

ОТЗЫВ

официального оппонента доктора физико-математических наук, доцента Бортакковского Александра Сергеевича на диссертацию Лариной Яны Юрьевны «Устойчивость по Ляпунову и статистические характеристики управляемых систем с импульсным воздействием», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление в диссертационный совет Д 212.025.08.

Актуальность темы диссертационного исследования. Теория управления является одной из самых востребованных практикой областей математики. В диссертации исследуются важные свойства динамических систем, характеризующие их потенциальные возможности, которые можно достигнуть за счет выбора управления. Оценки множества достижимости, так или иначе, учитываются разработчиками всех систем автоматического управления в любой прикладной области. Особенно актуальны вопросы достижимости в авиационной и космической технике, химической промышленности, робототехнике и энергетике. Например, в задачах терминального управления летательными аппаратами целью управления является попадание в заданное конечное положение или заданное терминальное множество. Для безотказной и безопасной работы системы управления необходимо соблюдение ограничений на состояние системы в течение всего периода эксплуатации. Это требование непосредственно связано с инвариантностью множеств относительно управляемой системы.

Изучение множеств достижимости и инвариантных множеств относительно различных управляемых систем и дифференциальных включений тесно связано с теорией управления и теорией дифференциальных игр, которым посвящены работы Н.Н. Красовского, А.Б. Куржанского, Ж.П. Обена, А.И. Субботина, Н.Н. Субботиной, Е.Л. Тонкова, В.Н. Ушакова, Т.Ф. Филипповой, П. Хартмана и многих других авторов. В диссертации для описания инвариантных и слабо инвариантных множеств применяются характеристики, предложенные в работах Л.И. Родиной и Е.Л. Тонкова, а именно относительная частота (верхняя и нижняя) пребывания множества достижимости управляемой системы в заранее заданном множестве M . Другая характеристика, изучаемая в диссертации, среднее значение почти периодической функции, связана с равномерностью пребывания траекторий в заданном допустимом множестве. Этот показатель также важен для прикладных задач. Вопросы существования и методы вычисления этих характеристик, исследованы сначала для непрерывных функций, а затем для решений систем управления с импульсными воздействиями.

Вторым направлением диссертационной работы является распространение теории устойчивости динамической системы относительно множества на системы с импульсными воздействиями. Актуальность этого направления работы очевидна как для теории, так и для практики.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации. Обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, подтверждается: их сопоставлением с классическими результатами теории управления; обсуждением на 10 международных конференциях; публикациями основных положений диссертационного исследования в семи статьях, пять из которых – в рецензируемых научных изданиях из перечня журналов, рекомендуемых ВАК РФ для публикации материалов по диссертациям.

Достоверность результатов исследования подтверждается использованием в качестве теоретической и методической базы трудов ведущих отечественных и зарубежных ученых в области теории управления, дифференциальных уравнений, теории динамических систем, негладкого анализа; строгими доказательствами теорем; обоснованными выводами уравнений; сравнением с известными ранее теоретическими результатами.

Научная новизна результатов исследования.

1. Получены условия равенства статистических характеристик для двух непрерывных функций при условии, что предел модуля разности этих функций на бесконечности равен нулю (теорема 1.1). Рассмотрены два академических примера сравнения относительных частот двух непрерывных функций. Доказана теорема о существовании статистически слабо инвариантного множества относительно управляемой системы (теорема 1.2). Получена формула для нахождения статистических характеристик и среднего значения для одного из классов функций, почти периодических в смысле Бора (теорема 2.1). Приведен пример вычисления относительной частоты для двух почти периодических функций. Изучены статистические характеристики решений линейного дифференциального уравнения и логистического уравнения Ферхюльста с почти периодическими коэффициентами (примеры 3.1 и 3.2).

2. Представлена математическая модель управляемых систем со скачками траекторий. Такую модель следует отнести к гибридным системам (переключаемым или дискретно-непрерывным). В отличие от работ по импульсному управлению здесь не используются дифференциальные уравнения с дельта-функциями. Импульсные воздействия представлены управляемыми конечными скачками траектории. Такое описание ближе к непрерывно-дискретным системам и предпочтительнее во многих прикладных задачах.

3. Для представленной модели управляемых систем с неограниченным количеством импульсных воздействий (скачков траекторий) получены условия существования асимптотически устойчивого множества (теоремы 4.1, 4.2, 4.3) и слабо асимптотически устойчивого множества (теоремы 5.1, 5.2, 5.3) относительно такой системы. Доказано условие существования множества, устойчивого по Ляпунову (лемма 4.1) и слабо устойчивого по Ляпунову (лемма 5.1) относительно управляемой системы с импульсами. Для динамической системы, описывающей конкуренцию двух биологических видов, а также для системы сдерживания роста популяции вредителей при помощи биоагентов, построены

функции Ляпунова относительно множеств, характеризующих численность популяций. Выяснены значения параметров моделей, обеспечивающих асимптотическую устойчивость этих множеств.

4. Для управляемых систем с импульсным воздействием введено дифференциальное уравнение со скачками, решение которого оценивает сверху функцию Ляпунова относительно множества $\mathcal{M}$. Доказаны условия асимптотической устойчивости множества $\mathcal{M}$, использующие сравнение функции Ляпунова и решение этого уравнения со скачками (теоремы 7.1, 7.2). Приведены оценки статистических характеристик управляемых систем с импульсным воздействием и решений введенного уравнения со скачками (теоремы 8.1, 8.2).

Главным итогом диссертационного исследования является, по моему мнению, распространение теории устойчивости по Ляпунову множеств относительно управляемой системы, статистических характеристик и теории слабой инвариантности множеств на широкий класс гибридных систем.

Таким образом, в диссертации получен ряд весьма важных и нетривиальных результатов. Исследование управляемых систем с импульсными воздействиями производит сильное впечатление. Формулировки постановок задач, доказательства теорем, решение примеров показывают понимание функционального анализа, дифференциальных уравнений, теории динамических систем и теории управления, уверенное применение выпуклого и негладкого анализа. Все это говорит о высокой математической квалификации диссертанта.

Практическая значимость работы заключается в том, что полученные результаты можно использовать при решении широкого круга задач, возникающих при моделировании химических, биологических, экологических процессов, механических, робототехнических систем, авиационной и космической техники, машин и механизмов. Теоретические результаты можно использовать при обучении бакалавров и специалистов математических и естественно-научных направлений и специальностей.

Замечания по диссертационной работе. Наряду с достоинствами диссертационная работа имеет недостатки.

1. Критерием выполнения ограничений на заданном промежутке времени (конечном или бесконечном) считается равенство единице относительной частоты попадания в допустимую область. Это равенство нельзя использовать, если задача решается приближенно, так как оно не будет выполняться из-за вычислительных ошибок. Техника приближенного вычисления оценок в диссертации не рассматривается.

2. Теоремы об устойчивости не являются конструктивными, поскольку не дают метода построения функции Ляпунова относительно множества. Было бы полезно разработать такие методы для некоторых классов управляемых систем, например, линейных.

3. Не рассматривается связь исследуемой функции Ляпунова относительно множества с классической функцией Ляпунова для систем с импульсными воздействиями.

4. В задачах управления дискретно-непрерывными системами, как правило, ограничивается сумма модулей всех импульсных воздействий. В диссертации такие суммарные ограничения не рассматриваются хотя, на мой взгляд, они необходимы.

Указанные замечания не снижают ценности диссертации. В диссертации представлено высококвалифицированное математическое исследование, выполненное на актуальную тему. Обширный теоретический материал хорошо проработан, снабжен иллюстрирующими примерами.

Соответствие диссертации требованиям ВАК РФ. Диссертационная работа в целом является логичным, законченным, самостоятельным исследованием, имеющим научную новизну, теоретическую и практическую значимость. Выводы и рекомендации достаточно аргументированы. Результаты диссертации опубликованы в полном объеме в статьях в ведущих научных изданиях. Диссертация обладает внутренним единством и представляет собой научно-квалификационную работу, в которой содержится решение научной задачи, имеющей значение для математической теории управления и дифференциальных уравнений. Автореферат диссертации полностью отражает ее содержание.

Работа удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Ларина Я.Ю. заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент,

Бортаковский
Александр Сергеевич

02.03.2018

доктор физ.-мат. наук, доцент,
профессор кафедры «Математическая кибернетика»
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)»
125993, Москва, Волоколамское шоссе, д.4
Тел.: 8-(499)-158-48-11
e-mail: dep805.ru

Подпись Бортакoвского А.С. заверяю.

Декан факультета «Информационные
технологии и прикладная математика»



Крылов С.С.
02.03.2018