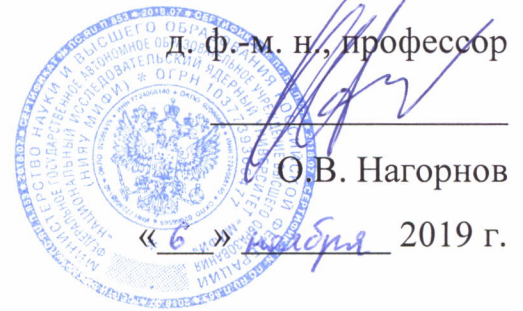


Утверждаю  
Первый проректор НИЯУ МИФИ  
д. ф.-м. н., профессор



О.В. Нагорнов

« 6 » сентября 2019 г.

## **ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ**

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
(НИЯУ МИФИ)

о диссертационной работе Плышевской Светланы Петровны  
«Сценарии возникновения метаустойчивых структур  
в квазилинейных уравнениях параболического типа», представленной  
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 01. 01. 02 — дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление.

### **Актуальность темы диссертации**

Диссертационное исследование Плышевской Светланы Петровны посвящено изучению пространственно неоднородных структур для нескольких классов квазилинейных уравнений параболического типа, которые можно условно отнести к уравнениям типа «реакция-диффузия». В работе выполнен асимптотический анализ качественного поведения решений этих краевых задач и выявлены возникающие в них пространственно-временные структуры. Задачам типа «реакция-диффузия» уделяется существенное внимание в литературе по качественному исследованию динамических систем. Поэтому выбор темы диссертации является вполне актуальным.

### **Научная новизна полученных результатов**

Перейдем к общему описанию представленной работы, отметим основные направления исследования, полученные результаты и их новизну.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка иллюстраций, одного приложения и списка цитируемой литературы, содержащего 91 наименование. В тексте диссертации также содержится 29 рисунков. Общий объем диссертации составляет 140 страниц.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, приведен обзор литературы и сформулированы основные полученные результаты. При исследовании процессов, описываемых нелинейными параболическими уравнениями, значительный интерес представляют стационарные пространственно неоднородные структуры. В работах большого числа авторов, среди которых следует упомянуть С.П. Курдюмова, Г.Г. Малинецкого, А.В. Гапонова-Грехова, А.С. Ломова, Г.В. Осипова, М.И. Рабиновича, Н.А. Кудряшова, А.Ю. Колесова, Н.Х. Розова, В.Ф. Бутузова, А.Б. Васильеву, С.А. Кащенко, С.Д. Глызина изучались, тем или иным способом, пространственно-временные структуры. Значительная часть диссертационной работы также посвящена выявлению пространственно-временных метастойчивых структур сначала уравнения Гинзбурга–Ландау, а затем уравнения Кана–Хилларда. Уравнение Гинзбурга–Ландау служит автору модельным для введения и исследования метастойчивых структур. В свою очередь, уравнение Кана–Хилларда, относящееся к проблеме физики конденсированного состояния, имеет вполне прикладной характер и исследование метастойчивых структур для него имеет определенное значение для приложений. Это уравнение, в частности, возникает при исследовании кинетики расслоения в бинарных смесях с заданной концентрацией компонентов. В диссертационной работе С.П. Плышевской выполнен бифуркационный анализ как уравнения Гинзбурга–Ландау, так и Кана–Хилларда с условиями типа Неймана на отрезке, описаны условия существования и форма решений этих уравнений в зависимости от бифуркационного параметра, а также проанализирована устойчивость рождающихся пространственно-неоднородных структур.

В первой главе исследуется математическая модель пространственно

неоднородных структур уравнения Гинзбурга–Ландау с условиями типа Неймана на отрезке при изменении положительного бифуркационного параметра. При помощи метода центральных многообразий доказаны теоремы о существовании и форме пространственно-неоднородных стационарных решений этой краевой задачи, которые бифурцируют от пространственно-однородного. Для дальнейшего исследования решений, рождающихся при уменьшении бифуркационного параметра и его переходе в область надкритичности, рассматривается галеркинская аппроксимация уравнения Гинзбурга–Ландау. В этой же главе исследованы условия и сценарии возникновения метастабильных структур (медленно меняющихся решений), возникающих в результате седло-узловых бифуркаций.

Во второй главе на отрезке рассматривается уравнение Кана-Хилларда с краевыми условиями типа Неймана. Методом центральных многообразий доказана теорема о существовании и форме пространственно-неоднородных стационарных решений краевой задачи Кана-Хилларда. В этой же главе на основе галеркинских разложений проведен анализ формы и устойчивости пространственно неоднородных стационарных решений, рождающихся в результате бифуркации типа «вилка». В конце этой главы рассмотрены сценарии эволюции метастабильных структур с двумя и тремя точками перехода.

В третьей главе исследовано поведение решений расширенной модели уравнения Кана–Хилларда в локальной окрестности континуального множества его состояний равновесия. Выделены критические случаи и выполнен бифуркационный анализ, на основе которого построены асимптотики неоднородных состояний равновесия, и изучена их устойчивость. В конце главы рассмотрено обобщенное уравнение Кана–Хилларда. Показано, что в некоторой области фазового пространства его локальная динамика описывается с помощью бифуркации Андронова–Хопфа. Поведение решений в этой области фазового пространства определяет приведенная в работе нормальная форма.

Результаты диссертации приведены в заключении. К числу основных результатов исследования можно отнести следующее:

1. В частности, автором выполнено оригинальное исследование, относящееся к динамике формы и устойчивости пространственно неоднородных стационарных решений при уменьшении и отходе от бифуркационного значения в область надкритичности.
2. Впервые описаны и исследованы сценарии возникновения метаустойчивых структур в параболических задачах с условиями на отрезке.
3. Показано, что задача о динамике и устойчивости состояния равновесия расширенной модели уравнения Кана–Хилларда расслаивается на континуальное (зависящее от некоторого параметра) семейство более специализированных краевых задач.

Результаты, выносимые на защиту, являются новыми.

#### **Степень обоснованности и достоверности**

Научные положения и выводы, представленные в диссертационной работе, имеют аналитические или численные обоснования, что подтверждает их достоверность. Все основные результаты работы были опубликованы в научных печатных изданиях.

#### **Значимость работы**

Полученные результаты и методики исследования представляют интерес как с теоретической точки зрения для лучшего понимания структуры и возможных бифуркаций пространственно-временных структур для краевых задач рассмотренного типа, так и для практических применений (особенно уравнения Кана-Хилларда) при моделировании двухкомпонентных смесей с учетом процессов смачивания, происходящие на границе и приповерхностных слоях плёнки.

#### **Рекомендации по использованию результатов**

Представленные в работе численно-аналитические методы могут быть адаптированы для более широкого класса задач типа «реакция-диффузия». Результаты могут быть востребованы в математических центрах, проводящих

исследования в области моделирования и анализа нелинейных явлений в задачах типа «реакция-диффузия», качественного анализа распределенных динамических систем. В том числе результаты могут быть использованы в следующих организациях: МГУ им. М.В. Ломоносова, НИЯУ МИФИ, Владимирском, Нижегородском, Саратовском и Ярославском университете, Южном федеральном университете.

### **Оценка автореферата**

Содержание автореферата соответствует содержанию представленной диссертации и отражает основные ее положения.

### **Подтверждение опубликования результатов**

Результаты диссертации своевременно и полно опубликованы, в том числе представлены в необходимом количестве публикаций в ведущих рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК. Также основные положения диссертации были представлены на различных конференциях и семинарах.

### **По представленной диссертации имеется несколько замечаний.**

1. Первое замечание касается используемых автором обозначений для фазового пространства задачи. В первых двух главах используются пространства Соболева с одной метрикой, а в третьей главе с другой. Было бы естественно унифицировать эти обозначения.

2. Второе замечание аналогично первому и касается выбранных в работе областей изменения пространственной переменной. В разных главах работы пространственная переменная меняется на отрезке  $[0,1]$  или на отрезке  $[0,\pi]$ , что мешает анализу работы.

3. При описании метаустойчивых структур с несколькими точками перехода (например, п. 1.5, 1.6) автор, на наш взгляд, неудачно обозначает бифуркационные значения параметра  $\mu$  и значения спектра устойчивости задачи, в результате чего не всегда удается определить, где приведены критические значения, а где точки спектра устойчивости (пункты 1.5, 1.6).

4. Работа не лишена огрехов оформительского характера. Так формулы (1.13), (1.17), (1.44) и ряд других не помещаются в строку так, что не удается прочитать их концы, а на страницах 59, 65 формулы не поместились на страницу и также не читаются. Автору следовало бы, возможно, вынести некоторые из этих формул в приложения.

В то же время отметим, что указанные замечания не умаляют достоинств работы и не влияют на корректность представленного исследования и их результатов.

### **Заключение**

Представленная работа является законченным научным исследованием, выполненным на актуальную тему и на высоком научном и методическом уровнях, она затрагивает важные вопросы изучения пространственно неоднородных решений нелинейных краевых задач параболического типа, в ней построены метаустойчивые структуры двух важных классов таких задач. Достоверность полученных результатов не вызывает сомнения. Все выводы в достаточной мере обоснованы. Основные результаты опубликованы в российских рецензируемых журналах, рекомендуемых ВАК для публикации результатов кандидатских диссертаций, и апробированы в виде докладов на научных конференциях и семинарах

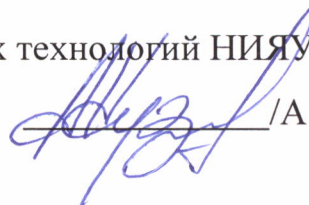
Автореферат диссертации достаточно полно отражает ее содержание.

Диссертационная работа «Сценарии возникновения метаустойчивых структур в квазилинейных уравнениях параболического типа» по актуальности, объёму выполненных исследований и практической значимости полученных результатов соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата наук, а её автор Плышевская Светлана Петровна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01. 01. 02 — «дифференциаль-

ные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» за решение задачи, имеющей существенное значение для асимптотического и численного исследования пространственно неоднородных решений нескольких классов краевых задач параболического типа.

Отзыв обсуждён и одобрен на заседании кафедры прикладной математики Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», протокол заседания № 11 от 1 ноября 2019 года.

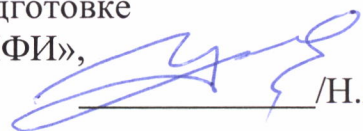
Директор «Института лазерных и плазменных технологий НИЯУ МИФИ»,  
д. ф.-м. н., профессор

 /А.П. Кузнецов

Зам. зав. кафедры «Прикладная математика»,  
д.ф.-м.н., профессор

 /А.В. Крянев

Председатель «Совета по аттестации и подготовке  
научно-педагогических кадров НИЯУ МИФИ»,  
д.ф.-м.н., профессор  
тел. +7(495)7885699 (доб. 9991),  
e-mail: nakudryashov@mephi.ru

 /Н.А. Кудряшов

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»» (НИЯУ МИФИ), 115409, г. Москва, Каширское ш., 31.