

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор Московского государственного
университета имени М.В. Ломоносова, доктор
физико-математических наук, профессор

Федяин
А.А. Федяин

2019 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

**Федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования**

«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

факультет вычислительной математики и кибернетики

кафедра общей математики

на диссертационную работу Елецких Константина Сергеевича «В-гиперболические уравнения с оператором Бесселя по времени», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

В работе построены решения сингулярных дифференциальных уравнений, содержащих по некоторым переменным сингулярный дифференциальный оператор Бесселя. Основное внимание отведено уравнениям с оператором Бесселя, действующим по переменной, где ставятся начальные условия (т.е. по времени). Приведены формулы решения этих уравнений. Основным инструментом этих исследований является интегральное преобразования Бесселя и смешанное преобразование Фурье—Бесселя. Роль преобразования Бесселя выполняет преобразование Бесселя, введенное Б.М. Левитаном и преобразование Бесселя введенное И.А. Киприяновым и В.В. Катраховым.

Глава 1 носит информационный характер. Приведены необходимые утверждения относительно преобразований Левитана и Киприянова—Катрахова, теоремы о равномерной сходимости рядов Фурье—Бесселя и Дини по j-функциям Бесселя (эти функции в некоторых источниках называют функциями Клифорда).

В Главе 2 введен «полный сингулярный аналог уравнения Ибрагимова—Мамонтова».

Использование преобразования Киприянова—Катрахова дало возможность автору воспользоваться подходом Н.Х. Ибрагимова и Е.В. Мамонтова для построения решения задачи Коши для этого уравнения и исследовать характер процесса распространения волн с точки зрения возможной гюйгенсовости полученного решения. Полученный критерий оказался общим по отношению к полученным ранее критериям Ибрагимова—Мамонтова и Киприянова—Кагана. Далее приведены решения обобщенной задачи Коши для уравнения Эйлера—Пуассона—Дарбу. Эти формулы основаны на «функционалах Киприянова», возникающих в результате интегрального преобразования Левитана (в смысле весовых обобщенных функций) к радиальной j -функции Бесселя. Подобные формулы ранее не были известны. По-видимому, введенные в работе весовые обобщенные функции Киприянова ранее не встречались. Полученные формулы дали возможность сформулировать «сингулярный принцип Гюйгенса», который может применяться к решениям уравнений Эйлера—Пуассона—Дарбу с разными индексами размерностей операторов Бесселя, включая и дробные. Формулировка признака достаточно простая — сумма размерностей пространства и индекса размерности операторов Бесселя по времени и пространству есть целые числа одинаковой четности.

Такая формулировка включает в себя и хорошо известный признак Адамара, и признаки, полученные во второй половине 20-го века Д. Фоксом (1956), И.А. Киприяновым и Л.А. Ивановым (1980-е годы).

В Главе 3 рассмотрена краевая (начально-гранична) задача для уравнения Эйлера—Пуассона—Дарбу. Здесь решения получены в виде рядов Фурье—Бесселя или Дини по j -функциям Бесселя. Ранее подобные задачи исследованы профессором К.Б. Сабитовым и его учениками на основе решений, представленных рядами по функциям Бесселя первого рода. Примененные К.С. Елецких подходы позволили получить в диссертации новые формулы, названные в работе «формулами Пуассона». В основе этих формул лежит специального вида конструкция, названная « V_x^t -псевдосдвигом», который порожден произведением j -функций Бесселя разных порядков v и μ . Интересно отметить, что при $v=\mu$ из формулы представления решения через посредство « V_x^t -псевдосдвига» вытекает хорошо известный аналог формулы Пуассона, решения задачи Коши, полученный Б.М. Левитаном (УМН, 1951). Однако V_x^t -псевдосдвиг не является обобщенным сдвигом в смысле определения Левитана. Таким образом, результат этой главы диссертации К.С. Елецких весьма значим для теории сингулярных дифференциальных уравнений с операторами Бесселя разной размерности.

Полученные в второй и третьей главах формулы, несомненно, представляют интерес для теории сингулярных дифференциальных уравнений, развитию которой способствовал известный русский математик И.А. Киприянов. Диссертация К.С. Елецких продолжает исследования его научной школы.

Имеются следующие замечания и пожелания.

1. Первая глава выглядит перегруженной. Обнаружен ряд утверждений, которые можно было бы не приводить в силу их известности. Некоторые утверждения менее известны, но без доказательств и без ссылок о том, где их надо искать. В качестве примера приведем теоремы 1.5.2, 1.6.3, 1.7.3.

2. Введенный в главе 3 « V_x^t -псевдосдвиг» мог бы быть примененным к решениям в виде соответствующей свертки (как и в классических задачах дифференциальных уравнений). Подобные свертки изучались профессором В.А. Какичевым и его учениками (Л.Е. Бритвина и др.). Поэтому, в этом направлении надо бы продолжить исследования.

Отметим, что приведенное замечание не снижают интерес к диссертации. Её результаты являются новыми, строго доказаны и грамотно изложены. Материалы диссертации докладывались на нескольких международных конференциях и научных семинарах. Результаты диссертации должным образом опубликованы в семнадцати работах, три из которых – в журналах из Перечня ВАК. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Работа имеет теоретический характер. Результаты диссертации являются значимыми для развития теории сингулярных дифференциальных уравнений и в приложениях к задачам естествознания, связанных со сферической симметрией. Могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Липецком государственном педагогическом университете, Воронежском государственном университете, в Елецком государственном университете им. И.А. Бунина, Челябинском государственном университете и других научных организациях.

Заключение.

На основании изложенного считаем, что диссертация К.С. Елецких «В-гиперболические уравнения с оператором Бесселя по времени» удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор Елецких

Константин Сергеевич заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Отзыв подготовлен доктором физ.-мат. наук, профессором кафедры общей математики факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова В.Н. Денисовым. Обсужден и утвержден на заседании кафедры общей математики факультета ВМК «28» октября 2019 г., протокол № 6.

И.О. заведующего кафедрой

общей математики

ф-та ВМК МГУ

профессор, доктор физ.-мат. наук

И.С. Ломов

Профессор кафедры общей математики

ф-та ВМК МГУ

доктор физ.-мат. наук

В.Н. Денисов

Почтовый адрес: 119991 г.Москва, Ленинские горы, д.1.

Веб-сайт: <https://msu.ru/>

Телефон: +7(495)939-30-10

Адрес электронной почты: cms@cs.msu.ru

Подпись удостоверяю
Начальник отдела кадров

В.Ю. Решетов



Сведения о составителях отзыва верны, личные подписи составителей заверяю: