

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе  
ФГБОУ ВО «Национальный  
исследовательский Мордовский  
государственный университет  
им. Н. П. Огарёва»

доктор технических наук, профессор

Сенин П.В.

« 18 » июля 2016 г.



## ОТЗЫВ

Ведущей организацией ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва» на диссертационную работу М.В. Донцовой «Применение метода дополнительного аргумента к исследованию разрешимости систем квазилинейных уравнений первого порядка с разными характеристическими направлениями», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Системы и уравнения квазилинейных и нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка моделируют различные реальные процессы.

В диссертации М.В. Донцовой исследуется актуальная для теории систем квазилинейных дифференциальных уравнений проблема существования и единственности нелокального решения систем квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с разными характеристическими направлениями. Определить условия, при которых существует нелокальное решение задачи Коши в исходных координатах для систем квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с разными характеристическими направлениями довольно сложно.

В книге Рождественский Б.Л., Яненко Н.И [1978] с помощью метода характеристик проводится анализ разрешимости систем квазилинейных дифференциальных уравнений первого порядка. В методе характеристик определение границ интервала разрешимости и нахождение вида решения в исходных координатах для систем квазилинейных и нелинейных уравнений первого порядка является трудноразрешимой задачей. При этом, как правило,

используется теорема об обратной функции, которая в большинстве случаев не дает возможности явно определить интервал разрешимости.

Для исследования систем квазилинейных и нелинейных уравнений первого порядка эффективно применяется метод дополнительного аргумента, который позволяет доказать существование решений, определить интервал разрешимости без нахождения обратной функции, что существенно облегчает ход исследований и построение решения. Первые работы по методу дополнительного аргумента появились в 1989 году. Основателем метода дополнительного аргумента является М. И. Иманалиев.

Диссертационная работа М.В. Донцовой состоит из введения, трех глав, заключения, списка используемой литературы и занимает 121 страницу. Библиография содержит 45 наименований.

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулирована цель, приведен краткий обзор содержания диссертации по главам, апробация работы и публикации автора по теме диссертации.

Первая глава состоит из четырех параграфов и посвящена исследованию нелокальной разрешимости задачи Коши для некоторых типов систем квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с правыми частями, которые не содержат неизвестные функции.

Исследование проводится с помощью метода дополнительного аргумента.

Получены достаточные условия на исходные данные, которые гарантируют существование нелокального решения, продолженного конечным числом шагов из локального решения. Основные результаты этой главы – это условия нелокальной разрешимости задачи Коши для некоторых типов систем квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с правыми частями, которые не содержат неизвестные функции.

Вторая глава состоит из трех параграфов и посвящена исследованию нелокальной разрешимости задачи Коши для некоторых типов систем квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с правыми частями, которые содержат неизвестные функции.

Исследование проводится с помощью метода дополнительного аргумента.

Получены достаточные условия на исходные данные, которые гарантируют существование нелокального решения, продолженного конечным числом шагов из локального решения.

Основные результаты этой главы – это условия нелокальной разрешимости задачи Коши для некоторых типов систем квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с правыми частями, которые содержат неизвестные функции.

Третья глава состоит из трех параграфов.

В параграфе 3.1. рассматривается система уравнений, описывающая распределение электронов в электрическом поле спрайта. Параграф посвящен исследованию локальной разрешимости задачи Коши для системы уравнений, описывающей распределение электронов в электрическом поле спрайта. Для рассмотренной системы уравнений получены конкретные достаточные условия локальной разрешимости.

Параграфы 3.2., 3.3. посвящены исследованию локальной разрешимости задачи Коши для системы уравнений, описывающей распределение электронов в слабоионизированной плазме в электрическом поле спрайта для трех вариантов условий. Получены конкретные достаточные условия локальной разрешимости для трех случаев.

Результаты диссертации являются новыми. Основные результаты диссертации заключаются в следующем:

1. Определены условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида

$$\begin{cases} \partial_t u(t, x) + (au + bv)\partial_x u(t, x) = f_1, \\ \partial_t v(t, x) + (cu + gv)\partial_x v(t, x) = f_2, \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями:

$$u(0, x) = \varphi_1(x), \quad v(0, x) = \varphi_2(x) \quad (2)$$

на  $\Omega_T = \{(t, x) | 0 \leq t \leq T, x \in (-\infty, +\infty), T > 0\}$ , где  $a, b, c, g$  – известные положительные константы,  $f_1 = 0, f_2 = 0$ .

2. Определены условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида (1) с начальными условиями (2) на  $\Omega_T$ , где  $a, b, c, g$  – известные положительные константы,  $f_1 = f_1(t, x), f_2 = f_2(t, x)$  – известные функции.

3. Определены условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида (1) с начальными условиями (2) на  $\Omega_T$ , где  $f_1 = f_1(t, x, u, v), f_2 = f_2(t, x, v)$  для случая  $a, b, c, g$  – известные положительные константы и для случая  $b, g$  – положительные константы,  $a, c$  – отрицательные константы.

4. Определены условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида

$$\begin{cases} \partial_t u(t, x) + (au + bv + h_1)\partial_x u(t, x) = f_1(t, x), \\ \partial_t v(t, x) + (cu + gv + h_2)\partial_x v(t, x) = f_2(t, x), \end{cases} \quad (3)$$

где  $u = u(t, x), v = v(t, x)$  – неизвестные функции с начальными условиями (2) на  $\Omega_T$  для случая  $a, c$  – положительные константы,  $b, g$  – отрицательные константы,  $h_1, h_2$  – константы и для случая  $a, b, c, g, h_1, h_2$  – известные отрицательные константы.

5. Определены условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида

$$\begin{cases} \partial_t u(t, x) + (a_1 u(t, x) + b_1 v(t, x))\partial_x u(t, x) = a_2 u(t, x) + b_2 v(t, x), \\ \partial_t v(t, x) + (c_1 u(t, x) + g_1 v(t, x))\partial_x v(t, x) = g_2 v(t, x), \end{cases} \quad (4)$$

где  $u(t, x), v(t, x)$  – неизвестные функции,  $a_1, b_1, b_2, c_1, g_1$  – известные положительные константы,  $a_2, g_2$  – известные константы с начальными условиями (2) в области  $\Omega_T$ .

6. Определены конкретные достаточные условия локальной разрешимости задачи Коши для системы уравнений, описывающей распределение электронов в электрическом поле спрайта.

7. Определены конкретные достаточные условия локальной разрешимости задачи Коши для системы уравнений, описывающей распределение электронов в слабоионизированной плазме в электрическом поле спрайта.

Результаты диссертации четко сформулированы и доказаны. Основные результаты докладывались на семинарах и конференциях, полно и своевременно опубликованы в 15 работах, из них 4 статьи опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.

Работа носит теоретический характер. Данные результаты вносят вклад в теорию дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка и важны для приложений.

Результаты диссертации могут найти применение в исследованиях по дифференциальным уравнениям в частных производных, ведущихся в Нижегородском педагогическом университете, Санкт-Петербургском политехническом университете, Национальном исследовательском Мордовском государственном университете им. Н.П. Огарёва, Сибирском государственном аэрокосмическом университете. В настоящее время с помощью метода дополнительного аргумента исследования разрешимости дифференциальных уравнений в частных производных ведутся, в г. Нижнем Новгороде, г. Санкт-Петербурге, г. Красноярске, а так же в Кыргызстане.

Автореферат правильно и полно отражает содержание работы.

Содержание диссертации полностью соответствует паспорту научной специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Таким образом, диссертационная работа Донцовой Марины Владимировны представляется завершенной научно-квалификационной работой, содержащей решение актуальных математических задач теории дифференциальных уравнений с частными производными.

Считаем, что диссертационная работа Донцовой Марины Владимировны «Применение метода дополнительного аргумента к исследованию разрешимости систем квазилинейных уравнений первого порядка с разными характеристическими направлениями» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор М.В. Донцова заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико –математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики от «28 октября 2016 года протокол № 10

Заведующий кафедрой  
прикладной математики,  
дифференциальных уравнений  
и теоретической механики  
ФГБОУ ВО «МГУ им. Н.П. Огарёва»  
кандидат физико-математических наук



R.V. Жалнин

Профессор кафедры  
прикладной математики,  
дифференциальных уравнений  
и теоретической механики  
ФГБОУ ВО «МГУ им. Н.П. Огарёва»  
доктор физико-математических наук  
профессор

*Му*

В.Н. Щенников

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарёва»

Адрес: ул. Большевистская, д. 68, г. Саранск, Республика Мордовия, 430005

Телефон: +7 (8342) 233755;

E-mail: dep-general@adm.mrsu.ru

Сайт: <http://mrsu.ru/>

