

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор МГУ имени М.В. Ломоносова,
доктор физико-математических наук,
профессор  А.А. Федянин

«27»  2021 г

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» о диссертационной работе Горюнова Владимира Евгеньевича «Диффузионная потеря устойчивости решений одного класса распределенных биофизических систем с самоорганизацией», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертационная работа Горюнова В.Е. посвящена изучению поведения решений краевых задач параболического типа, являющихся представителями уравнений класса «реакция-диффузия». Данный тип уравнений естественным образом возникает при анализе моделей из химической кинетики, механики, гидродинамики, биофизики и популяционной биологии. Результаты этих исследований вызывают значительный интерес. Выбранные автором модели при специальном выборе параметров вблизи критических значений могут быть изучены аналитическими асимптотическими методами. В случае же произвольных параметров, более близких к естественным значениям, уместно проводить численные эксперименты с учетом результатов асимптотических исследований. Применение современных аналитических, и, что особенно важно, согласованных с ними численных методов, выполненное в

диссертации, позволило найти и описать ряд новых явлений, касающихся качественного поведения решений данного типа динамических систем. Рассмотренные в диссертационной работе вопросы относятся к числу актуальных направлений исследования, имеющих несомненные теоретическую и практическую значимость.

Структурно диссертация состоит из введения, трех основных глав, заключения, списка литературы и приложений. Во введении приводится обоснование актуальности выбранной тематики, предлагается обзор литературы по предметной области, описание основных результатов и краткое содержание работы.

В первой главе диссертационной работы автор рассмотрел задачу поиска устойчивых сосуществующих решений краевой задачи, основанной на логистическом уравнении с запаздыванием и диффузией и описывающей динамику изменения плотности популяции в плоской области. Для этого было проведено исследование локальной динамики уравнения, на основе нормальной формы построено пространственно однородное решение и с помощью методик теории усреднения определено условие потери его устойчивости, сформулирована и доказана соответствующая теорема и определены границы ее применимости. При значениях параметров, не близких к критическим, приведены результаты численного эксперимента, позволившие заключить о сосуществовании у краевой задачи двух типов решений, одни из которых наследуют динамические свойства пространственно однородных решений, а другие, названные режимами самоорганизации, имеют гораздо более предпочтительные характеристики с биологической точки зрения.

Во второй главе автор исследует краевую задачу, основанную на известной реакции Белоусова–Жаботинского, но при этом сведенной к биологической задаче «хищник – хищник – жертва» в плоской области. С помощью локального анализа формулируются условия возникновения предельного цикла в результате бифуркации Андронова–Хопфа, строится его

асимптотика. Кроме того, определяются и другие возможные сценарии поведения модели. Для пространственно распределенной задачи строится квазинормальная форма, которая после серии замен оказывается стандартным уравнением Гинзбурга–Ландау. В результате анализа свойств квазинормальной формы определяются условия диффузионной потери устойчивости построенного пространственно однородного решения. На основании полученных результатов показано, что наряду с пространственно неоднородными решениями, ответвляющимися от пространственно однородного, в фазовом пространстве динамической системы имеются хаотические колебательные решения с самоорганизацией. Продемонстрировано качественное различие их динамических характеристик.

В последней главе автором рассмотрена задача оценки ляпуновских экспонент для систем дифференциальных уравнений с запаздывающими аргументами. Автором предложен алгоритм, состоящий из двух методик задания базисных функций, и проведено его тестирование на логистическом уравнении с запаздыванием. Показана близость полученных значений к корням характеристического многочлена, что позволяет считать используемый метод корректным. Программно реализованный автором алгоритм позволил найти ляпуновские экспоненты для аттрактора одной системы дифференциально-разностных уравнений из нейродинамики и показать квазиустойчивость этого аттрактора. Кроме того, продемонстрирована возможность применения алгоритма для исследования инвариантных характеристик решений некоторых пространственно распределенных задач с запаздыванием.

Представленные в работе результаты и численно-аналитические методики являются новыми, представляют интерес с точки зрения использования при решении широкого круга задач типа «реакция-диффузия» в популяционной динамике и физике и могут найти применение в исследованиях по динамическим системам, ведущихся в МГУ имени М.В.

Ломоносова, НИЯУ МИФИ, Владимирском, Нижегородском, Саратовском, Самарском и Ярославском государственных университетах, Южном федеральном университете.

Содержание автореферата соответствует содержанию представленной диссертации и отражает основные ее положения. Все ключевые утверждения, сформулированные автором, снабжены доказательствами, что подтверждает их достоверность.

Результаты диссертации своевременно опубликованы, в том числе представлены в необходимом количестве публикаций в ведущих рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК. Также основные положения диссертации были представлены на большом количестве различных конференций, докладывались на научных семинарах.

Представленная работа Горюнова В.Е. представляет собой законченное научное исследование, выполненное на актуальную тему, затрагивающее важные вопросы изучения нелинейной динамики и самоорганизующихся структур, а также содержащее численно-аналитические методики исследования важного класса распределенных динамических систем.

По представленной диссертации есть несколько замечаний.

1. В краевых задачах, рассмотренных в первой и второй главах, в качестве пространственной области рассмотрен квадрат. Возникают следующие вопросы: 1) в какой степени полученные результаты являются следствием симметрии области? 2) как изменится характер диффузионной потери устойчивости пространственно однородного цикла для, например, прямоугольной области?

2. Нейродинамическая модель, для которой в третьей главе работы вычисляются ляпуновские экспоненты и обосновывается квазиустойчивость аттрактора, приведена излишне лаконично. Следовало бы несколько более подробно описать постановку задачи.

В то же время отметим, что указанные замечания носят рекомендательный характер, не умаляют достоинств работы и не влияют на в целом высокую оценку представленных результатов исследования.

На основании изложенного считаем, что диссертация Горюнова В.Е. «Диффузионная потеря устойчивости решений одного класса распределенных биофизических систем с самоорганизацией» соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв составлен доктором физико-математических наук, профессором, заведующим кафедрой математики физического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» Нефедовым Николаем Николаевичем.

Отзыв рассмотрен и утвержден на заседании кафедры математики физического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», протокол № 14 от « 26 » мая 2021 года.

Заведующий кафедрой математики
доктор физ.-мат. наук, профессор

Н. Н. Нефедов

Учёный секретарь кафедры математики
кандидат физ.-мат. наук, доцент

А. А. Панин