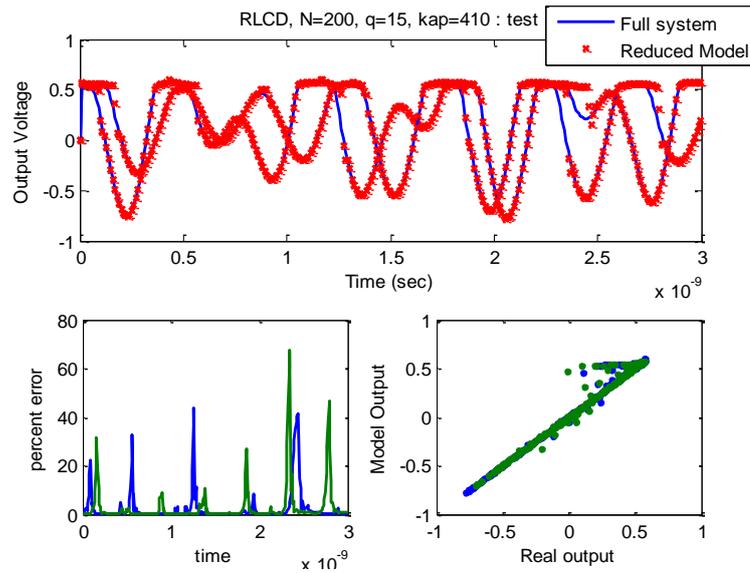
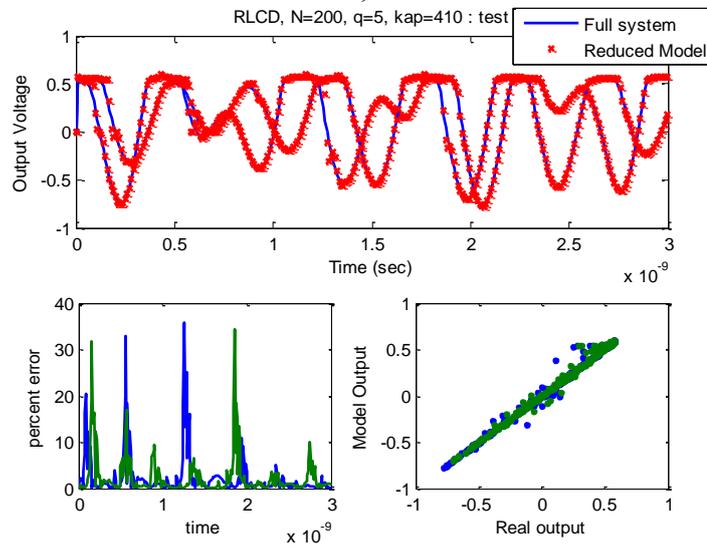


Рисунок 4.21 – Собственные значения модели сокращенной размерности

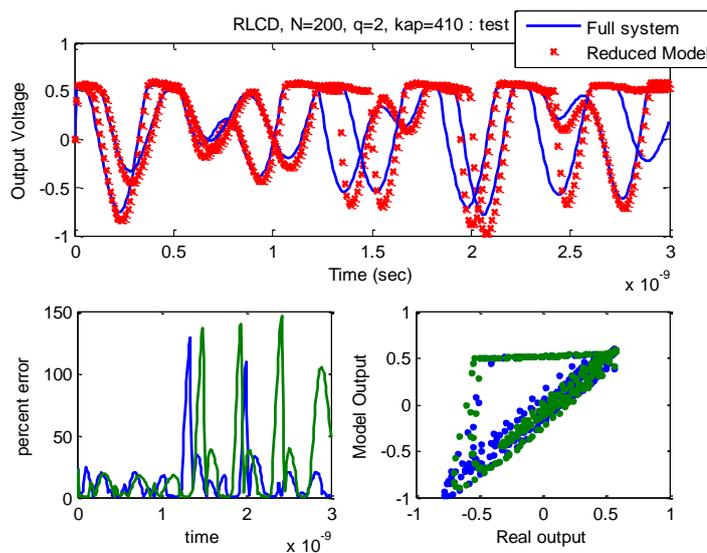
Сшивание решения производится весовой функцией (2.1). Результаты вычисления отклика на выходе исходной и моделей сокращенной размерности, величина относительной ошибки представлены на рисунке 4.22. Приведенные графики демонстрируют поведение относительной ошибки моделирования в зависимости от размерности сокращенной модели. С точки зрения учета значимых сингулярных значений оптимальной является размерность равная 15 (рисунок 4.22 а). Вместе с тем, величина относительной ошибки при этом достигает 60%. Увеличение размерности сокращенной модели приводит к уменьшению локальных выбросов относительной ошибки сокращенной модели (в частности для этого теста при размерности равной 100 ошибка достигает 30%). Таким образом, уровень ошибки моделирования теста не показывает прямую связь с размерностью сокращенной модели, исследование причин высокого уровня ошибки обусловило разработку модифицированного проекционного метода, изложенного в разделе 2.3.



a)



б)



в)

Рисунок 4.22 – Результаты моделирования аппроксимированных моделей с моделями сокращенной размерности: а) 15 (8%); б) 5 (3%); в) 2 (1%)

4.2.2 Понижение порядка моделей нелинейных схем с использованием полинома второго порядка (метод, основанный на рядах Вольтерра)

В разделе рассматриваются результаты применения разложения в ряд Вольтерра второго порядка для аппроксимации математической модели нелинейной длинной линии, схема которой представлена на рисунке 4.23.

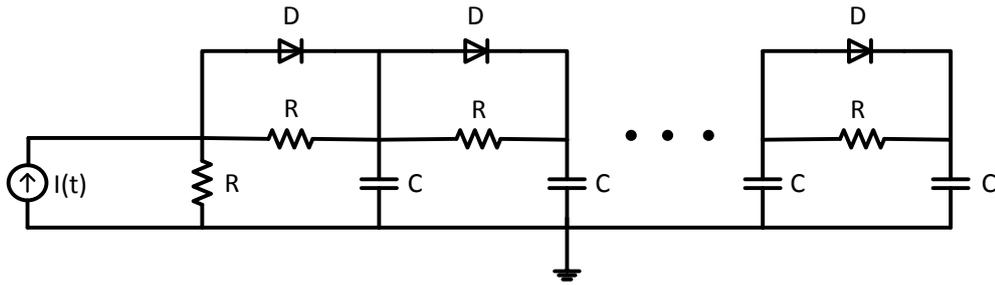


Рисунок 4.23 – RCD передаточная линия ([121])

Схема содержит элементы со средоточенными параметрами: резисторы, конденсаторы и диоды.

В соответствии с первым законом Кирхгофа, применительно к этой схеме имеем:

$$C_n \frac{dV_n}{dt} = I_n - I_{n+1} + I_0(e^{\alpha(V_{n-1}-V_n)} - 1) - I_0(e^{\alpha(V_n-V_{n+1})} - 1), \quad (4.2)$$

в каждом узле, кроме первого ([122]). Здесь I_n – ток через соответствующий резистор. Систему (41) можно представить в матричном виде:

$$E \frac{dx}{dt} = Ax + f(x) + Bu, \quad (4.3)$$

где E - положительно определенная матрица, A - в общем случае несимметричная матрица, f - нелинейная функция, якобиан f всегда отрицательно определен.

Вход схемы – источник тока, выход – напряжение в N -м (последнем) узле схемы. Для соотнесения результатов аппроксимации с литературными источниками ([121]) значения элементов схемы заданы следующим образом: $C =$

1Ф, $R = 1$ Ом, соотношение напряжение – ток для каждого диода $I_d = I_0(e^{40V_d} - 1)$, $I_0 = 1$ А.

Исходная модель имеет размерность $N=500$, обучается (модель сокращенной размерности строится по результатам анализа переходного процесса) и тестируется синусоидальным сигналом $0.1\sin(2\pi t(0.002))$.

Сингулярное разложение вектора переменных состояний исходной модели выглядит, как показано на рисунке 4.24. Порядок сокращения линейризованной модели выберем равным 6. При этом, значащие сингулярные значения будут учтены моделью сокращенной размерности.

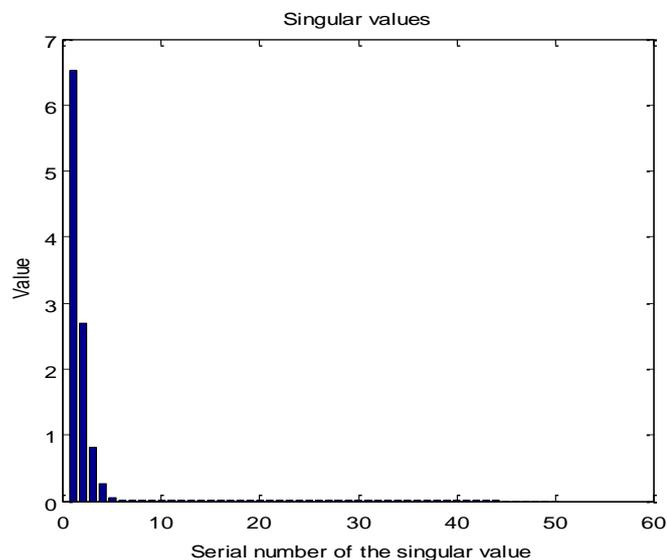


Рисунок 4.24 - Сингулярные значения исходной модели

На графике на рисунке 4.25 представлены результаты моделирования исходной схемы (процесс обозначен синим цветом) и сокращенной схемы (процесс обозначен красным цветом).

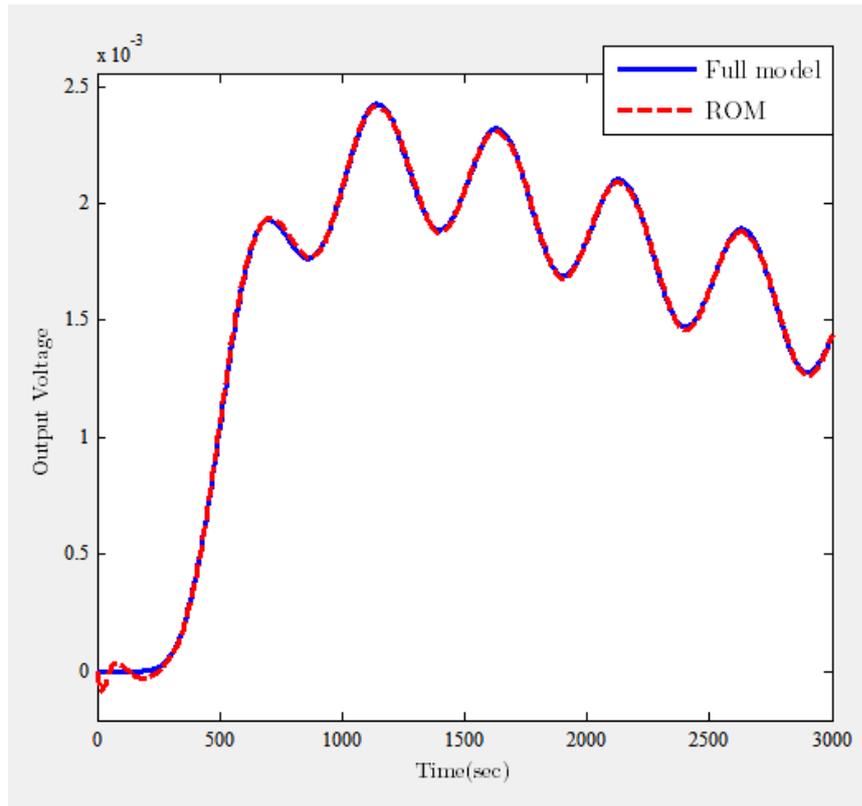


Рисунок 4.25 – Сравнительный график процесса на выходе исходной и сокращенной модели

Для моделирования исходной модели устройства понадобилось 53,18с, для моделирования модели меньшей размерности потребовалось 10,64с. Таким образом для данного примера мы получили ускорение в 5 раз.

Таблица 1 представляет затраты времени на моделирование при варьировании размерности исходной модели, порядок сокращенной равен 6.

Таблица 1 – Затраты времени при моделировании

Размерность исходной модели, узлов	Время моделирования исходной модели, с	Время моделирования модели сокращенной размерности, с	Ускорение (сокращение затрат времени на моделирование), раз
250	8.54	4.27	2
500	36.37	7.27	5
700	100.79	12.60	8
800	151.62	15.16	10
900	218.17	15.58	14

Представленные выше результаты моделирования получены в среде Matlab с использованием встроенного в среду решателя систем дифференциальных уравнений ode15s.

4.2.3 Сравнение кусочно-линейного и кусочно-полиномиального подходов понижения порядка моделей нелинейных схем

В разделе рассматриваются результаты сравнения применения кусочно-полиномиального подхода при использовании разложения в ряд Вольтерра второго порядка математической модели схемы в точках линеаризации и кусочно-линейного метода при аппроксимации математической модели нелинейной длинной линии, схема которой представлена на рисунке 4.23. Сравнение кусочно-линейного и кусочно-полиномиального методов производится по точности (рисунок 4.26 а)-в)) и по времени моделирования (рисунок 4.26 г)-е)) при разном количестве точек линеаризации для размерностей схемы 10, 100, 500. Степень сокращения схемы в настоящем разделе используем равной 5.

В качестве входного сигнала (обучающего и тестового) используется сигнал из суммы синусоид:

$$i(t) = (0.7 \cdot \sin(1.9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)) + 0.2 + (0.98 \cdot \sin(1.1 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)) + 0.16$$

Графики на рисунке 4.26 построены для двух типов весовых функций:

$$W1 = w_i(z) = \frac{\exp\left(\frac{-\beta|z-z_i|}{\min_k|z-z_k|}\right)}{\sum_j \exp\left(\frac{-\beta|z-z_j|}{\min_k|z-z_k|}\right)}, \quad (4.4)$$

$$W2 = w_i(z) = \frac{\left[\frac{d_{min}}{d_i(z)} e^{-\frac{d_i(z)-d_{min}}{(\min_k(d_k(z)-d_{min})+\max_k(d_k(z)-d_{min}))/2}} \right]^p}{\sum_j \left[\frac{d_{min}}{d_j(z)} e^{-\frac{d_j(z)-d_{min}}{(\min_k(d_k(z)-d_{min})+\max_k(d_k(z)-d_{min}))/2}} \right]^p}, \quad (4.5)$$

где $d_i(z) = |z - z_i|_2^2$, $d_{min} = \min(d_i(z))$, $p = 2$.

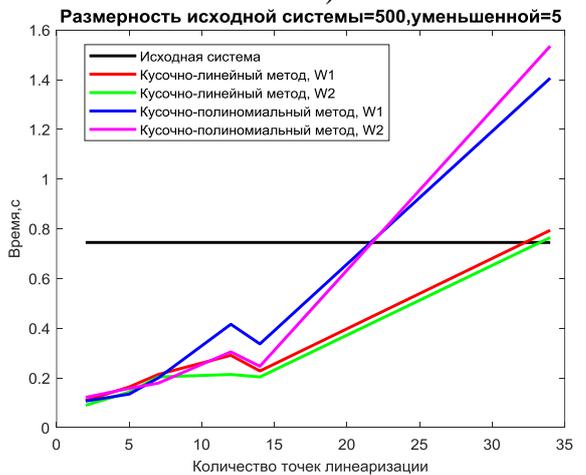
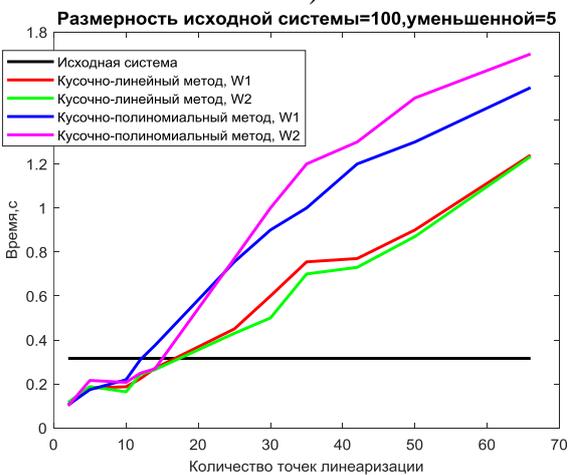
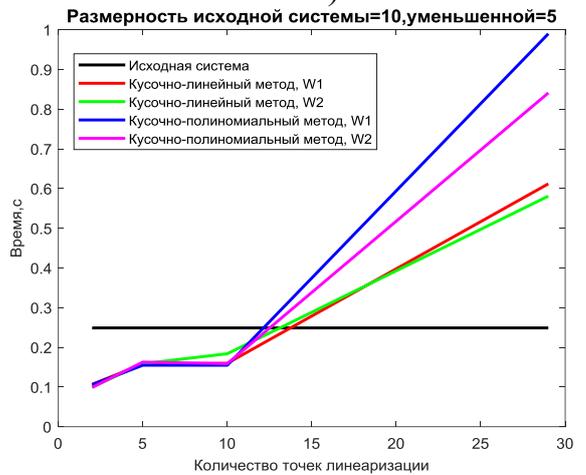
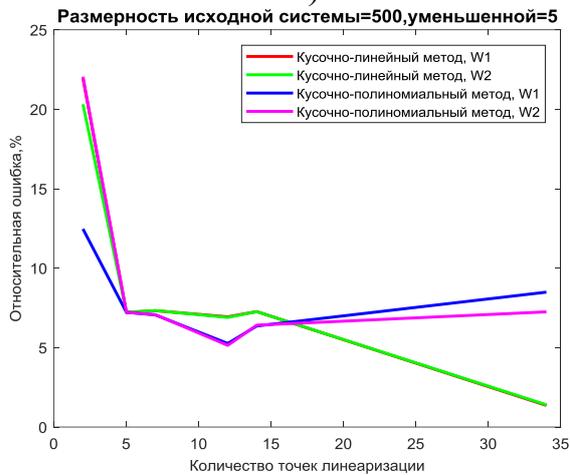
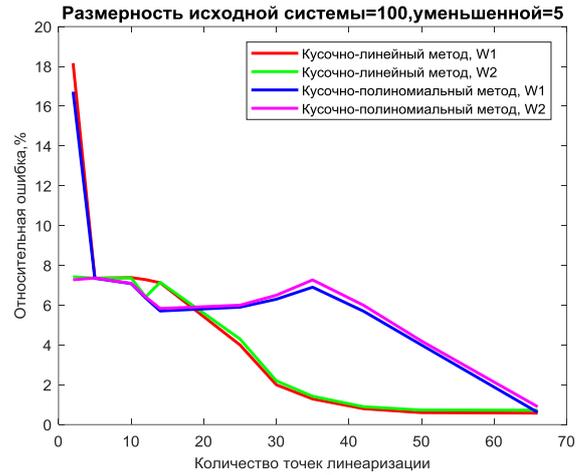
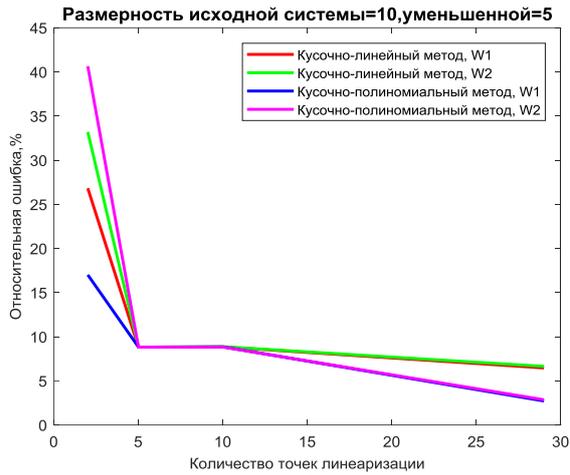


Рисунок 4.26 – а),б),в) относительная ошибка при разном количестве точек линеаризации для размерностей 10,100 и 500 соответственно; г),д),е) время моделирования при разном количестве точек линеаризации для размерностей 10,100 и 500 соответственно

Таким образом, для данного примера кусочно-полиномиальный метод в целом не приводит к существенному повышению адекватности результатов, но требует большего времени моделирования по сравнению с кусочно-линейным подходом за счет привлечения больших вычислительных затрат. В этой связи в последующей части работы приводятся результаты только для кусочно-линейного подхода. Применение разных видов весовых функций для данного примера не показало значительной разницы в результатах.

4.2.4 Многовариантный анализ нелинейной длинной линии при использовании основного алгоритма вычисления расстояний при определении весовых функций кусочно-аппроксимационных подходов

В целях исследования свойств производительности кусочно-линейного подхода аппроксимации моделей нелинейных схем проведен многовариантный анализ нелинейной длинной линии рисунка 4.23 при варьировании параметров размерности сокращения и количества линеаризованных моделей.

Данная тестовая схема наиболее часто используется для тестирования методов понижения порядка моделей нелинейных устройств. Несмотря на простоту построения данной схемы ее динамическое поведение является довольно сложным процессом. При рассмотрении фазовой траектории (рисунок 4.28) потенциала в первом узле данной схемы (стартовая точка $[0.0]$) для двухчастотного входного воздействия (рисунок 4.27) видно, что процесс не периодический.

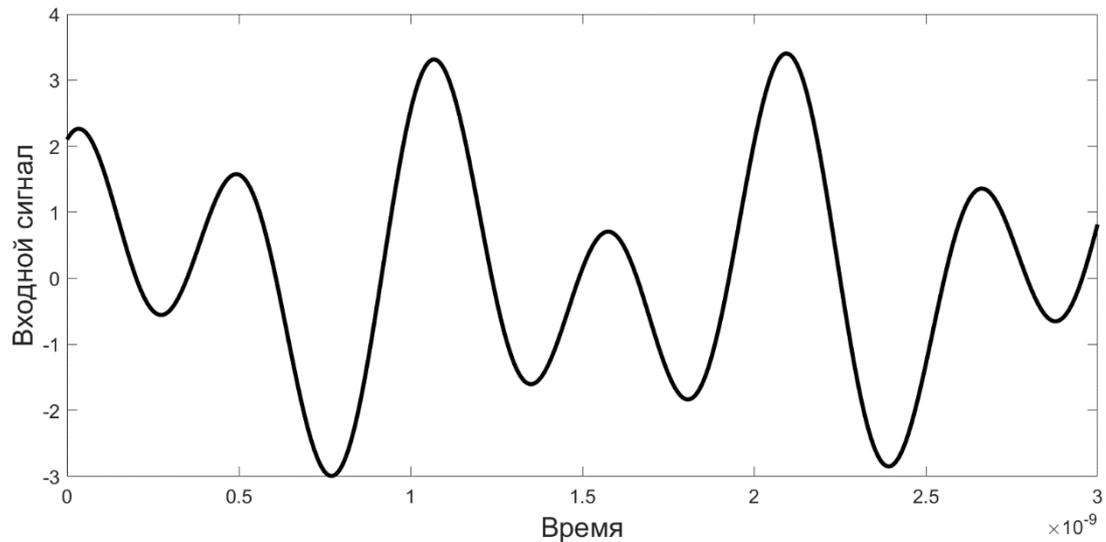


Рисунок 4.27 - Пример подготовки данных для моделирования

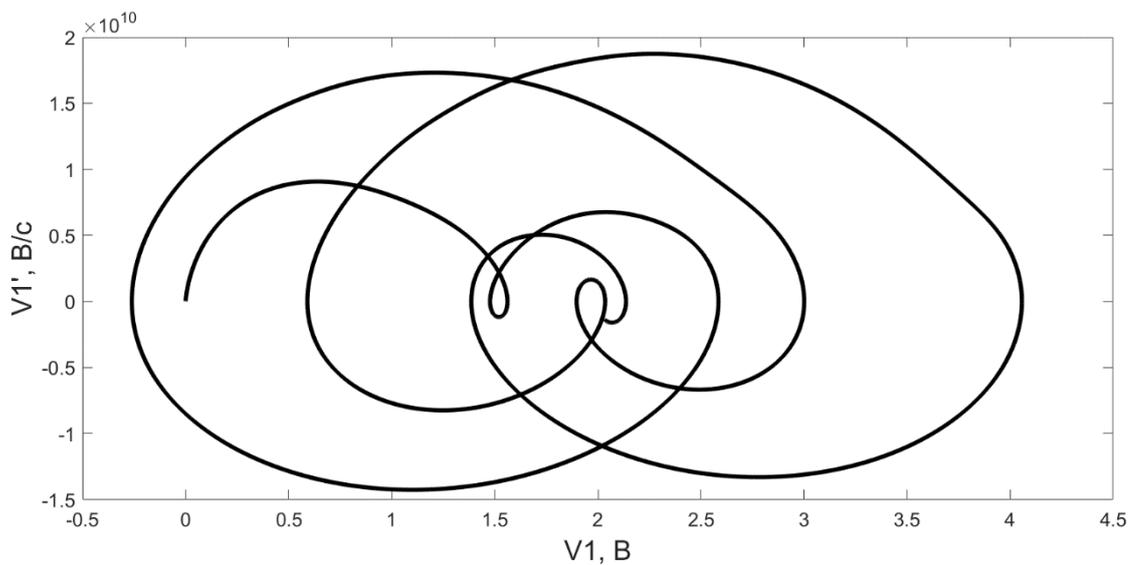


Рисунок 4.28 – Фазовая траектория потенциала в первом узле

На рисунке 4.29 схематично изображен набор средств, использованных в процессе многовариантного моделирования схемы рисунка 4.23. Окружение схемы подготовлено в редакторе Simulink. В процессе многовариантного моделирования схема RCD_20 (20 RCD секций) заменяется подстановкой на блоки из библиотеки имеющие большую сложность (40, 80, 100, 200 и т.д. RCD секций (структурно составлены из блоков меньшего размера)). Для каждого варианта схемы применением программных модулей Matlab формируются

кусочно-линейные модели сокращенной размерности для ряда наборов значений порядка сокращения размерности и количества линеаризованных моделей.

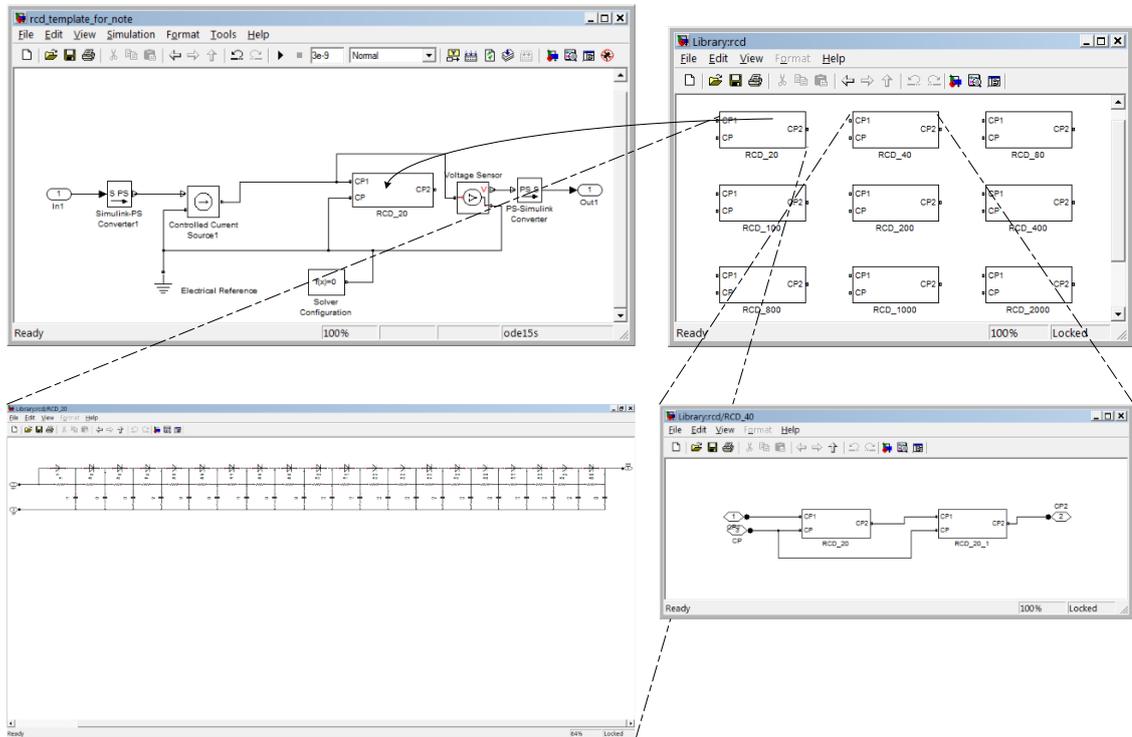


Рисунок 4.29 - Пример подготовки данных для моделирования

По результатам многовариантного анализа построены регрессионные зависимости, приведенные ниже.

На рисунке 4.30 приведен график регрессии $T=b_1+b_2N+b_3N^2$ (зеленая сплошная линия) зависимости средней величины длительности выполнения шага интегрирования для полной модели схемы рисунка 4.23 от размерности схемы. Красной пунктирной линией обозначен 95% доверительный интервал. Параметры регрессии получены при помощи утилиты Matlab nlintool.

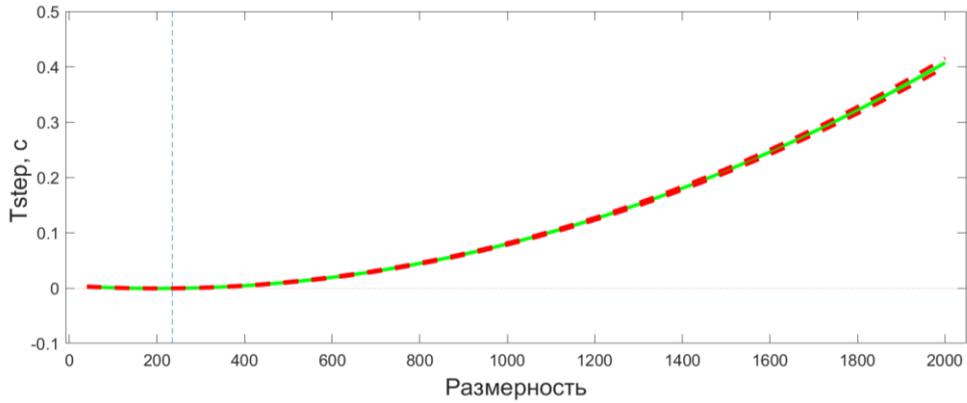


Рисунок 4.30 - Зависимость средней длительности выполнения величины шага интегрирования от размерности схемы (полная модель)

На рисунке 4.31 приведен график регрессии $T=b(1)+M*b(2)+L*b(3)+M*L*b(4)+M^2*b(5)+M^3*b(6)+L^2*b(7)$ зависимости средней величины длительности выполнения шага интегрирования для сокращенной модели схемы рисунка 2.23 от порядка редукции (M) и количества точек проецирования (L).

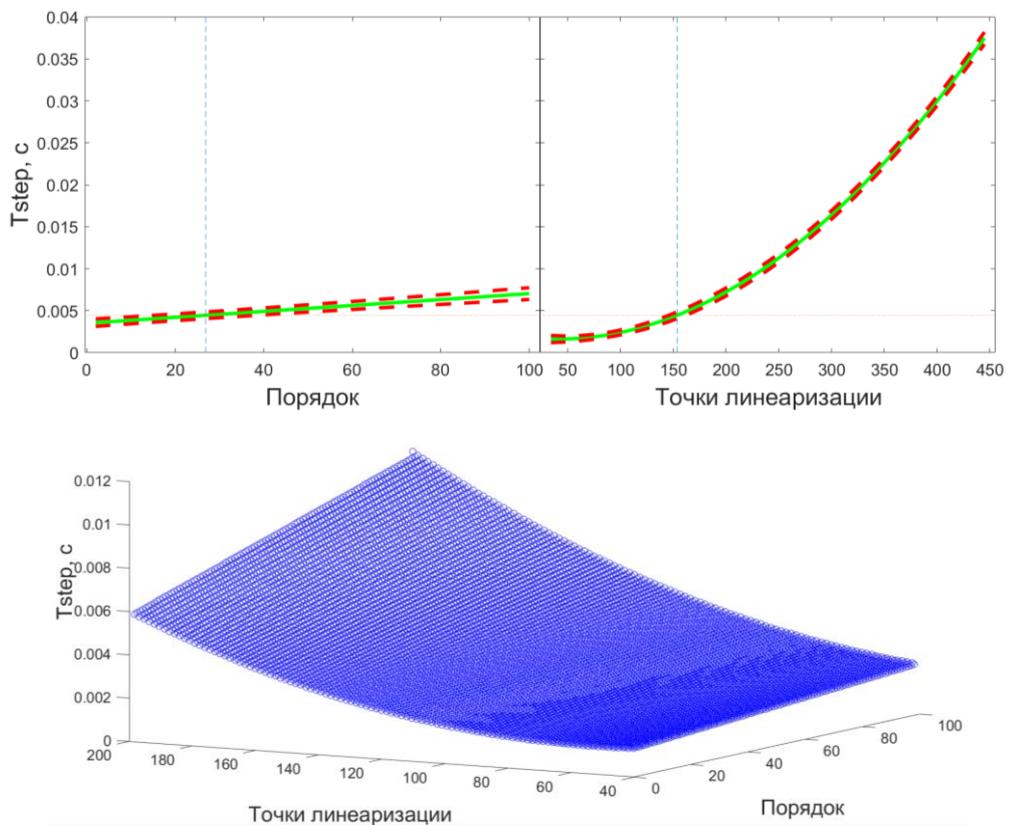


Рисунок 4.31 - Регрессия зависимости средней длительности выполнения величины шага интегрирования от размерности схемы (кусочно-линейная модель)

Используя полученные регрессионные зависимости оценим границы применимости кусочно-линейной модели сокращенной размерности в аспекте вычислительной эффективности. Положим, что кусочно-линейная модель эффективна, если вычислительная сложность (время моделирования) выполнения шага интегрирования составляет до 10% шага интегрирования исходной модели. На представленном на рисунке 4.32 графике кривые ограничивают области на плоскости “размерность-количество точек линеаризации”, значения в которых обеспечивают эффективность в обозначенном аспекте. Тривиальным следствием графика на рисунке 4.32 является обстоятельство, что применение кусочно-аппроксимационного понижения порядка для устройств низкой сложности (для схемы рисунка 4.23 – до числа узлов равного 550) нецелесообразно, т.к. 10% эффективность не достижима.

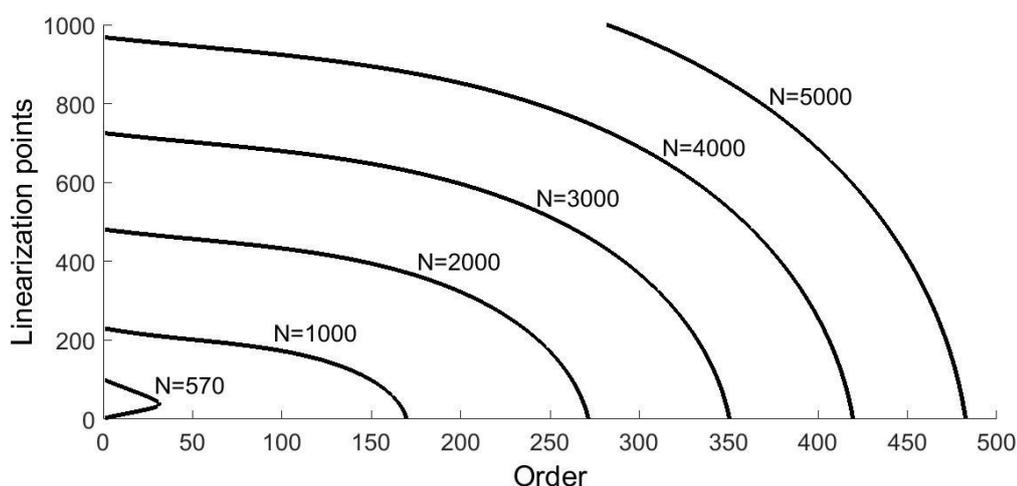


Рисунок 4.32 – Границы целесообразности применения кусочно-линейного понижения порядка для схемы рисунка 4.23

4.2.5 Результаты применения предложенного алгоритма эффективного отбора точек при вычислении расстояний в кусочно-аппроксимационных подходах

Понижение порядка RCD линии. На рисунке 4.33 приведен график регрессии $T=b(1)+M*b(2)+L*b(3)+M*L*b(4)+M^2*b(5)$ зависимости средней

величины длительности выполнения шага интегрирования для кусочно-линейной модели схемы рисунка 4.23 от порядка редукции (M) и количества точек проецирования (L).

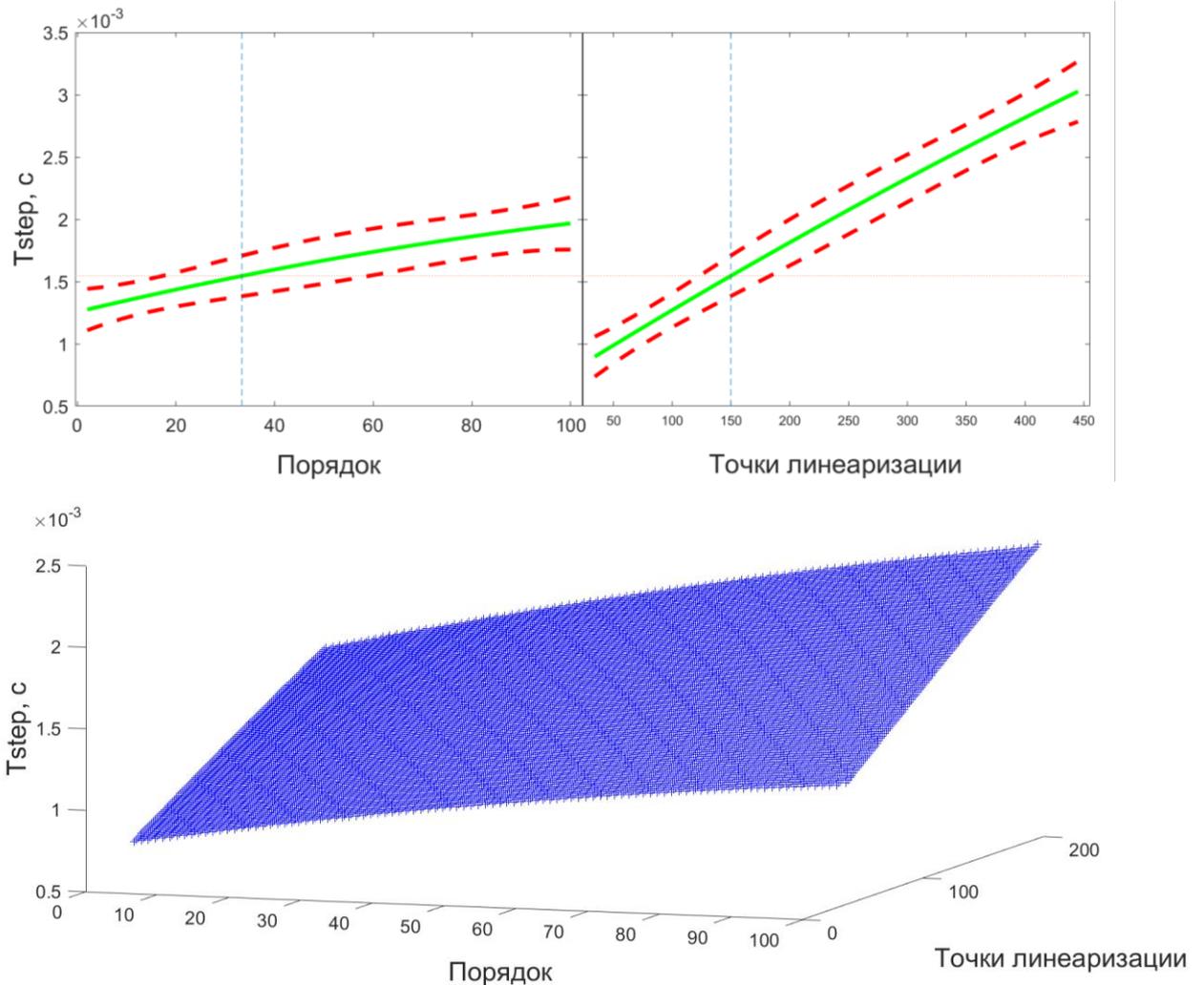


Рисунок 4.33 - Регрессия зависимости средней длительности выполнения величины шага интегрирования от размерности схемы (кусочно-линейная модель с предложенным алгоритмом)

В таблице 2 приведены сравнительные данные для ряда вариантов расчета схем: размерности (N), времени моделирования: полной модели схемы (T) и моделей сокращенной размерности – по основному алгоритму расчета дистанций (T_0) и предложенному (T_p), число точек проецирования L , размерность сокращенной линейной модели M .

Таблица 2 - Время моделирования полной схемы рисунка 2.23 и кусочно-линейной модели сокращенной размерности

N	T, с	T ₀ , с	T _п , с	M	L
800	142,90	1,21	0,75	8	65
800	141,11	7,47	3,1	100	65
800	142,77	12,98	5,36	100	109
800	135,59	41,32	10,36	100	234

На графике соотношения регрессий основного алгоритма и предложенного (рисунок 4.34) видно, что чем больше точек линеаризации используется, тем эффективнее разработанный алгоритм, по сравнению с основным алгоритмом.

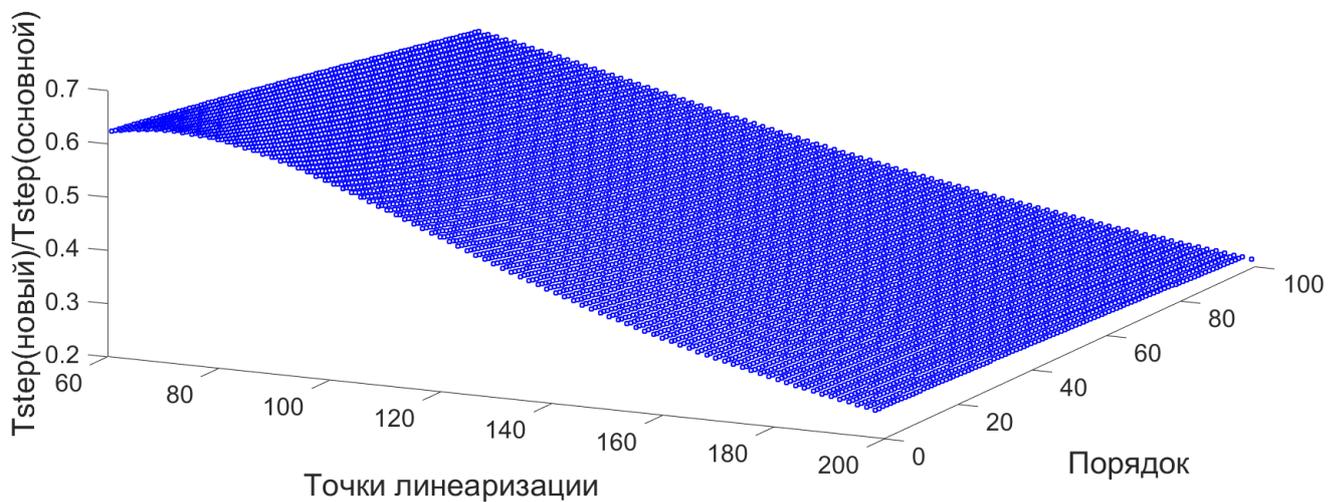


Рисунок 4.34 – Соотношение регрессий базового алгоритма и предложенного алгоритма

Таким образом, эффективность предложенного алгоритма подтверждается данными вычислительных экспериментов.

4.2.6 Результаты применения предложенного модифицированного проекционного метода в кусочно-аппроксимационных подходах

На рисунке 4.35 представлены результаты моделирования тестовой RCD линии из 200 секций (исходная и редуцированная модели), редуцирование

осуществляется общей проекцией (слева) и локальными проекциями (справа) (порядок понижения – 20, точек линеаризации 60).

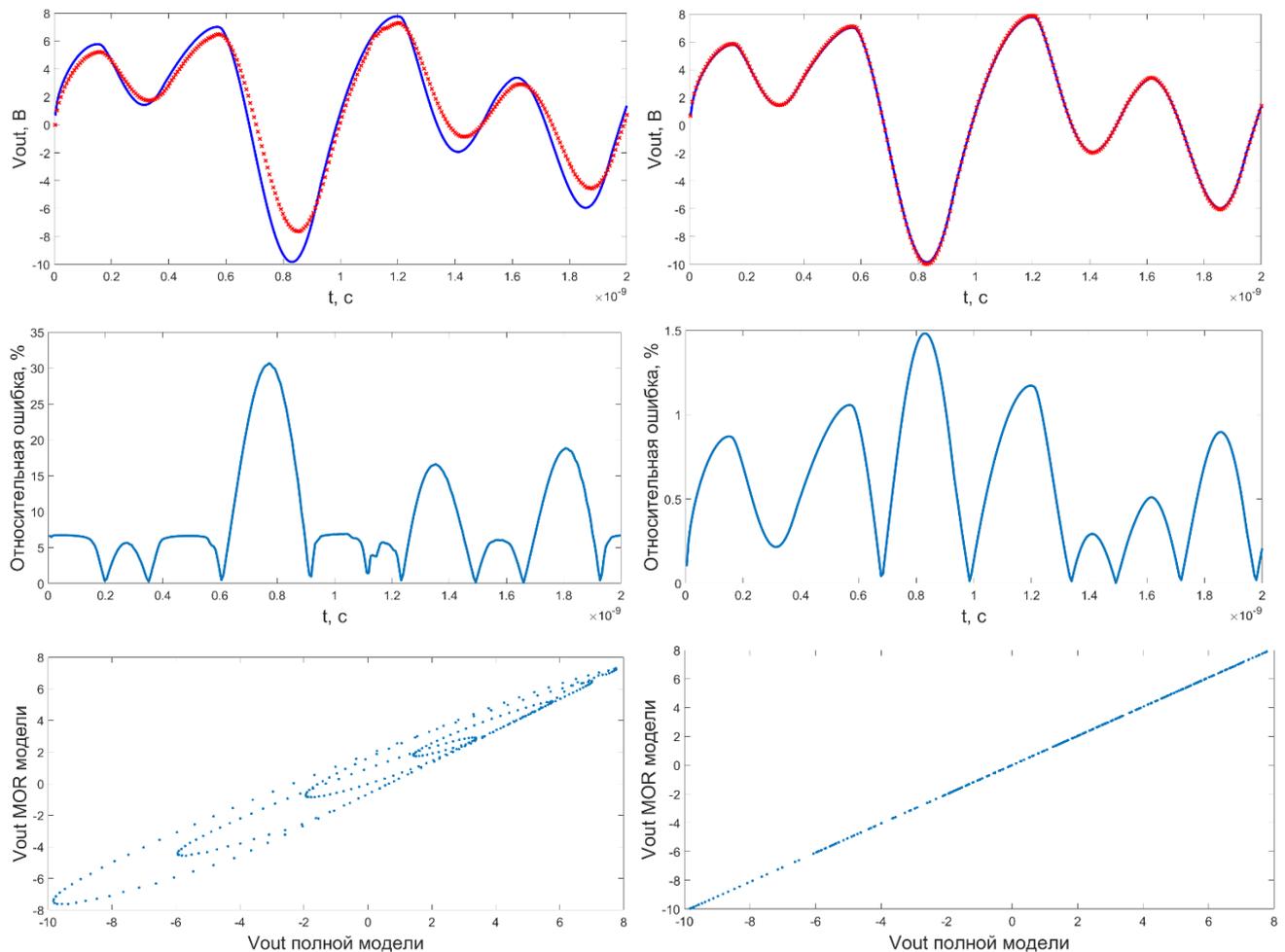


Рисунок 4.35 – Результаты моделирования тестовой RCD линии из 200 секций (исходная и редуцированная модели), редуцирование осуществляется общей проекцией (слева) и локальными проекциями (справа)

На графике (рисунок 4.36) представлено отношение регрессий максимального значения относительной ошибки моделирования тестовой RCD цепи с применением локальных проекций и общей проекции в зависимости от размерности и количества точек линеаризации, полученных при многовариантном расчете.

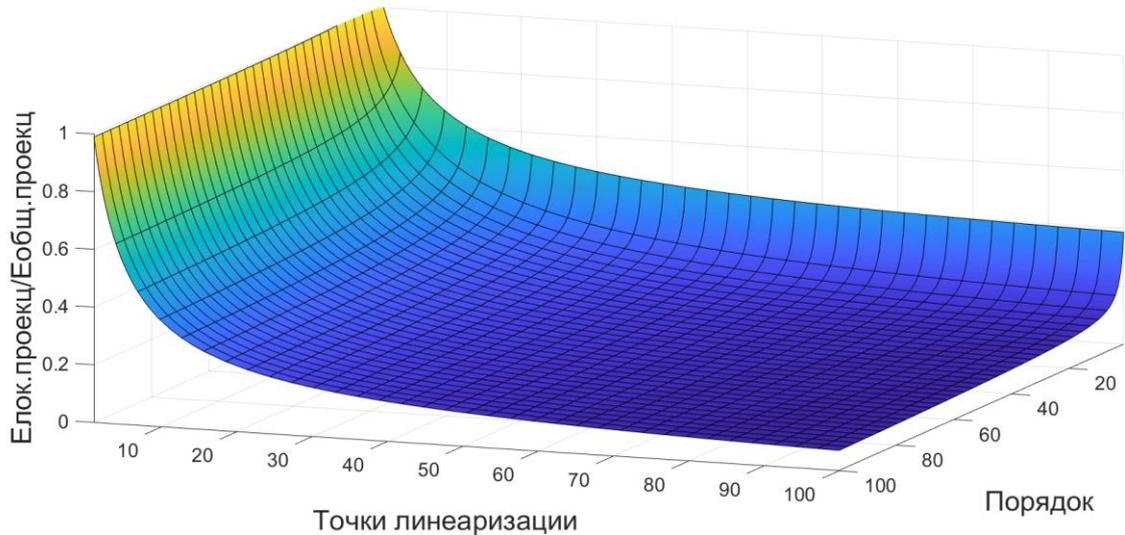


Рисунок 4.36 - Отношение регрессий максимального значения относительной ошибки моделирования тестовой RCD цепи с применением локальных проекций и общей проекции

Как видно из рисунка, применение предложенного модифицированного проекционного метода существенно уменьшает ошибку моделирования.

4.2.7 Тестирование кусочно-аппроксимационной модели сокращенной размерности RCD линии в Simulink

Ниже приведены результаты моделирования одного из тестовых примеров. На рисунках 4.37 и 4.38 показаны результаты моделирования в Simulink полной схемы RCD линии, содержащей 200 секций (рисунок 4.37) и соответствующей модели сокращенной размерности (рисунок 4.38) при входном сигнале, содержащем смесь синусоидальных воздействий.

На рисунках 4.39 и 4.40 показаны результаты моделирования в Simulink полной схемы RCD линии, содержащей 200 секций (рисунок 4.39) и соответствующей модели сокращенной размерности (рисунок 4.40) при входном сигнале, представленном меандром.

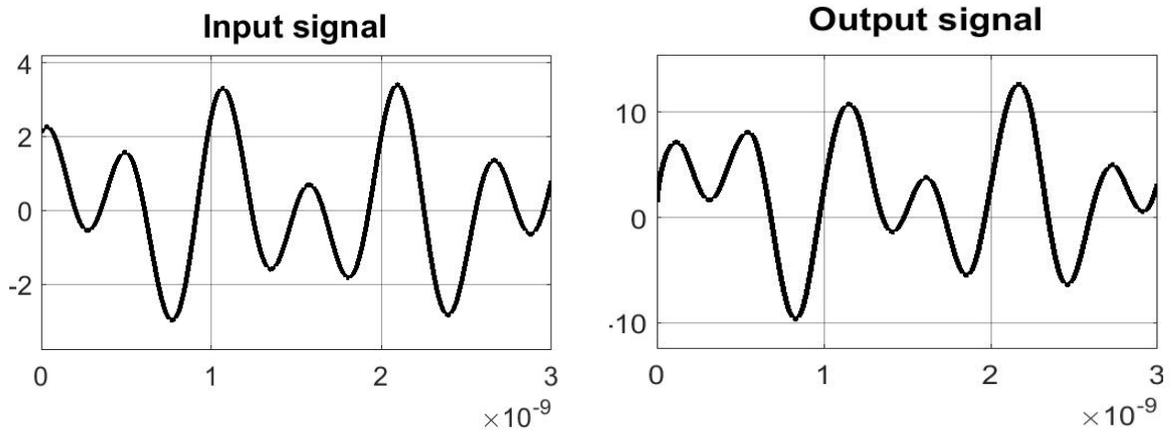
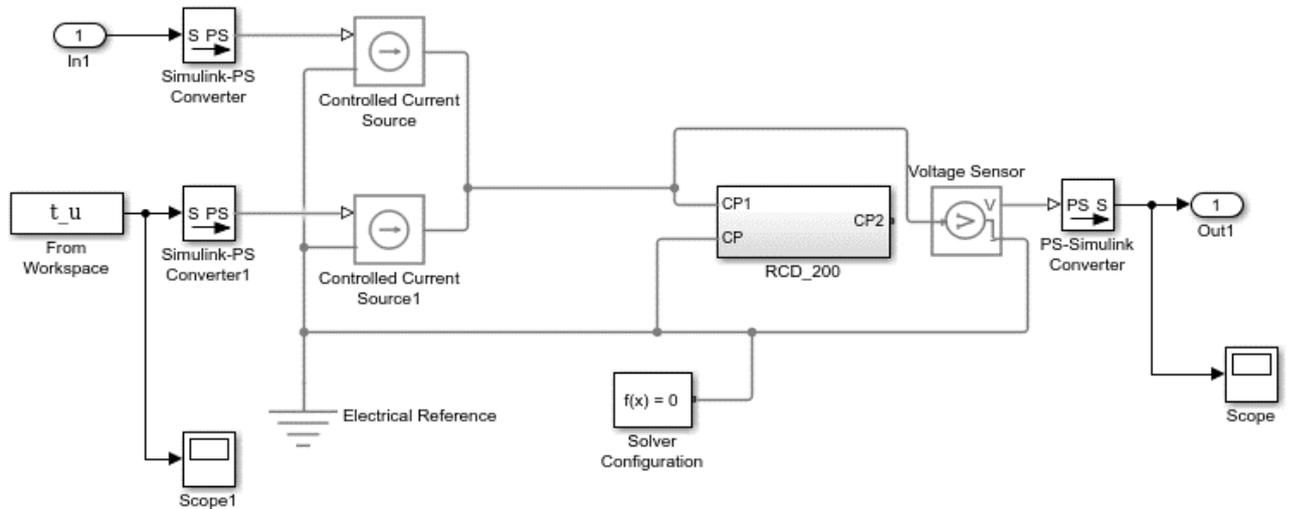


Рисунок 4.37 – Моделирование в Simulink полной модели RCD линии из 200 секций, входной сигнал – смесь синусоидальных воздействий

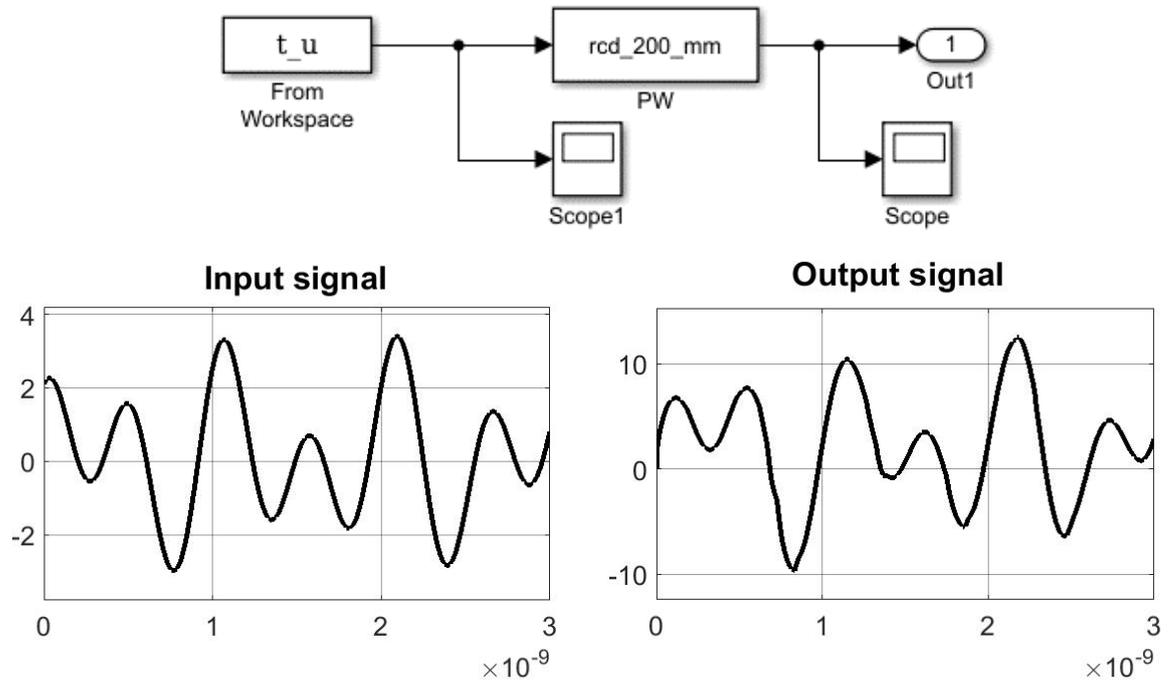


Рисунок 4.38 – Моделирование в Simulink модели сокращенной размерности RCD линии из 200 секций, входной сигнал – смесь синусоидальных воздействий

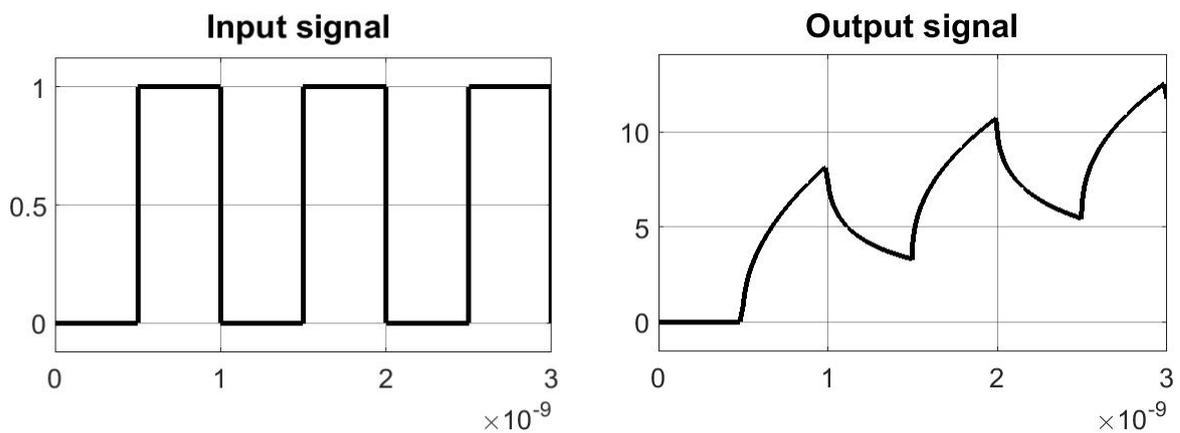


Рисунок 4.39 – Моделирование в Simulink полной модели RCD линии из 200 секций, входной сигнал – меандр

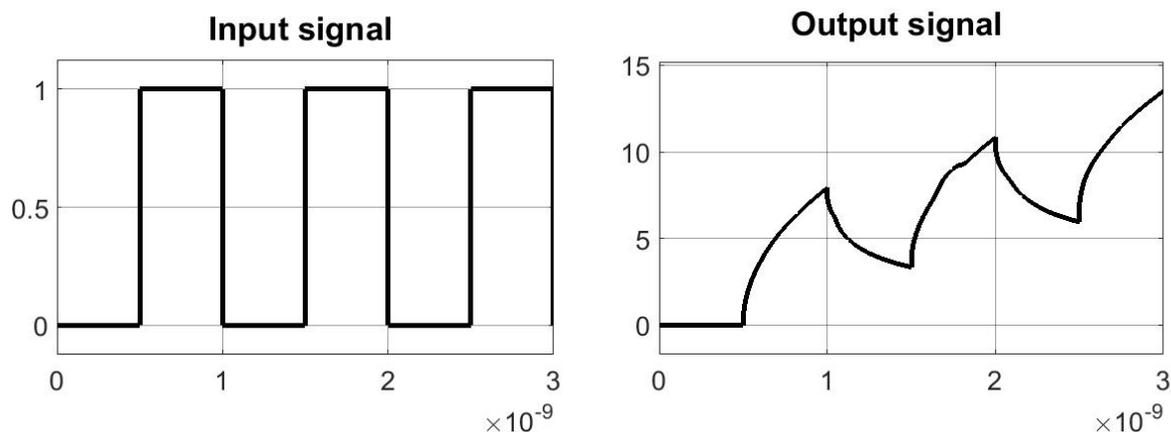


Рисунок 4.40 – Моделирование в Simulink модели сокращенной размерности RCD линии из 200 секций, входной сигнал – меандр

Для RCD линии размерности 200 секций в данных тестах были измерены длительность моделирования и величина относительной ошибки исходной и сокращенной моделей при применении предложенных во второй главе методов и алгоритмов. Представляется, что для данной схемы оптимальными являются следующие результаты: уменьшение времени моделирования (ускорение) составило около 20 раз при уровне относительной ошибки не превышающем 1.5%. Ускорение может быть увеличено (уменьшением размерности сокращенной схемы и количества точек линеаризации) до 50 раз, при увеличении уровня относительной ошибки до 20%. Точность также может быть увеличена до уровня 0.3% при уменьшении величины ускорения до 5.

Таким образом, применение предложенных методов и алгоритмов существенно повышает эффективность и точность моделирования тестовой схемы.

4.2.8 Тестирование кусочно-аппроксимационной модели сокращенной размерности компаратора напряжений

Характерной особенностью аналогово-цифровых устройств является их принципиальное функционирование в существенно нелинейных режимах. Ниже на примере компаратора показана применимость изложенных выше методов и

алгоритмов для построения и использования моделей сокращенной размерности устройств такого класса.

На рисунках 4.41 и 4.42 представлена модель Simulink компаратора. Основной частью компаратора является операционный усилитель. Операционный усилитель в данном примере построен по классической двухкаскадной схеме на КМОП транзисторах, содержащей дифференциальный усилитель, выходной усилитель мощности и токовые зеркала, определяющие рабочие точки компонентов операционного усилителя. Для построения модели компаратора в Simulink применены элементы библиотек физического моделирования Simscape.

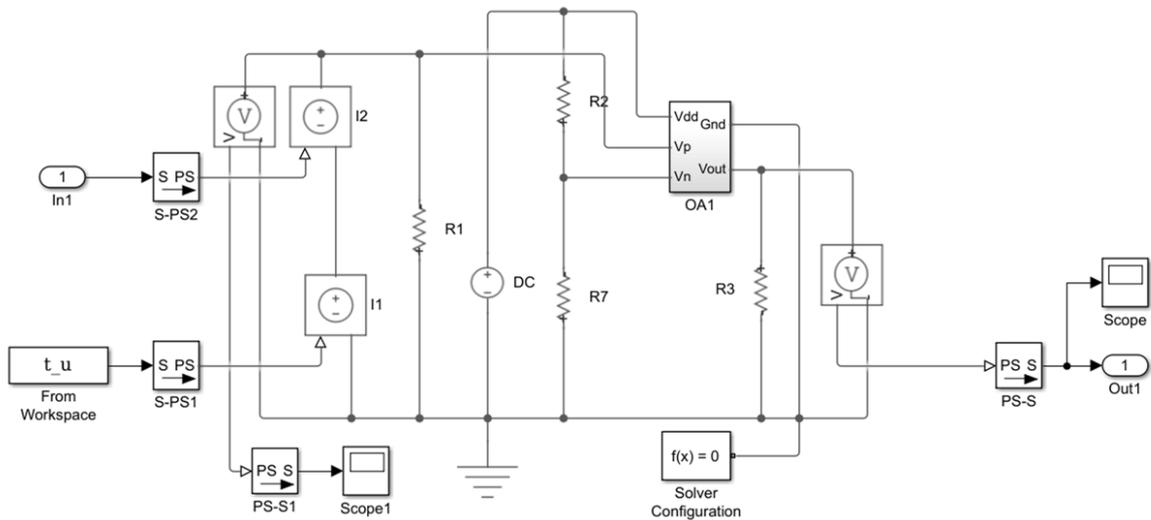


Рисунок 4.41 – Simulink модель компаратора с внешними цепями

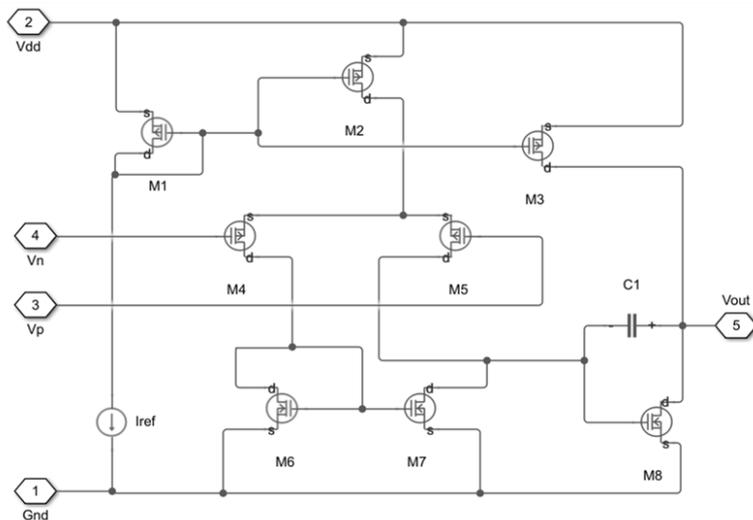


Рисунок 4.42 – Модель операционного усилителя компаратора в Simulink

Обучающее входное воздействие, результаты моделирования представлены на рисунке 4.43. Результаты представляют кусочно-линейную модель сокращенной размерности с использованием описанного во второй главе алгоритма быстрого отбора точек.

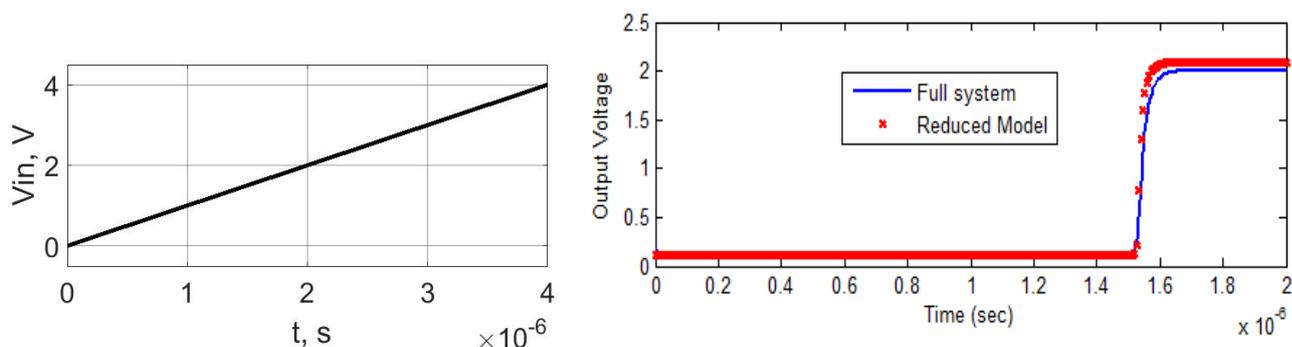


Рисунок 4.43 – Обучающее воздействие, результаты моделирования полной модели устройства и модели сокращенной размерности

Приведенный пример иллюстрирует применимость предложенных методов и алгоритмов для моделирования схем РТУ, линейная часть которых определяется в основном паразитными параметрами (емкости характерные для моделей КМОП транзисторов операционного усилителя). Поскольку размерность исходной модели схемы невелика (с паразитными элементами не превышает 40), анализ эффективности предложенных подходов для нее не проводился.

4.2.9 Тестирование кусочно-аппроксимационной модели сокращенной размерности микрополоскового балансного смесителя

Ниже приводятся результаты применения описанных в главах 1 и 2 подходов для построения модели сокращенной размерности балансного смесителя на мосте Ланге в микрополосковом исполнении [123].

В соответствии с [123] исходные данные для проектирования смесителя:

- частота сигнала: $f_C=8,12..8,18$ ГГц;
- частота гетеродина $f_H=8.3$ ГГц;
- промежуточная частота $f_{п.ч.}=150\pm 30$ МГц;

- материал подложки – поликор, диэлектрическая проницаемость $\epsilon=9,8$;
- тангенс угла диэлектрических потерь 10^{-4} ;
- толщина подложки 0,5 мм;
- толщина металлизации 10 мкм.

С целью получения полной модели смесителя выполнено построение и оптимизация модели в соответствии с [123] в САПР National Instruments AWR Design Environment. Схема смесителя представлена на рисунке 4.44.

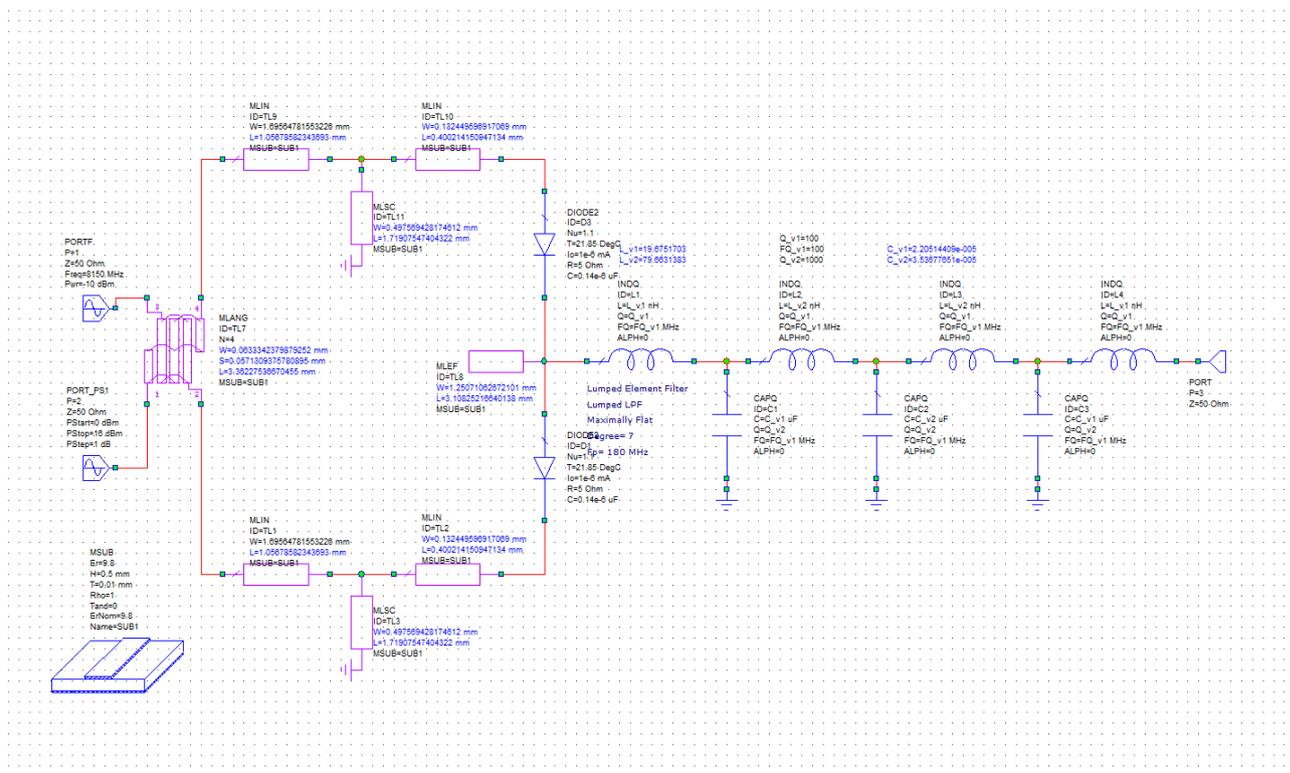


Рисунок 4.44 - Схема балансного смесителя на мосте Ланге

Схему смесителя условно можно разбить на части:

- мост Ланге (на рисунке - ID=TL7) на связанных микрополосковых линиях с переключками служит для развязки цепей сигнала и гетеродина и организации плеч балансного смесителя;
- диодные секции на отрезках микрополосковых линий (TL9, TL10; TL1, TL2) и короткозамкнутых шлейфах (TL11; TL3) служат для компенсации емкости, вносимой диодами и, за счет использования короткозамкнутых шлейфов, фиксируют рабочие точки диодов;

- диоды (D1, D2) являются нелинейными элементами, производящими продукты смешивания сигнала и гетеродина;
- режекторный фильтр на разомкнутом шлейфе (TL8) служит для защиты выходных цепей от поступающей с гетеродина энергии;
- фильтр нижних частот на элементах с сосредоточенными параметрами (L1..L4, C1..C3) Баттерворта 7 порядка служит для выделения сигнала промежуточной частоты.

На рисунке 4.45 приведен один из результатов моделирования смесителя в NI AWR Design Environment, представляющий зависимость коэффициента преобразования смесителя в зависимости от мощности сигнала гетеродина. Здесь: частота входного сигнала $f_c=8,15$ ГГц, мощность -10 дБм; частота гетеродина $f_H=8.3$ ГГц, мощность изменяется в пределах от 0 дБм до 16 дБм. Моделирование проведено методом гармонического баланса.

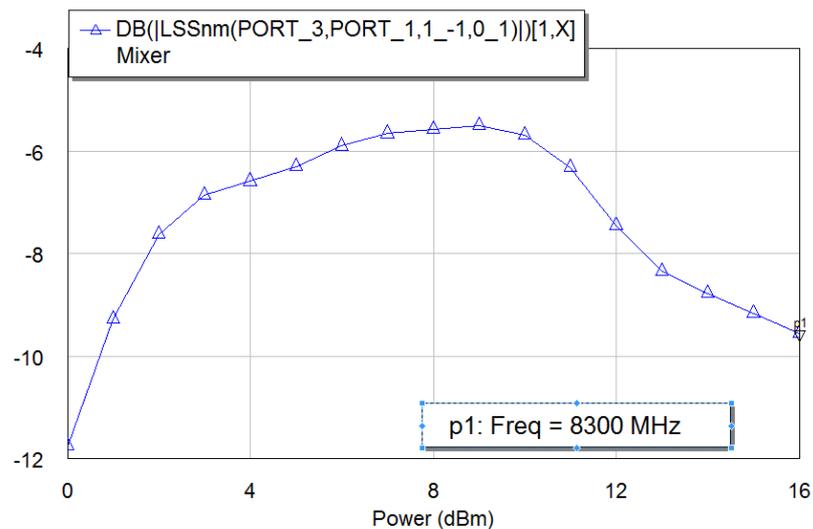


Рисунок 4.45 - Зависимость коэффициента преобразования смесителя от уровня мощности гетеродина

Для формирования модели сокращенной размерности модель смесителя перенесена в Simulink (см. рисунок 4.46).

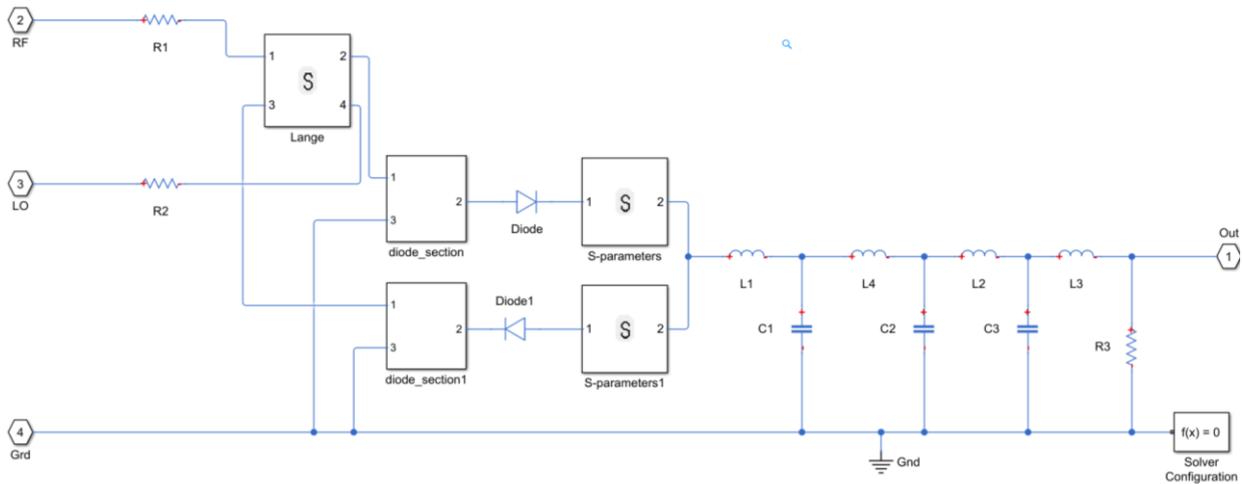


Рисунок 4.46 - Полная модель смесителя в Simulink

Для представления в Simulink моста Ланге и режекторных фильтров использован блок S-parameters библиотеки RF Blockset Simulink и файлы с рассчитанными в NI AWR Design Environment S-параметрами компонентов в формате Touchstone.

Модели диодов, резисторов, емкостей и индуктивностей использованы из библиотеки физического моделирования Simscape Electronics Simulink.

В связи с тем, что при построении модели сокращенной размерности описанным выше подходом необходимы значения переменных состояния, диодные секции в Simulink были портированы в виде эквивалентных схем, сформированных в формате Berkeley Spice. В связи с тем, что NI AWR Design Environment имеет ограниченные возможности для формирования Spice описаний, проявляющиеся в отсутствии механизмов контроля точности результата, для формирования эквивалентных схем диодных секций применен САПР электродинамического моделирования CST Studio Suite. При этом, топология микрополосковой структуры, оптимизированной в NI AWR Design Environment была перенесена в CST Studio Suite. В последней была произведена автоматическая генерация эквивалентной схемы диодной секции. На рисунке 4.47 представлена эквивалентная схема диодной секции, импортированная в Simulink как пассивная цепь.

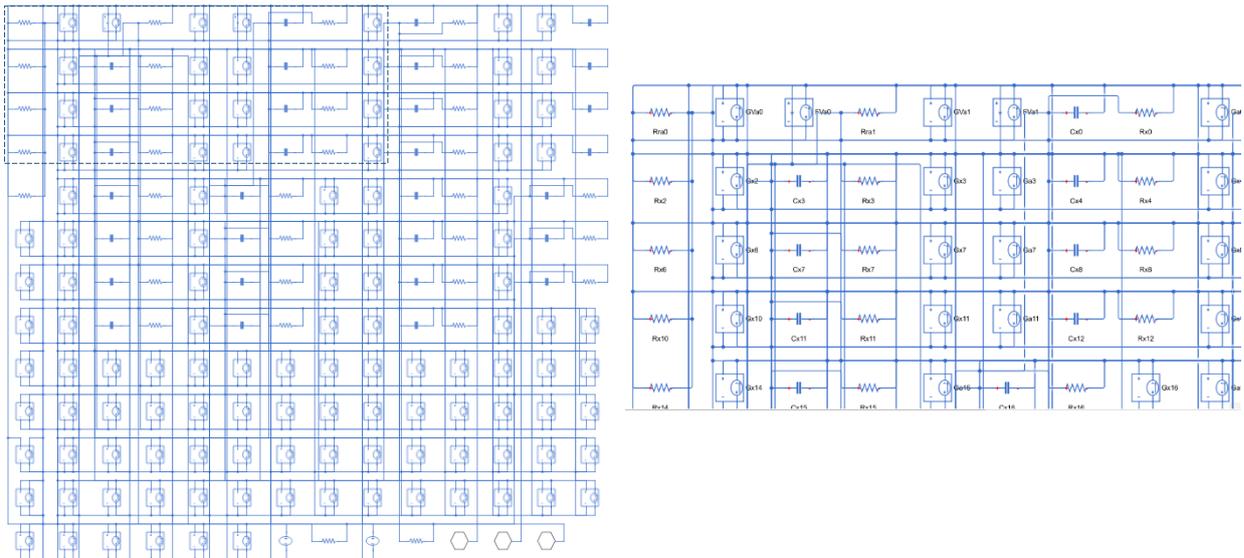


Рисунок 4.47 - Эквивалентная схема диодной секции, импортированная в Simulink

Схема для тестирования полной модели смесителя представлена на рисунке 4.48. Схема содержит синусоидальные источники, моделирующие входной сигнал и сигнал гетеродина (компоненты RF, Simulink-PS Converter, Control Voltage Source; LO, Simulink-PS Converter1, Control Voltage Source1), модель смесителя (компонент mixer), компоненты моделирующие измерители (PS-Simulink Converter(0..1), Scope, Spectrum Analyzer(1..2)). Для согласования входов компонентов анализатора спектра использованы компоненты, дискретизирующие значения сигналов (Zero-Order Hold и преобразователи уровня сигнала Gain (коэффициент преобразования – $K=1/\sqrt{50}$)) (т.к. измерительные компоненты Simulink по умолчанию используют пересчет уровня мощности к импедансу 1 Ом)). Результаты вычисления спектров сигнала в полной схеме смесителя на входе и выходе смесителя представляет рисунок 4.49 и 4.50. Здесь: частота сигнала: $f_C=8,15$ ГГц, частота гетеродина: $f_H=8.3$ ГГц, мощность источника сигнала: -10 дБм, мощность гетеродина (по графику на рисунке 4.43) 9 дБм.

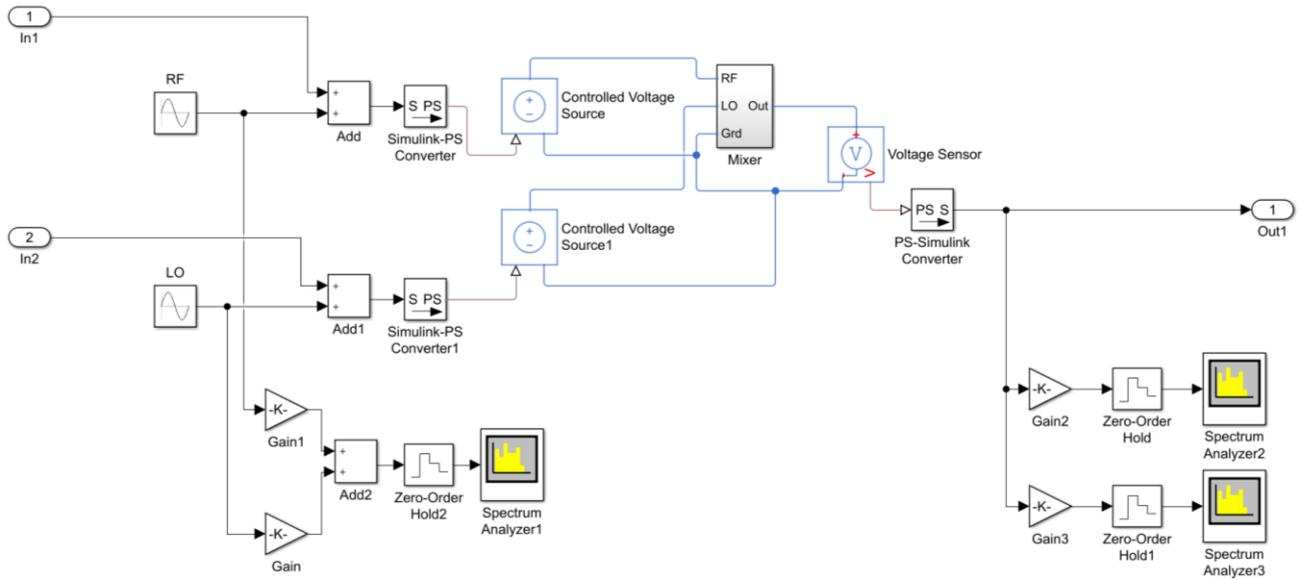


Рисунок 4.48 - Модель смесителя с внешними цепями в Simulink

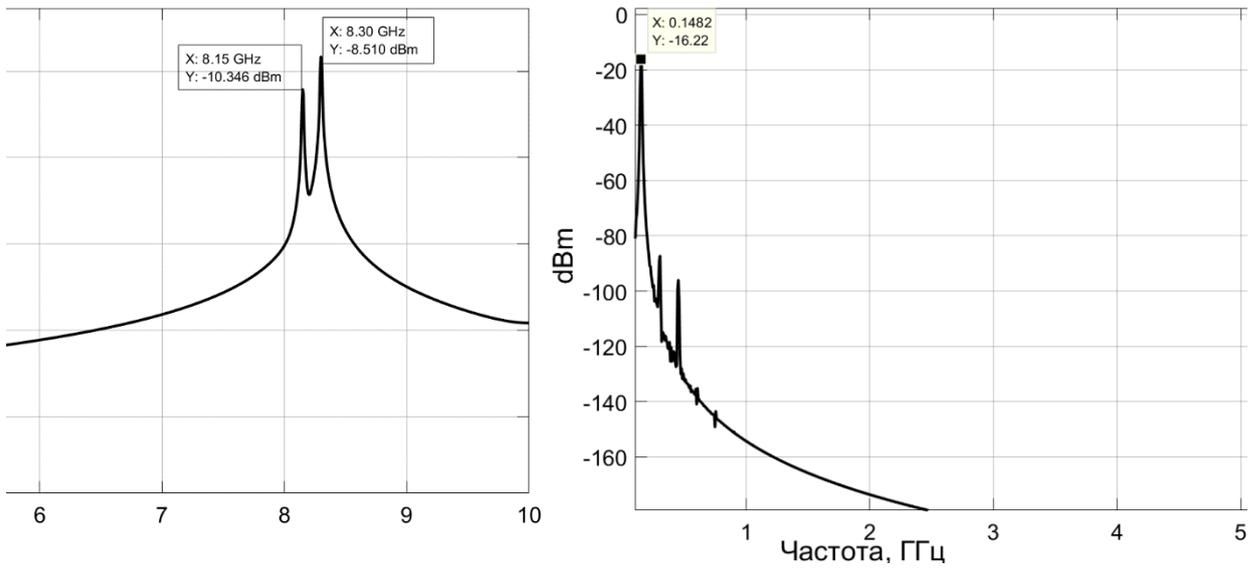


Рисунок 4.49 - Спектр на входе и выходе смесителя

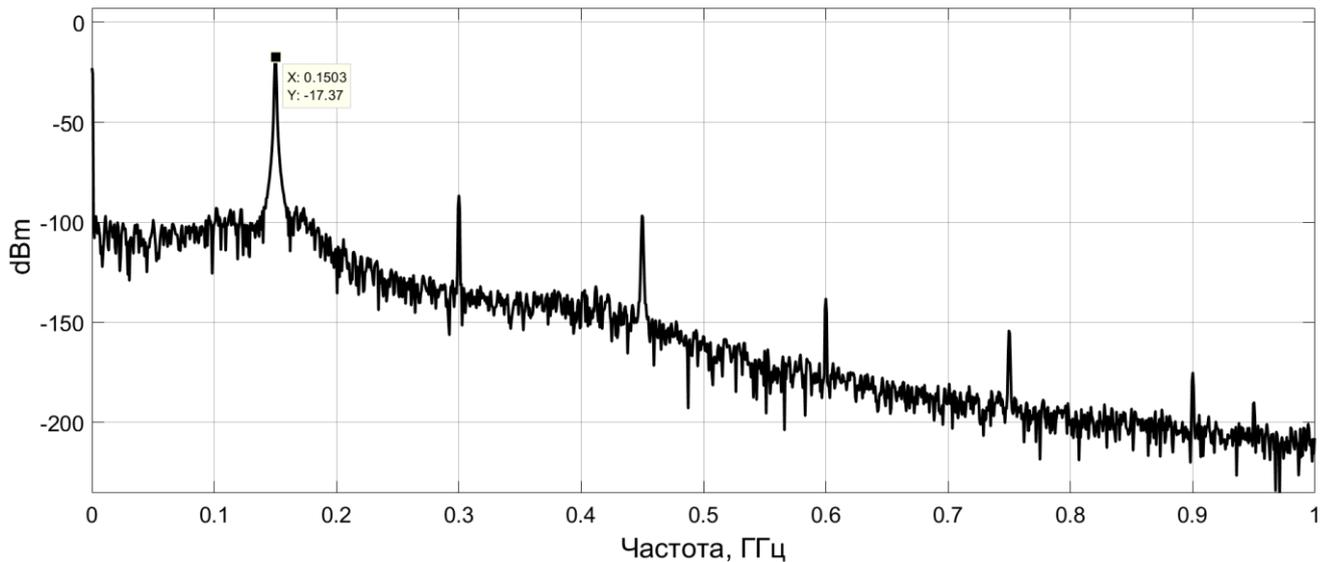


Рисунок 4.50 - Спектр на выходе смесителя

Рисунок 4.51 представляет схему Simulink, использовавшуюся для измерения результатов применения модели сокращенной размерности смесителя. Здесь: частота сигнала: $f_C=8,15$ ГГц, частота гетеродина: $f_H=8.3$ ГГц, мощность источника сигнала: -10 дБм, мощность гетеродина (по графику на рисунке 4.43) 9 дБм; размерность исходной модели (число переменных состояния) – 329, размерность модели сокращенной размерности – 31. Результат вычисления спектра сигнала в модели сокращенной размерности смесителя на выходе представляет рисунок 4.52.

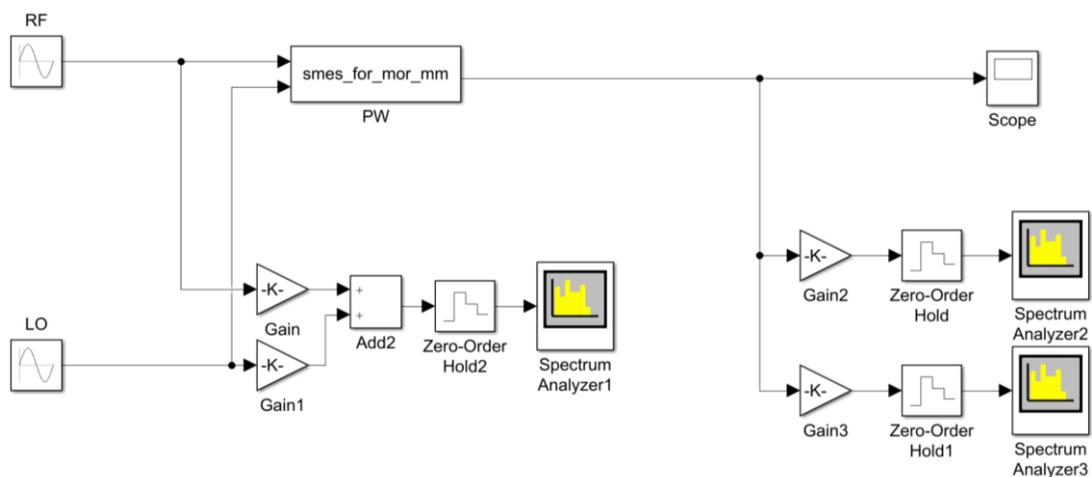


Рисунок 4.51 – Схема смесителя с использованием модели сокращенной размерности

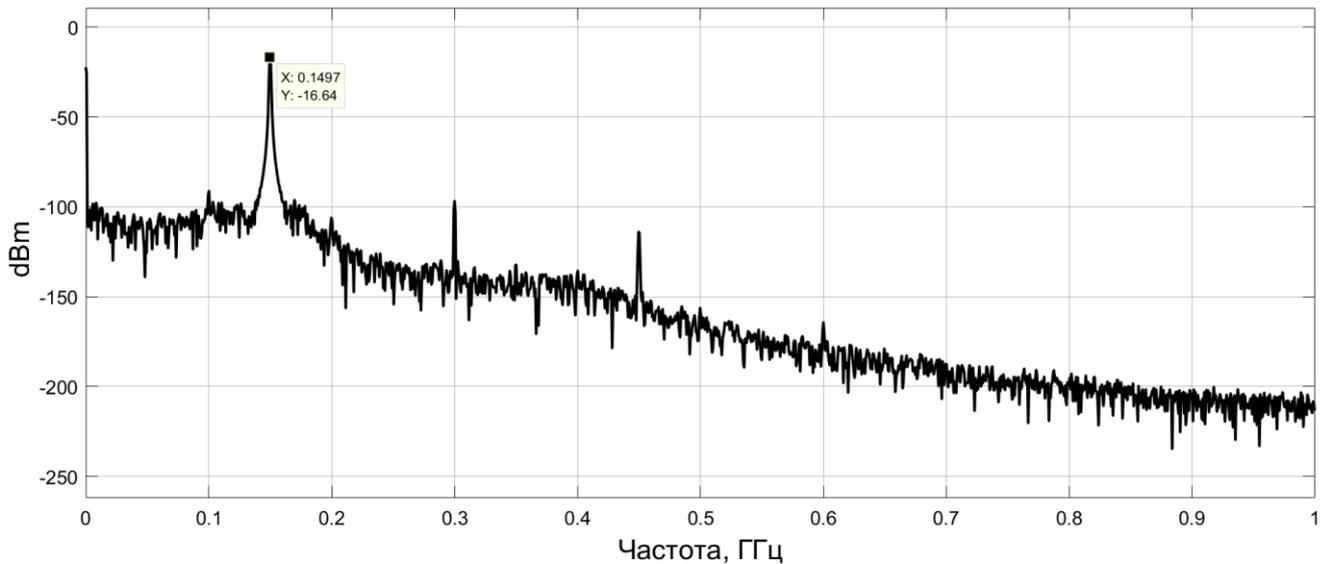


Рисунок 4.52 - Низкочастотная часть спектра сигнала на выходе модели сокращенной размерности

Моделирование показывает относительную близость результатов, полученных при использовании полной модели смесителя в NI AWR Design Environment, в Simulink и при использовании модели сокращенной размерности в Simulink.

На рисунке 4.53 представлены результаты моделирования во временной области смесителя и модели сокращенной размерности при воздействии на вход смесителя пачки импульсов с частотно-линейной модуляцией. Параметры смесителя: частота гетеродина $f_I=8.3$ ГГц, мощность гетеродина $P_I=9$ дБм. Параметры сигнала: линейно-частотная модуляция, частота сигнала в импульсе меняется от 7.8 ГГц до 8.8 ГГц, мощность сигнала -10дБм.

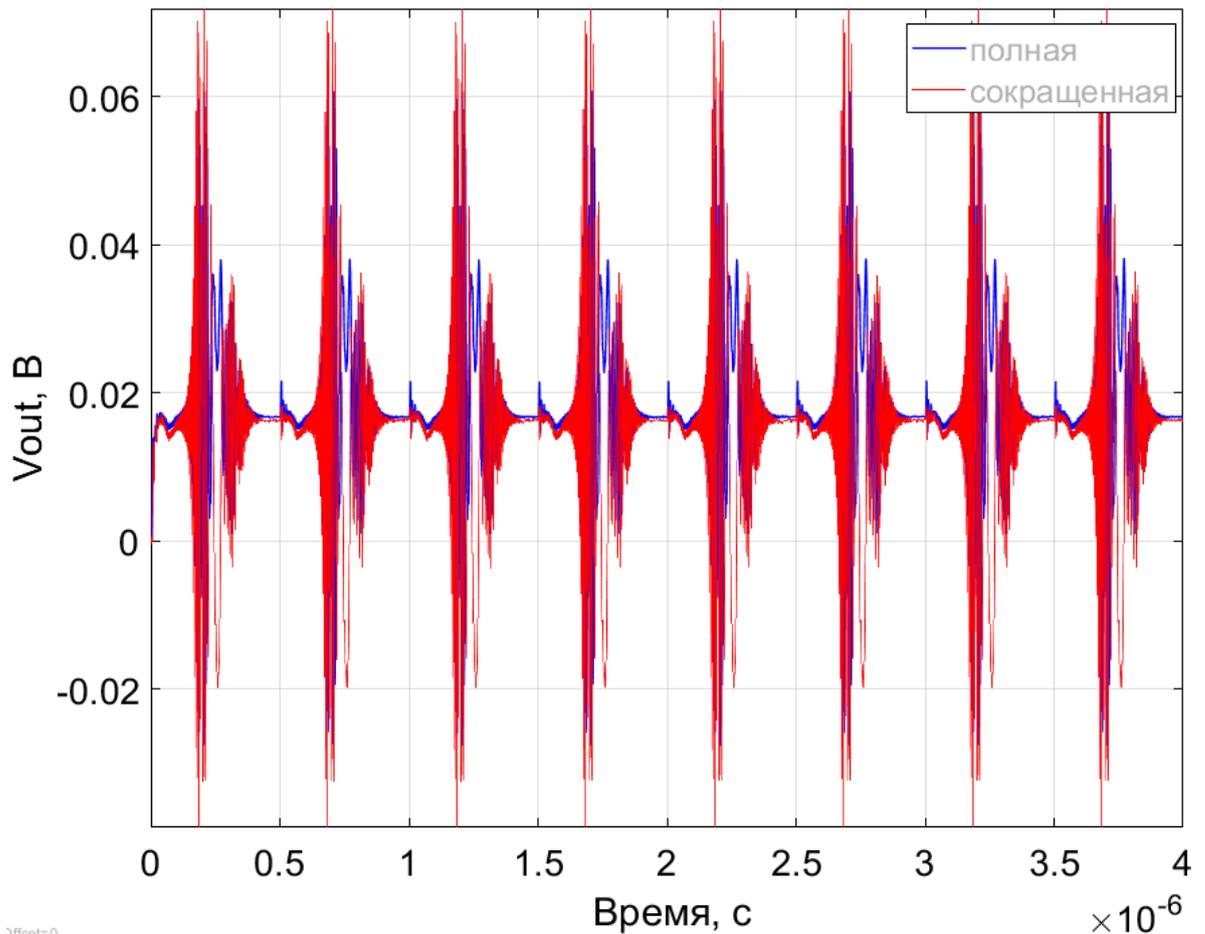


Рисунок 4.53 – Результаты моделирования схемы смесителя и модели сокращенной размерности при воздействии пачки импульсов с частотно-линейной модуляцией.

Моделирование показывает относительную близость результатов, полученных при использовании полной модели смесителя и при использовании сокращенной модели в Simulink. Время моделирования полной модели составило 2434 с, сокращенной - 230 с.

4.2.10 Оценка результатов применения разработанных методов и алгоритмов

Таблица 3 представляет обобщенные результаты тестов. В таблице: $N_{полн.}$ – размерность исходной модели, $N_{ум.}$ – размерность модели сокращенной размерности, $T_{полн.}$ – время моделирования исходной модели, $T_{ум.}$ - время

моделирования модели сокращенной размерности, $T_{полн.}/T_{ум.}$ - ускорение решения, E – средне квадратичная относительная ошибка моделирования модели сокращенной размерности (в отношении к результатам решения исходной модели).

Применение методов понижения порядка может существенно ускорить процессы моделирования при проектировании аналоговой части радиотехнических устройств. Величина ускорения связана с размерностью исходной модели: для больших схем сокращение времени моделирования больше как для линейных и для нелинейных схем.

Допустимая погрешность модели определяет степень сокращения размерности. Для нелинейных моделей при применении рассмотренных в диссертации подходов погрешность определяется также количеством и расположением в пространстве состояний точек линеаризации (узлов интерполяции). Количество точек линеаризации может быть достаточно большим, вместе с тем, увеличение количества точек линеаризации приводит к общему усложнению модели. Это может привести к уменьшению вычислительной эффективности модели. Интуитивным критерием эффективности применения моделей пониженного порядка является требование десятикратного сокращения общего времени анализа при допустимом снижении точности. Международный план по развитию полупроводниковой технологии (ITRS - International Technology Roadmap for Semiconductors) выдвигает требования к точности моделирования различных параметров схемных элементов, устройств с верхним пределом ошибки от 3 до 10% [124]. Определяя требование к допустимому снижению точности - 3% при применении моделей пониженного порядка, можно сделать вывод, что предложенные в работе методы и алгоритмы эффективно снижают время, необходимое для моделирования, позволяют снизить сроки разработки и повысить качество проектирования аналоговой части радиотехнических устройств.

Таблица 3 – Результаты применения разработанных методов и алгоритмов

Устройство	Тест	Нполн.	Тполн, с	Нум.	Тум, с	Тполн./ Тум.	Е
Сеть распространения тактовых импульсов на микрополосковых линиях	SISO	7260	611	580	7	97	1.44
RCD передаточная линия	Пачка прямоугольных импульсов	2000	1416	8	1.2	1180	2.7
Смеситель на микрополосковых линиях	Пачка импульсов ЛЧМ	433	2434	33	230	11	2.5

4.3 Выводы

Сравнение основных методов, использующихся в целях аппроксимации математических моделей схем линейных устройств показывает, что метод на основе сингулярного разложения более предпочтителен для применения по показателям адекватности и производительности при условии контроля устойчивости получаемых результатов.

Эффективность предложенного алгоритма эффективного отбора точек линеаризации при вычислении расстояний в пространстве переменных состояний, в аспекте снижения вычислительных затрат, подтверждается результатами вычислительных экспериментов с использованием моделей сокращенной размерности нелинейных аналоговых устройств.

Эффективность предложенного модифицированного проекционного метода, в аспекте повышения адекватности, подтверждается результатами

вычислительных экспериментов с использованием моделей сокращенной размерности нелинейных аналоговых устройств.

Применимость предложенных методов и алгоритмов для построения моделей сокращенной размерности нелинейных аналоговых устройств подтверждается сравнением результатов вычислительных экспериментов моделирования устройств, представленных полной моделью и с применением моделей сокращенной размерности.

Предложенные в работе подходы эффективно снижают время необходимое для моделирования, позволяют снизить сроки разработки и повысить качество проектирования аналоговой части радиотехнических устройств.

Реализация и тестирование предложенных методов и алгоритмов были выполнены в среде Matlab. Выбор среды реализации был обусловлен наличием развитого набора математических библиотек, среды моделирования Simulink, значительного количества документации и удобством интерфейса. Поэтому Matlab является удобным инструментом для разработки методов моделирования. Вместе с тем, Matlab имеет существенные ограничения на размеры используемых массивов данных, это обусловило моделирование тестовых схем относительно небольшой размерности (до 8000 переменных состояния для линейных схем и 2000 для нелинейных). Представляется, что для практического применения разработанных методов и алгоритмов целесообразно использование специализированного программного обеспечения.

Заключение

1. Выполнен анализ состояния в области проектирования и методах моделирования аналоговой части радиотехнических устройств.

На основании обзора литературных источников было показано, что возможности моделирования современных радиотехнических устройств являются ограниченными при проектировании устройств, имеющих большие размерности (количество элементов), функционирующих в существенно нелинейных режимах, при воздействии на устройство сложных сигналов.

В настоящее время перспективными в аспекте эффективности методами моделирования являются методы на основе подходов понижения порядка моделей, основой методов в этих подходах является аппроксимация исходной математической модели устройства моделью меньшей размерности.

Вместе с тем, существующие подходы и реализации понижения порядка моделей аналоговой части нелинейных устройств не являются эффективными и адекватность моделей сокращенной размерности является недостаточной для задач проектирования.

2. Выполнено экспериментальное сравнение основных методов понижения порядка моделей линейных радиотехнических устройств для дальнейшего их использования при аппроксимации схем, имеющих нелинейные свойства: метода моментов, метода на основе сингулярного разложения и метода на основе усеченной сбалансированной реализации. Сравнение показало, что метод на основе сингулярного разложения более предпочтителен для применения по показателям адекватности и производительности при условии контроля устойчивости получаемых результатов.

3. Выполнено экспериментальное сравнение двух кусочно-аппроксимационных подходов понижения порядка моделей нелинейных радиотехнических устройств первого и второго порядка для дальнейшего их использования при понижении порядка моделей схем.

4. Разработан новый алгоритм отбора точек пространства переменных состояния, позволяющий повысить эффективность применения моделей сокращенной размерности нелинейных радиотехнических устройств.

Разработанный алгоритм отбора точек может иметь самостоятельное значение, в том числе, для применения в программном обеспечении, оперирующем объектами в многомерном пространстве состояний, также возможно применение алгоритма в компонентах встроенных систем.

Разработан новый модифицированный проекционный метод, позволяющий повысить адекватность моделей сокращенной размерности радиотехнических устройств.

Применение сочетания разработанных модифицированных методов и алгоритмов дает возможность формирования нового типа моделей сокращенной размерности, обладающих более высокими показателями в аспектах использования вычислительных ресурсов и адекватности.

5. Разработанные методы и алгоритмы реализованы в виде программного обеспечения в среде Matlab. Программное обеспечение осуществляет формирование моделей сокращенной размерности, моделирование исходной модели и модели сокращенной размерности. Выполнено экспериментальное исследование предложенных подходов применением разработанного программного обеспечения на тестовых схемах радиотехнических устройств. Разработанные методы, алгоритмы и программные модули могут использоваться для формирования моделей сокращенной размерности в коммерческих пакетах проектирования радиотехнических устройств при использовании программных интерфейсов (API) этих пакетов для импорта структур и программных функций модели сокращенной размерности.

6. Предложенные в работе методы эффективно снижают время, необходимое для моделирования, позволяют снизить сроки разработки и повысить качество проектирования аналоговой части радиотехнических

устройств. На тестовых примерах показано ускорение до двух-трех порядков для линейных и нелинейных моделей, при допустимом уровне ошибки.

Таким образом, предложенные методы позволяют снизить сроки разработки и повысить качество проектирования аналоговой части радиотехнических устройств за счет уменьшения времени, затрачиваемого на моделирование проектных вариантов разрабатываемых объектов.

7. Подходы понижения порядка в работе были применены к радиотехническим схемам, но предложенные методы, алгоритмы и разработанное программное обеспечение также могут быть применены для получения моделей сокращенной размерности процессов или устройств, которые можно описать с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений, например, в областях механики, оптики, акустики и других областей и, таким образом, могут служить средством создания широкого класса моделей радиоэлектронных устройств.

Список используемых сокращений

РТС	Радиотехническая Система
РТУ	Радиотехническое устройство
ОДУ	Обыкновенное Дифференциальное Уравнение
ВЧ	Высокие частоты
СВЧ	Сверхвысокие Частоты
АЦП	Аналого-Цифровой Преобразователь
ЦАП	Цифро-Аналоговый Преобразователь
ЭВМ	Электронно-Вычислительная Машина
ЛЧМ	Линейная Частотная Модуляция
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers (Институт Инженеров по Электротехнике и Электронике)
MOR	Model Order Reduction (Понижение Порядка Модели)
LTI system	Linear Time-Invariant system (Линейная Стационарная Система)
LTV system	Linear Time-Varying system (Линейная, Нестационарная Система)
POD	Proper Orthogonal Decomposition (Правильная Ортогональная Декомпозиция)
SVD	Singular Value Decomposition (Сингулярное Разложение)
TBR	Truncated Balanced Realization (Усеченная Сбалансированная Реализация)
SVDMOR	Model Order Reduction based on Singular Value Decomposition (Понижение Порядка Модели на основе Сингулярного Разложения)
ESVDMOR	Extended Model Order Reduction based on Singular Value Decomposition (Расширенный метод Понижения Порядка Модели на основе Сингулярного Разложения)

PW	Piecewise (Кусочный)
TPWL	Trajectory Piecewise-Linear (Кусочно-Линейный с Траекторией)
PWP	Piecewise-Polynomial (Кусочно-Полиномиальный)
NORM	Nonlinear Model Order Reduction Method (Нелинейный Метод Понижения Порядка Модели)
CM	Closeness Matrix (Матрица Дистанций или Ближайших Точек)
IDW	Inverse Distance Weighting interpolation (Метод Обратных Взвешенных Расстояний)
SISO	Single Input Single Output (Один Вход Один Выход)
MIMO	Multiple Input Multiple Output (Много Входов Много Выходов)
ADS	Advanced Design System (Передовая Система Проектирования)
AWR	Applied Wave Research (Прикладные Исследования Волн)
CST	Computer Simulation Technology (Технология Компьютерного Моделирования)

Список литературы

1. Цифровая обработка сигналов в многофункциональных радиолокаторах. Методы. Алгоритмы. Аппаратура: коллективная монография; под ред. Г.В. Зайцева. - М.: Радиотехника, 2015. - 376 с.
2. Кожевников, А.М. Состояние и проблемы оптимального проектирования радиоэлектронных средств / А.М. Кожевников // Новые информационные технологии в автоматизированных системах: Науч.-техн. журн. – М.: НИУ ВШЭ.- 2004.- №7, С. 91-105.
3. Радиотехника: энциклопедия; под ред. Ю.Л. Мазора, Е.А. Мачусского, В.И. Правды.- 2-е изд. - М.: Издательский дом «Додэка-XXI», 2010. – 922 с.
4. Ярлыков, М.С. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Теоретические основы / М.С. Ярлыков, А.С. Богачев, В.И. Меркулов, В.В. Дрогалин; под ред. М.С. Ярлыкова. - М.: Радиотехника, 2012. - Т.1 - 504 с.
5. Ланцов, В.Н. Состояние в области методов моделирования нелинейных ВЧ электронных устройств связи. Часть 1 / В.Н. Ланцов // Проектирование и технология электронных средств. - 2012. - № 4. - С. 2-11.
6. Glover, K. Optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their ∞ -error bounds / K. Glover // Int. J. Control. – 1984. – pp. 115-193.
7. Sirovich, L. Low-dimensional procedure for the characterization of human faces / L. Sirovich, M. Kirby // J. Opt. Soc. Amer. A, Opt. Image Sci. - Mar. 1987. - vol. 4, no. 3. - pp. 519–524.
8. Arnoldi, W. E. The principle of minimized iterations in the solution of the matrix eigenvalue problem / W. E. Arnoldi // Quarterly of Applied Mathematics. – 1951. – vol. 9. - pp. 17–29.
9. Lanczos, C. An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators / C. Lanczos // J. Res. Nat'l Bur. Std. – 1950. - pp. 255-282.

10. Pillage, L.T. Asymptotic Waveform Evaluation for Timing Analysis / L.T. Pillage, R.A. Rohrer // IEEE Trans. Computer-Aided Design Int. Circ. and Syst. - April 1990. – pp. 352-366.
11. Moor, B.C. Principal Component Analysis in Linear Systems: Controllability, Observability, and Model Reduction / B.C. Moor // IEEE trans. on Automatic Control. - Feb. 1981.- vol. AC-26, No. 1.
12. Feldmann, P. Efficient linear circuit analysis by Pad'e approximation via the Lanczos process / P. Feldmann, R. Freund // IEEE Trans. Computer-Aided Design. – 1993. – pp.137-158.
13. Roychowdhury, J. Reduced-order modelling of linear time-varying systems / J. Roychowdhury // Proc. Int. Conf. Comput.-Aided Des. - Nov. 1998. - pp. 92–95.
14. Dong, N. General-purpose nonlinear model-order reduction using piecewise-polynomial representations / N. Dong, J. Roychowdhury // IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. – 2008. - vol. 27, no. 2. - pp. 249-264.
15. Bond, B.N. Stability-Preserving Model Reduction for Linear and Nonlinear Systems Arising in Analog Circuit Applications terminals : PhD Diploma thesis / B.N. Bond. – Massachusetts institute of technology, 2010. – 229 p.
16. Phillips, J. Projection frameworks for model reduction of weakly nonlinear systems / J. Phillips // Proc. IEEE Des. Autom. Conf. - Jun. 2000. - pp. 184–189.
17. Bond, B. Guaranteed stable projection-based model reduction for indefinite and unstable linear systems / B.Bond, L.Daniel // Proc. of the IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design. – 2008. – pp. 728-735.
18. Silveira, L.M. A coordinate transformed Arnoldi algorithm for generating guaranteed stable reduced-order models of rlc circuits / L.M. Silveira, M. Kamon, I. Elfadel, J.K. White // International Conference on Computer Aided-Design. – 1996. – p. 288.
19. Li, J.-R. Model Reduction of Large Linear Systems via Low Rank System Gramians : PhD Diploma thesis / J.-R Li. - University of Michigan, Michigan, 1995.

20. Vasilyev, D. A TBR-based trajectory piecewise-linear algorithm for generating accurate low-order models for nonlinear analog circuits and MEMS // D. Vasilyev, M. Rewienski, and J. White // Proc. IEEE Des. Autom. Conf. - 2003, pp. 490–495.

21. Dolinina, A.A. Algorithm of nearest environment determination of the current state in piecewise model order reduction / A.A. Dolinina, V.N. Lantsov, F. Gerfers // IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus). – 2018. – Feb 2018. – pp. 204-209.

22. Dolinina, A. Fast Algorithm for Points Selection in Piecewise-Approximation Methods of Model Order Reduction / A. Dolinina , F. Gerfers, V. Lantsov // Сборник материалов научного семинара стипендиатов программ «Михаил Ломоносов» и «Иммануил Кант» 2016-2017 года. -М. – 2017. - С.78-84.

23. Долинина, А.А. Алгоритм отбора точек в кусочно-аппроксимационных методах понижения порядка моделей электронных схем / А.А. Долинина // Материалы XII Международной научно-технической конференции «Перспективные технологии в средствах передачи информации – ПТСПИ-2017». – Суздаль. – 2017. - С.45-48.

24. Долинина, А.А. Быстрый алгоритм отбора точек в кусочно-аппроксимационных методах понижения порядка моделей / А.А. Долинина, В.Н. Ланцов // Динамика сложных систем - XXI век. – Радиотехника. - 2017. - №2, Т. 11. – С. 49-55.

25. Dolinina, A. Fast algorithm for points selection in trajectory piecewise-model order reduction / A. Dolinina, F. Gerfers, V. Lantsov // Analog Workshop 2017 - Technische Universität Berlin, Germany, Berlin. – March 2-3 2017. - p. 25.

26. Dolinina, A. Macromodeling of electronic circuits based on model order reduction / A. Dolinina // Orientierungsseminar für Stipendiaten im Lomonosovund Kant-Programm, Germany, Bonn. – October 24-26 2016.

27. Ланцов, В.Н. Метод рядов Вольтерра для понижения порядка моделей сложных систем / В. Н. Ланцов, А.А. Долинина // Решение. – Пермский

национальный исследовательский политехнический университет. - 2016. - Т.1. - С. 301-302.

28. Долинина, А.А. Метод понижения порядка моделей на основе рядов Вольтерра / А.А. Долинина, В.Н. Ланцов // Динамика сложных систем - XXI век. – Радиотехника. - 2016. - №3. - С. 50-54.

29. Dolinina, A. Macromodeling of Electronic Circuits Based on Model Order Reduction / A. Dolinina // Proceedings of the 2015 IEEE North West Russia Section Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering Conference, St. Petersburg, Russia. - Feb 2015. - pp. 146-150.

30. Ланцов, В.Н. Алгоритмы макро моделирования сложных нелинейных электронных систем / В.Н. Ланцов, А.А. Долинина, А.В. Панкратов // Динамика сложных систем. – Радиотехника. - 2014. - №6, Т.8. - С. 23-29.

31. Долинина, А.А. Алгоритм моделирования нелинейных устройств на основе методов понижения порядка моделей и кусочно-линейной аппроксимации / А.А. Долинина, В.Н. Ланцов // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. – 2014. - № 3. - С. 65-69.

32. Долинина, А.А. Методы понижения порядка моделей электронных аналоговых устройств / А.А. Долинина, В.Н. Ланцов // 11-я международная научная конференция «Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии» - ФРЭМЭ'2014, Владимир. - июль 2014. - С. 144-147.

33. Долинина, А.А. Понижение порядка моделей электронных устройств с использованием сингулярного разложения / А.А. Долинина // 9-я Всероссийская научно-техническая конференция студентов, молодых ученых и специалистов «Новые информационные технологии в научных исследованиях и образовании», Рязанский государственный радиотехнический университет. – ноябрь 2014. – 161-163.

34. Долинина, А.А. Понижение порядка моделей электронных устройств с использованием сингулярного разложения / А.А. Долинина // Сборник трудов научно-практической конференции в рамках Дней науки студентов

Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых [Электронный ресурс] // ВлГУ. – 2014. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

35. Долинина, А.А. Методы понижения порядка моделей электронных схем и систем / А.А. Долинина, А.А. Павлов // Сборник трудов научно-практической конференции в рамках Дней науки студентов Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, ВлГУ. – 2013. – С. 280.

36. Долинина, А.А. Методы понижения порядка моделей устройств / А.А. Долинина // 8-я Всероссийская научно-техническая конференция студентов, молодых ученых и специалистов «Новые информационные технологии в научных исследованиях», Рязанский государственный радиотехнический университет. – 2013. - С. 45-47.

37. Ланцов, В.Н. Макромоделирование нелинейных устройств на основе алгоритмов понижения порядка моделей / В.Н. Ланцов, А.А. Долинина, Г.И. Осипова // X международная научно-техническая конференция «Перспективные технологии в средствах передачи информации» - ПТСПИ'2013 // Владимир. – 2013. - Т.2. - С. 32-33.

38. Ланцов, В.Н. Метод построения макромоделей нелинейных устройств на основе алгоритмов понижения порядка моделей / В.Н. Ланцов, А.А. Долинина, Г.И. Осипова // XIX Международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии» ИСТ-2013 // Н-Новгород. - 2013, С. 19-20.

39. Долинина, А.А. Методы понижения порядка моделей устройств / А.А. Долинина // 3-я всероссийская научно-техническая конференция «Информационно-измерительные и управляющие системы военной техники». – М.: РАРАН. – 2012. - С. 74-76.

40. Долинина, А.А. Методы понижения порядка модели устройств / А.А. Долинина // 5-я Всероссийская межвузовская научно-практическая конференция

«Актуальные проблемы информатизации в науке, образовании и экономике – 2012». - М. – 2012. - С. 97.

41. Долинина, А.А. Алгоритмы понижения порядка модели. Сборник трудов научно-практической конференции в рамках Дней науки студентов Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых [Электронный ресурс] // ВлГУ. – 2012. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

42. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория: справочник. - 2-е изд., перераб. и доп.; под ред. Я.Д. Ширмана.-М.: Радиотехника. - 2007.-512с.

43. Дингес, С.И. Радиопередающие устройства систем связи с подвижными объектами: учебное пособие / С.И. Дингес // МТУСИ.-М., 2014. – 36с.

44. Шахгильдян, В.В., Козырев, В.Б. Радиопередающие устройства: учебник для вузов / В.В. Шахгильдян, В.Б. Козырев; под ред. В.В. Шахгильдяна. - 3-е изд., перераб и доп. - М.: Радио и связь, 2003. - 560 с.

45. Жигалов, И.Е. Теория и методы автоматизированного функционально-схемотехнического проектирования нелинейных радиотехнических устройств: дис. канд. техн. наук / И.Е. Жигалов. – М: МАИ, 1997. – 412 с.

46. ADF5355 Microwave Wideband Synthesizer with Integrated VCO: Data sheet // Analog Devices. - 39 с.

47. TMS320C5515 Fixed-Point Digital Signal Processor: Data sheet // Texas Instruments. - 159 с.

48. UltraScale Architecture and Product Data Sheet: Overview // Preliminary Product Specification. - Xilinx, D890 (v3.3) March 12 2018.

49. Матюшин, О.Т. Цифровые устройства и подсистемы : учеб. пособие по курсу "Цифровые устройства и микропроцессоры" для студентов,

обучающихся по направлению "Радиотехника" / О. Т. Матюшин. - М. : МЭИ, 2009. - 144 с.

50. Chiu, Y. Scaling of Analog-to-Digital Converters into Ultra-Deep-Submicron CMOS / Y. Chiu, B. Nikoli, P. R. Gray // IEEE 2005 Custom Integrated Circuits Conference. - 2005. – pp. 375-382.

51. Алексеев, О.В. Автоматизация проектирования радиоэлектронных средств: учеб. пособие для вузов / О.В. Алексеев, А.А. Головков, И.Ю. Пивоваров; под ред. О.В. Алексеева. -М.: Высш. шк., 2000. - 479с.

52. Сигорский, В.П. Алгоритмы анализа электронных схем / В.П. Сигорский, А.И. Петренко. - 2-е изд., перераб. и дополнен. М.: Сов. радио, 1976. - 608 с.

53. Ильин, В.Н. Автоматизация схемотехнического проектирования: учеб. пособие для вузов / В.Н. Ильин, В.Т. Фролкин, А.И. Бутко; под ред. В.Н. Ильина. -М.: Радио и связь, 1987.- 368 с.

54. Норенков, И.П. Основы автоматизированного проектирования: учеб. для вузов / И.П. Норенков.- 4-е изд., перераб. и доп. -М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э. Баумана, 2009.- 430 с.

55. Антипенский, Р.В. Схемотехническое проектирование и моделирование радиоэлектронных устройств / Антипенский Р.В., Фадин А.Г. // М.: Техносфера, 2007.- 128 с.

56. Влах, И. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем / И. Влах, К. Сингхал: пер. с англ.- М.:Радио и связь, 1988.-560 с.

57. Ланцов, В.Н. Состояние в области методов моделирования нелинейных ВЧ электронных устройств связи. Часть 2 / В.Н. Ланцов // Проектирование и технология электронных средств. - 2013. - № 1. - С. 16-23.

58. Алексеенко, А.Г. Макромоделирование аналоговых интегральных микросхем / А.Г. Алексеенко. – М. : Радио и связь, 1983. – 248 с.

59. Ланцов, В.Н. Основы автоматизации проектирования [Электронный ресурс]. – 2011. – Режим доступа: <http://fit.vlsu.ru/files/vt/ppt/OAP.zip>, свободный].

60. Кулешов, А.П. Метамоделли в компьютерных системах проектирования / А.П. Кулешов // Труды Международной научно-технической конференции «Информационные технологии и математическое моделирование систем» (ИТММ 16-26 сентября 2010 г. Франция). -М: Учреждение российской академии наук Центр информационных технологий в проектировании РАН, 2010. - С. 209-210.

61. Основы САПР. Разработка математических моделей при проектировании технологии производства РЭС [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.intuit.ru/studies/courses/2264/227/lecture/5911?page=1, свободный.

62. Егоров, Ю.Б. Разработка методов, алгоритмов и макромоделей для многоуровневых систем автоматизации схемотехнического проектирования / Ю.Б. Егоров. – М., 2001, 187с.

63. Гурарий, М.М. Синтез макромоделей фрагментов БИС методом возмущений / М.М. Гурарий, С.Г. Русаков // Макроэлектроника. – 1977. - т. 6, №5. - С. 406-409.

64. Schilders, W. Introduction to Model Order Reduction / W. Schilders // Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications. Mathematics in Industry. – 2008. - pp. 3-32.

65. Bond, B. Parameterized Model Order Reduction for Nonlinear Dynamical Systems: M.S. Diploma Thesis / Bond B. - Massachusetts Institute of Technology, June 2006.

66. Dong, N. Piecewise polynomial nonlinear model reduction / N. Dong, J. Roychowdhury // Proc. of the IEEE/ACM Design Automation Conference. – June 2003.

67. Зорич, В.А. Математический анализ: учебник. Ч. II / В.А. Зорич - М.: Наука Главная редакция физико-математической литературы, 1984. - 640 с.

68. Odabasioglu, A. PRIMA: passive reduced-order interconnect macromodeling algorithm / A. Odabasioglu, M. Celik // IEEE Trans. Computer-Aided Design. - August 1998. - pp. 645-654.

69. Grimme, E. Krylov Projection Methods for Model Reduction: PhD Diploma thesis / E. Grimme. - Coordinated-Science Laboratory, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana-Champaign, IL, 1997.
70. Willcox, K. Balanced model reduction via the proper orthogonal decomposition / K. Willcox, J. Peraire // Proceedings of the 15th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Anaheim, CA. - June 2001.
71. Phillips, J.R. Poor man's tbr: A simple model reduction scheme / J.R. Phillips, L.M. Silveira // In DATE '04: Proceedings of the conference on Design automation and test in Europe, Washington, DC, USA, pp. 43-55, 2004.
72. Phillips, J. R. Automated extraction of nonlinear circuit macromodels / J. R. Phillips // Proc. IEEE Custom Integr. Circuits Conf. – 2000. - pp. 451–454.
73. Li, P. NORM: Compact model order reduction of weakly nonlinear systems / P. Li and L. T. Pileggi // Proc. IEEE Des. Autom. Conf. – 2003. - pp. 472–477.
74. Rewienski, M. A trajectory piecewise-linear approach to model order reduction and fast simulation of nonlinear circuits and micromachined devices / M. Rewienski, J. White // Proc. Int. Conf. Comput.-Aided Des. - Nov. 2001. - pp. 252–257.
75. Rewienski, M. A trajectory piecewise-linear approach to model order reduction and fast simulation of nonlinear circuits and micromachined devices / M. Rewienski, J. White // IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integr. Circuits Syst. - 2003. - vol. 22, no. 2. - pp. 155–170.
76. Dong, N. Piecewise polynomial nonlinear model reduction / N. Dong, J. Roychowdhury // Proc. IEEE Des. Autom. Conf. – 2003. - pp. 484–489.
77. Dong, N. Automated extraction of broadly applicable nonlinear analog macromodels from SPICE-level descriptions / N. Dong, J. Roychowdhury // Proc. IEEE Custom Integr. Circuits Conf. – 2004. - pp. 117–120.
78. Dong N. Automated nonlinear macromodelling of output buffers for high-speed digital applications / N. Dong, J. Roychowdhury // Proc. IEEE Des. Autom. Conf. – 2005. - pp. 51–56.

79. Dabas, S. Automated extraction of accurate delay/timing macromodels of digital gates and latches using trajectory piecewise methods / S. Dabas, N. Dong, J. Roychowdhury // Proc. IEEE Asia South Pacific Des. Autom. Conf. – 2007. - pp. 361–366.
80. Tiwary, S. K. Scalable trajectory methods for ondemand analog macromodel extraction / S. K. Tiwary, R. A. Rutenbar // Proc. IEEE Des. Autom. Conf. – 2005. - pp. 403–408.
81. Tiwary, S. On-the-fly fidelity assessment for trajectory-based circuit macromodels / S. Tiwary, R. A. Rutenbar // Proc. IEEE Custom Integr. Circuits Conf. – 2006. - pp. 185–188.
82. Dong, N. General-Purpose Nonlinear Model-Order Reduction Using Piecewise-Polynomial Representations / N. Dong, J. Roychowdhury // IEEE trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. - vol.27, No. 2, Feb. 2008.
83. Ладогубец, В.В. Методы макромоделирования МЭМС / В.В. Ладогубец, А.Ю. Безносик, А.В. Крамар, А.Д. Финогенов // Электроника и связь. Тематический выпуск «Проблемы электроники». – 2008. – С. 244.
84. Ланцов, В.Н. Методы понижения порядка электронных схем и систем (макромоделирование, model order reduction, MOR). Обзор и основные методы [Электронный ресурс]. – 2013. – Конспект лекций.
85. Freund, R.W. Krylov-subspace methods for reduced-order modeling in circuit simulation / R.W. Freund // J. Comput. Appl. Math. - Nov. 2000. - vol. 123, no. 1/2. - pp. 395– 21.
86. Grimme, E. Krylov Projection Methods for Model Reduction. PhD Diploma thesis / E. Grimme // Coordinated-Science Laboratory, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana-Champaign, IL. - 1997.
87. Feldmann, P. Efficient linear circuit analysis by Padé approximation via the Lanczos process / P. Feldmann, R. Freund // IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integr. Circuits Syst. - May 1995. - vol. 14, no. 5. - pp. 639–649.

88. Freund, R. Reduced-order modeling techniques based on Krylov subspaces and their use in circuit simulation / R. Freund // Bell Laboratories, Murray Hill, NJ, Tech. Rep., 1998.
89. Bai, Z. Reduced-order modeling / Z. Bai, P. M. Dewilde, R.W. Freund // Bell Lab., Murray Hill, NJ, Tech. Rep. - Mar. 2002.
90. Bai, Z. Krylov subspace techniques for reduced-order modeling of large-scale dynamical systems / Z. Bai and D. Skoogh // Appl. Numer. Math. - Oct. 2002. - vol. 43, no. 1/2, pp. 9–44.
91. Kamon, M. Generating nearly optimally compact models from Krylov-subspace based reduced-order models / M. Kamon, F.Wang, J.White // IEEE Trans. Circuits Syst. II, Analog Digit. Signal Process. - Apr. 2000. - vol. 47, no. 4. - pp. 239–248.
92. Bond, B. Stability-Preserving Model Reduction for Linear and Nonlinear Systems Arising in Analog Circuit Applications: P.hD. Diploma thesis / B. Bond // Massachusetts Institute of Technology, February 2010.
93. Гантмахер, Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер // "Наука" Главная редакция физико-математической литературы, М. - 1966. - 573 с.
94. Heydary, P. Model Reduction of Variable-Geometry Interconnects Using Variational Spectrally-Weighted Balanced Truncation / P. Heydary, M. Pedram. - Nov. 2001.- pp. 586-591.
95. Rabiei, P. Model Order Reduction of Large Circuits Using Balanced Truncation / P. Rabiei, M. Pedram // IEEE Proc. ASP-DAC. - 1999. - pp. 237-240.
96. Enns, D. Model Reduction with Balanced Realizations: An Error Bound and a Frequency Weighted Generalization / D. Enns. - Dec. 1984.- Pp. 127-132.
97. Megretski, A. Lecture notes on projection-based model reduction [Электронный ресурс]. – 2004. – Режим доступа: <http://web.mit.edu/6.242/www/syll.html>, свободный.

98. Bond, B. Stable model reduction for linear systems through preservation of dissipation / B. Bond, A. Megretski, L. Daniel // Proc. of the IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design. – 2009. – P. 426.
99. Bond, B. Stable Reduced Models for Nonlinear Descriptor Systems through Piecewise-Linear Approximation and Projection / B. Bond, L. Daniel // IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. – 2009. – P. 3-4, 10.
100. Schneider, A. Matrix decomposition based approaches for model order reduction of linear systems with a large number of terminals: P.hD. Diploma thesis / A. Schneider – Chemnitz University of Technology, 2008. – 69 p.
101. Liu, P. An Efficient Method for Terminal Reduction of Interconnect Circuits Considering Delay Variations / P. Liu, S. X.-D. Tan, H. Li, Z. Qi, J. Kong, B. McGaughy, L. He // IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design, 2005.
102. Liu, P. TermMerg: An Efficient Terminal-Reduction Method for Interconnect Circuits / P. Liu, S. Member, S. X.-D. Tan, B. McGaughy, L. Wu, L. He // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. - Aug. 2007. - Vol. 26.
103. Feldmann, P. Sparse and efficient reduced order modeling of linear subcircuits with large number of terminals / P. Feldmann, F. Liu. // ICCAD '04: Proceedings of the 2004 IEEE/ACM International conference on Computer-aided design. – 2004. – P. 88-92.
104. Tan, S. Advanced Model Order Reduction Techniques in VLSI Design / S. Tan, L. He. // Cambridge University Press. – 2007. – p. 24.
105. Liu, P. An extended SVD-based terminal and model order reduction algorithm / P. Liu, S.X.-D. Tan, B. Yan, B. Mcgaughy // Proceedings of the 2006 IEEE International, Behavioral Modeling and Simulation Workshop. – 2006. – pp. 44-49.
106. Liu, P. An efficient terminal and model order reduction algorithm / P. Liu, S. X.-D. Tan, B. Yan, B. McGaughy // Integr. VLSI J. – 2008. – P. 210-218.

107. Strogatz, S. H. *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering* / S. H. Strogatz // New York: Perseus Books Group. - Jan. 2001.
108. Chua, L. *The genesis of Chua's circuit* / L. Chua // Dept. Electric. Eng. Comput. Sci., Univ. California, Berkeley, Tech. Rep., 1992.
109. Данилов, Л.В. *Ряды Вольтерра-Пиккара в теории нелинейных электрических цепей* / Л.В. Данилов - М.: Радио и связь. - 12.с.
110. Li, P. *Compact reduced-order modeling of weakly nonlinear analog and RF circuits* / P. Li, L. Pileggi // *IEEE Trans. Comput.-Aided Des. Integr. Circuits Syst.* - Feb. 2005. - vol. 24, no. 2. - pp. 184–203.
111. Phillips, J. R. *Projection-based approaches for model reduction of weakly nonlinear time-varying systems* / J. R. Phillips // *IEEE Trans. Comput.-Aided Des.* - Feb. 2003. - vol. 22, no. 2. - pp. 171–187.
112. Gu, C. *QLMOR: A Projection-Based Nonlinear Model Order Reduction Approach Using Quadratic-Linear Representation of Nonlinear Systems* / C. Gu // *IEEE Trans. Comput.-Aided Des. Integr. Circuits Syst.* - Sep. 2011.- vol. 30, no. 9. - pp. 1307-1320.
113. Ланцов, В.Н. *Методы понижения порядка моделей сложных электронных схем (обзор)* / В.Н. Ланцов // *Радиотехнические и телекоммуникационные системы.* - 2012. - №3. - С. 59-65.
114. Rugh, W. *Nonlinear System Theory - The Volterra –Wiener Approach* W. Rugh, - Baltimore, MD: Johns Hopkins Univ. Press, 1981.
115. Shepard, D. *A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data* / D. Shepard // *Proceedings of the 1968 ACM 23rd National Conference.* – 1968. - pp. 517-524.
116. D'Amario A. *A reduced-order inverse distance weighting technique for the efficient mesh-motion of deformable interfaces and moving shapes in computational problems: PhD Diploma thesis* / A. D'Amario // Politecnico di Milano, Italy, 2016.

117. Knuth, D. E. The art of computer programming: sorting and searching / D. E. Knuth // Addison Wesley Longman Publishing Co. – 1998. - vol. 3.
118. Striebel, M. Model Order Reduction of Nonlinear Systems in Circuit Simulation: Status and Applications / M. Striebel, J. Rommes // Model Reduction for Circuit Simulation. Editors Petter Benner, Springes.
119. Miettinen, P. PartMOR: Partitioning-Based Realizable Model-Order Reduction Method for RLC Circuits / P. Miettinen, M. Honkala, J. Roos, M. Valtonene // IEEE Transactions On Computer-Aided Design Of Integrated Circuits And Systems. – March 2011.
120. Максимычев, А.В. Физические методы исследования. Сигналы в длинных линиях [Электронный ресурс] // Физтех-Портал / Факультет молекулярной и биологической физики: Учебно-методическое пособие. – М. : МФТИ, 2003. – Режим доступа: <http://bio.fizteh.ru/student/f>.
121. Silveira, L.M. Coordinatetransformed arnoldi algorithm for generating guarantee stable reducedorder models of RLC / L.M. Silveira, M. Kamon, I. Elfadel, J.K. White // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 1999. – pp. 377–89.
122. Ким, В.Л. Моделирование многодекадного индуктивного делителя напряжения / В.Л. Ким, В.Н. Дайнаков // Известия томского политехнического института. – 2005. – №4. – С.167.
123. Аедоренко, И. А. Применение пакета программ Microwave Office 2009 AWR для проектирования микрополосковых устройств СВЧ: учеб. пособие / И. А. Аедоренко, Н. В. Федоркова. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012.
124. ITRS. International Technology Roadmap for Semiconductors [Электронный ресурс] // Edition. Part «Modeling and Simulation». – 2012. - Режим доступа: www.itrs2.net.

Приложение

УТВЕРЖДАЮ
Проректор ВлГУ по образовательной
деятельности

А.А. Панфилов

“ 2018



АКТ

внедрения результатов кандидатской диссертационной работы
Долининой Анастасии Александровны
в учебном процессе
Владимирского государственного университета имени Александра
Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых (ВлГУ)

Настоящим актом удостоверяется, что результаты теоретических исследований, разработанные математические модели и программное обеспечение для моделирования аналоговых устройств, полученные Долининой А.А. в ходе работ над кандидатской диссертацией, внедрены в учебном процессе кафедры «Вычислительная техника и системы управления» Владимирского государственного университета в дисциплинах «Математические методы теории систем» и «Автоматизация проектирования вычислительных систем». Используются как при чтении лекций, так и при выполнении лабораторных работ.

Директор института информационных
технологий и радиоэлектроники, к.т.н., профессор


А.А. Галкин

Заведующий кафедрой
вычислительной техники и систем
управления, д.т.н., профессор


В.Н. Ланцов

Лектор дисциплины «Автоматизация проектирования
вычислительных систем», к.т.н., доцент


А.С. Меркутов

Лектор дисциплины «Математические методы
Теории систем», д.т.н., профессор


В.Н. Ланцов