

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

**на диссертационную работу Фильченкова Андрея Сергеевича
«Топологически транзитивные косые произведения на клетках в R^n ($n \geq 2$)»,
представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических
наук по специальности 01.01.02 -- «дифференциальные уравнения, динамические
системы и оптимальное управление»**

Актуальность темы. Диссертация А.С. Фильченкова посвящена изучению свойства топологической транзитивности косых произведений, заданных на компактах, и построению примеров топологически транзитивных аттракторов, размерность которых совпадает с размерностью фазового пространства. Задача исследования типов топологической транзитивности динамических систем и конструирования примеров транзитивных аттракторов-континуумов является весьма актуальной в современной теории динамических систем. Изучение динамических систем типа косых произведений интересно еще в связи с их приложениями в математических моделях биологических систем, развитой турбулентности, теории сигналов, физики квантиковых кристаллов.

Степень обоснованности научных положений, выводов. Научная новизна.

В работе построены и исследованы два новых класса косых произведений на n -мерной клетке с разными типами топологической транзитивности, а также сконструированы примеры динамических систем из этих классов с топологически транзитивными аттракторами, являющимися n -мерными клетками.

Первая глава работы посвящена исследованию некоторого класса косых произведений на n -мерной клетке, задаваемого условиями: отрицательность шварциана для отображений в слоях, ограничение на количество критических точек (не более одной) и требование невырожденности критической точки для отображения в слое, а также требование инвариантности границ. Для этого класса доказан критерий топологической транзитивности, который показывает эквивалентность топологической транзитивности отображения и свойства равномерной аппроксимации фазового пространства периодическими орбитами (Теорема 1). Помимо этого в главе 1 доказано, что при дополнительном ограничении на отображение первой координаты имеет место эквивалентность свойств топологической транзитивности и плотности периодических точек для данного класса косых произведений (Теорема 2).

Интересно, что в главе 3 параграф 1 построен нетривиальный пример отображения из данного класса на двумерной клетке с топологически транзитивным аттрактором, представляющим собой квадрат (Теорема 3.4). Далее данный пример обобщен на n -мерный случай. Таким образом, доказана теорема существования и дан способ конструирования C^3 гладкого косого произведения на n -мерной клетке, обладающего топологически транзитивным аттрактором, представляющим собой n -мерную клетку (Теорема 3.5).

Вторая глава диссертации посвящена изучению свойств полной и неполной топологической транзитивности. Заметим, что класс косых произведений, рассмотренный в главе 1 с примерами, сконструированными в главе 3, обладает свойством полной топологической транзитивности, то есть любая итерация данного отображения также

топологически транзитивна. В главе 2 рассмотрен новый класс косых произведений на n -мерной клетке, в отличие от предыдущего класса, здесь ослаблено граничное условие для отображений в слоях. Получено достаточное условие топологической транзитивности, но не полной топологической транзитивности (четные итерации не являются топологически транзитивными (Теорема 3)) и достаточное условие полной топологической транзитивности (Теорема 4). В главе 3 автор построил пример косого произведения из данного класса на n -мерной клетке, с транзитивным, но не обладающим свойством полной топологической транзитивности глобальным аттрактором, представляющим собой n -мерную клетку (Теорема 3.10)).

Основные результаты работы опубликованы в 5 статьях в рецензируемых журналах, они неоднократно обсуждались на различных конференциях и на научных семинарах и получили одобрение ведущих специалистов.

Общие замечания по диссертационной работе

1. В параграфе 3 главы 2 центральным утверждением является теорема 4, которая представляет собой достаточные условия топологической транзитивности косых произведений. Теорема 4 верна, однако автор пишет, что в данном случае реализуется некий новый тип топологической транзитивности, когда само отображение транзитивно, но "могут существовать слои, отображения над которыми не являются топологически транзитивными". Это в данном случае неверно, т.к. из доказанных в теореме 4 лемм следует транзитивность отображений во всех слоях.

Все остальные замечания связаны с опечатками автора и имеют непринципиальный характер:

2. На стр. 9 допущена неточность в определении 0.4 унимодальных отображений. Добавлено лишнее условие, чтобы образы критических точек совпадали с концами интервала. Вследствие этой неточности ссылка на предложение 0.6 некорректна, т.к. все унимодальные отображения из определения 0.4 комбинаторно эквивалентны.
3. При доказательстве леммы 2.11 на стр. 57-58 допущены опечатки, затрудняющие понимание доказательства.
4. На стр. 26 при формулировке предложения 1.22 сказано «необходимые условия комбинаторной эквивалентности» вместо «достаточные условия комбинаторной эквивалентности».

Имеется еще несколько опечаток, которые перечислять не будем.

Приведенные замечания не снижают значимость полученных результатов и не меняют высокой общей оценки работы. Замечание 1 является скорее мотивацией для дальнейших исследований в этой области.

Заключение

В целом, работа производит очень хорошее впечатление, благодаря сочетанию безусловно доказанных теоретических утверждений с конструированием весьма нетривиальных примеров.

Работа подтверждает высокую квалификацию автора в области математики. Полученные в диссертации А. С. Фильченкова результаты можно квалифицировать как

решение сложной научной задачи о построении новых типов гладких косых произведений, обладающих транзитивными многомерными аттракторами.

Работа является законченным математическим исследованием, все положения которого строго аргументированы и подтверждены численными экспериментами.

Методы, разработанные в диссертации, могут быть использованы при исследовании динамических систем разного типа и построении новых примеров транзитивных многомерных аттракторов. Автореферат соответствует содержанию диссертации, а название отражает существо работы.

Диссертация А.С. Фильченкова удовлетворяет требованиям к кандидатским диссертациям положения о порядке присуждения ученых степеней. Основные результаты опубликованы и апробированы. Считаю, что автор, Андрей Сергеевич Фильченков заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Официальный оппонент

Кандидат физико-математических наук, доцент
кафедры высшей математики ИАТЭ НИЯУ МИФИ


Н. Э. Клиншпонт

Обнинский институт атомной энергетики – филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Адрес: Студгородок, д.1, г. Обнинск, Калужская область, 249040

Телефон: +7484393-69-31

Подпись к.ф.-м.н., доцента Клиншпонт Натальи Эдуардовны удостоверяю

Директор ИАТЭ НИЯУ МИФИ


Н.Г.Айрапетова

«____» 2015 г.