

Отзыв на диссертацию Пятницкого Андрея Львовича «Усреднение и асимптотические свойства сингулярно возмущенных дифференциальных операторов», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02.- Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

В первой главе диссертационной работы изучено асимптотическое поведение решений задачи Коши для сингулярно возмущенного параболического уравнения второго порядка с периодическими быстро осциллирующими коэффициентами, причем осцилляция имеется не только по пространственным переменным, но и по времени. Показано, что в правильно выбранных движущихся координатах после факторизации решения на первую собственную функцию задачи на ячейке рассматриваемая задача Коши допускает усреднение. Следует отметить, что во вспомогательной спектральной задаче для периодического параболического оператора ставятся необычные краевые условия: периодичность решения предполагается не только по пространственным переменным, но и по времени.

Во второй главе - исследуется асимптотическое поведение решений начально-краевой задачи Дирихле в ограниченной области для уравнения конвекции-диффузии с большой конвекцией. Автору удается построить точную асимптотику решений при всех положительных значениях времени. Для построения асимптотики используются экспоненциальное преобразование с действительным параметром и спектральные свойства соответствующего семейства спектральных задач на торе. Интересной особенностью этой задачи является то, что (с случае общего положения) решения концентрируются в окрестности одной точки, расположенной на границе области.

Третья глава посвящена усреднению уравнений, описывающих конвекцию-диффузию химического раствора в среде с периодически расположенными микроскопическими включениями, на поверхности которых происходит химическая реакция. Химическая реакция описывается обыкновенным дифференциальным уравнением, учитывающим разницу концентраций вещества на поверхности включений и в окружающей среде. Показано, что процесс может быть описан с помощью системы уравнений, состоящей из уравнения конвекции-диффузии в перфорированной среде и обыкновенного дифференциального уравнения на поверхности пор. Доказано, что для

таких систем справедлив результат об усреднении в движущихся координатах, и что эффективная скорость зависит от интенсивности реакции на поверхности пор.

В четвертой главе объектом изучения служат нелинейные сингулярно возмущенные параболические уравнения второго порядка с периодическими коэффициентами. Здесь рассмотрены как уравнения с большими членами первого порядка, так и с большим потенциалом. Автором построены эффективные задачи и доказаны результаты об усреднении.

Целью пятой главы является усреднение параболических уравнений второго порядка с большим потенциалом, причем коэффициенты этих уравнений периодичны по пространственным переменным и являются случайными стационарными по времени. Для таких моделей усредненное уравнение это стохастическое уравнение в частных производных. Доказано, что решения исходных начально-краевых задач сходятся по распределению в соответствующем функциональном пространстве к решению начально-краевой задачи для предельного стохастического уравнения в частных производных. Результаты об усреднении получены как для линейных, так и для нелинейных потенциалов.

Таким образом, диссертация посвящена актуальной проблеме общей теории дифференциальных уравнений: исследованию эллиптических и параболических дифференциальных операторов с быстро осциллирующими коэффициентами и с малым параметром при старших производных.

В диссертации разработаны новые методы исследования асимптотического поведения и усреднения для этого класса дифференциальных уравнений.

Полученные в диссертации результаты являются новыми и соответствуют мировому уровню, а в ряде случаев значительно его превосходят. Как пример, отметим результат о линейных параболических задачах, содержащих как большую конвекцию, так и большой потенциал, а также результат об усреднении параболических уравнений второго порядка с большим потенциалом, коэффициенты, которых периодичны по пространственным переменным и являются случайными стационарными по времени.

К недостаткам работы следует отнести многочисленные опечатки в согласовании падежей.

Важно отметить, что представленная в диссертации область знаний имеет многочисленные приложения к теории различных процессов, происходящих в пористых средах, к изучению свойств композитных материалов, а также к моделированию сред с периодической микроструктурой. Численное моделирование упомянутых процессов требует больших затрат вычислительных ресурсов, что является причиной известных трудностей.

Основные материалы диссертационной работы опубликованы в ведущих математических журналах, как в России, так и за рубежом и докладывались на многочисленных семинарах и конференциях.

Все это позволяет заключить, что диссертация Пятницкого Андрея Львовича «Усреднение и асимптотические свойства сингулярно возмущенных дифференциальных операторов», представленная на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02.- Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям по указанной специальности, и, Пятницкий Андрей Львович заслуживает присуждения ему степени доктора физико-математических наук.

Братусь Александр Сергеевич.

Заведующий кафедрой «Прикладная математика-1» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет путей сообщения Императора Николая II,

доктор физико-математических наук, профессор



Братусь А.С.

Подпись А.С. Братусь



НАЧАЛЬНИК
ОЦПКВК С.Н.КОРЖИН

МГУПС (МИИТ), 127994, г.Москва, ул. Образцова 9, стр.9

Т.: 8(495) 684 23-09

E-mail: alexander.bratus@yandex.ru

10.10.2016