

**Отзыв официального оппонента,**  
доктора физико-математических наук, доцента Панкратова Леонида  
на диссертационную работу Булатовой Регины  
**«Математические задачи сплошной среды в модификации Ладыженской»,**  
представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по  
специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и  
оптимальное управление.

### **1. Актуальность тематики диссертации.**

Диссертационная работа Булатовой Р. посвящена изучению и развитию теории пограничного слоя, которая была предложена Л. Прандтлем, и является одним из важнейших разделов гидродинамики. Эта теория изучает движение вязкой несжимаемой жидкости вблизи твердой поверхности. Динамика маловязкой жидкости вблизи обтекаемого твердого тела описывается системой уравнений, которая при определенных предположениях выводится из системы уравнений Навье-Стокса и является ее частным случаем. В работах Ладыженской в систему уравнений введена дополнительная нелинейность, которая описывает зависимость вязкости от градиента скорости. Таким образом, диссертация Булатовой Регины обобщает исследования математических задач пограничного слоя в модификации Ладыженской.

Теория пограничного слоя широко используется при решении важных проблем в различных областях техники, где присутствуют процессы обтекания поверхностей. Таким образом, диссертация посвящена актуальным проблемам современной науки.

В диссертационной работе рассматриваются краевые задачи, описывающие движение маловязкой несжимаемой жидкости. Исследуются возникающие при этом вопросы существования и единственности решений в некоторых классах функций. Рассмотрены стационарные и нестационарные течения неньютоновских жидкостей, которые описываются некоторой системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных.

### **2. Научная новизна выносимых на защиту результатов.**

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и списка литературы. Во **Введении** обосновывается актуальность темы диссертации, подробно излагается история возникновения, развития и значимость теории пограничного слоя. Отмечен вклад отечественных и зарубежных ученых.

В **Первой главе** рассмотрена система уравнений стационарного плоскопараллельного пограничного слоя проводящей жидкости под действием поперечного магнитного поля. С помощью преобразования переменных Мизеса, и сведения системы уравнений к одному квазилинейному параболическому уравнению, доказана теорема существования и единственности задачи о продолжении пограничного слоя. Отметим, что в отличие от исследований О.А. Олейник предотвращение отрыва пограничного слоя под действием поперечного магнитного поля, в диссертационной работе дополнено оценкой смещения точки отрыва вниз по потоку. Данный результат является новым.

Во **Второй главе** рассмотрена стационарная задача пограничного слоя вязкой несжимаемой жидкости в окрестности точки, относительно которой поток симметричен. Для этого было применено преобразование Крокко, которое сводит систему уравнений пограничного слоя к одному квазилинейному вырождающемуся уравнению. Преимущество этого преобразования заключается в том, что оно применимо и в случае нестационарных задач. Соответствующие результаты изложены в следующей главе. В данной главе получены оценки

решения и его производных, вследствие чего получено асимптотическое поведение решения в окрестности границы области. В рамках теории магнитной гидродинамики изучена стационарная задача о симметричном пограничном слое вязкой среды в модификации Ладыженской. Доказана однозначная разрешимость основной краевой задачи, а также исследовано влияния магнитного поля на движение вязкой несжимаемой электропроводной жидкости в пограничном слое. Полученные во Второй главе результаты являются новыми.

В Третьей главе исследуется нестационарная задача пограничного слоя, возникающего при обтекании вязкой жидкостью симметричного тела. Доказаны теоремы существования и единственности решения, устойчивость и асимптотическая устойчивость решения по начальным данным. Получено асимптотическое решение данной задачи в некоторой окрестности критической точки и в целом по времени. Полученные в данной главе результаты являются новыми и представляют большой интерес в приложениях.

### **3. Полнота опубликования основных результатов диссертации в рецензируемых научных изданиях:**

Результаты диссертации, выносимые на защиту, опубликованы в 19 научных трудах, 5 из которых входят в перечень ВАК. В автореферате диссертации подробно указан личный вклад соискателя в статьях с соавторами. Работа прошла апробацию на научных семинарах, научно-практических и международных конференциях, проходивших в таких городах, как Астана, Долгопрудный, Владимир, Воронеж, Москва, Новороссийск, Санкт-Петербург и Сузdalь.

### **4. Замечания.**

1. В автореферате необходимо более четко подчеркнуть новизну полученных результатов.
2. В диссертации и в автореферате, при формулировке теорем существования можно было бы отметить, в каких классах функций ищется решение.
3. В диссертационной работе имеется некоторое количество опечаток (см., например, стр. 15-18.)

### **5. Общая характеристика диссертации.**

В диссертации рассмотрены ранее не изученные случаи течения маловязкой несжимаемой жидкости. Результаты, полученные в ходе проведенной научной работы, достоверны, сформулированные на их основании выводы – математически строго обоснованы.

Таким образом, все результаты, изложенные Р. Булатовой в диссертационной работе, являются новыми, продолжают и обобщают исследования других авторов. Диссертация является завершенным научным исследованием и соответствует требованиям, предъявляемым ВАК к диссертационным работам на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук.

### **6. Теоретическая и практическая значимость.**

В заключение, отметим, что полученные результаты могут найти применение в различных разделах качественной теории дифференциальных уравнений в частных производных и задачах гидродинамики. Данные результаты могут быть интересны специалистам, работающим в МФТИ, МГУ, Московском Политехническом университете.

Таким образом, диссертация Булатовой Регины «Математические задачи сплошной среды в модификации Ладыженской» соответствует требованиям п.8 «Положения о порядке присуждения учёных степеней» ВАК РФ, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент,  
доктор физико-математических наук,  
доцент кафедры высшей математики МФТИ

Л. Панкратов

8 сентября 2020г.