ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу Левченко Ю.А.
"О топологической классификации диффеоморфизмов трехмерного многообразия с поверхностными базисными множествами",
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 "дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление"

Диссертация Ю.А. Левченко посвящена топологической классификациии каскадов трехмерных многообразий с нетривиальным гиперболическим неблуждающим множеством. Решение такого рода проблем является традиционной тематикой в нижегородской школе нелинейных колебаний, основанной академиком А.А. Андроновым в 30-х годах прошлого века. В этой школе в 1937 году зародилось понятие гиперболичности неблуждающего множества в знаменитой работе А.А. Андронова и Л.С Понтрягина, в которой было введено понятие грубости автономной системы двух дифференциальных уравнений, определенной в части плоскости, ограниченной замкнутой кривой, трансверсальной к векторному полю, определяемому правой частью системы. Как было показано в этой работе условие гиперболичности состояний равновесия и замкнутых траекторий является необходимым условием грубости систем на плоскости, хотя сам термин гиперболичность появился позднее. Также позднее понятие грубости трансформировалось в эквивалентное понятие — структурной устойчивости, введенное М. Пейшото. Помимо гиперболичности, основным атрибутом грубых потоков на двумерных замкнутых поверхностях и грубых каскадов на окружности (исследованных в 1939 году А.Г. Майером) является конечность числа состояний равновесия и замкнутых траекторий потоков и числа периодических точек каскадов. В начале 60-х годов прошлого века благодаря открытию С. Смейлом и Д.В. Аносовым структурно устойчивых каскадов на замкнутых поверхностях и потоков на замкнутых трехмерных многообразиях, обладающих счетным множеством периодических точек и периодических траекторий соответственно, произошла "гиперболическая революция". Необходимым условием грубости таких систем оказалось выполнение так называемой аксиомы А, введенной С. Смейлом, как обобщение условия У, сформулированного Д. В. Аносовым. Аксиома А означает гиперболичность неблуждающего множества и плотность в нем множества периодических траекторий.

Согласно спектральной теореме С. Смейла неблуждающее множество каскада, удовлетворяющего аксиоме А, представляется в виде объединения замкнутых инвариантных множеств, каждое из которых обладает всюду плотной орбитой. Эти множества были названы базисными. Как оказалось, в весьма важных случаях, топологическая структура базисных множеств во многом определяет топологию фазового пространства и глобальную динамику каскада. Если размерность базисного множества равна размерности фазового пространства, то неблуждающее множество совпадает с несущим многообразием, а каскад является У-каскадом Д.В. Аносова. Топологическая классификация этих каскадов исчерпывающим образом получена в работах Ш. Ньюхауса, А. Мэнинга, Д. Френкса, Я.Г. Синая в случае, когда размерность слоев устойчивого или неустойчивого слоения равна единице, а также в случае, когда несущее многообразие является тором. Дальнейший прогресс связан с изучением базисных множеств коразмерности один. В силу результатов Р.В. Плыкина такие базисные множества являются аттракторами или репеллерами. Наиболее законченные классификационные результаты были получены для каскадов на поверхностях с одномерными базисными множествами и на многообразиях размерности большей двух с растягивающимися аттракторами и сжимающимися репеллерами коразмерноси один в работах В.З. Гринеса, Р.В. Плыкина, А.Ю. Жирова, Е.В. Жужомы и др. Вопрос о классификации диффеоморфизмов с базисными множествами коразмерности один, не являющимися растягивающимися аттракторами и сжимающимися репеллерами, оставался до недавнего времени открытым. Изучение таких диффеоморфизмов было начато в работе В.З. Гринеса, Е.В. Жужомы и В.С. Медведева в 2005 году для диффеоморфизмов на трехмерных многообразиях. Благодаря этим результатам и результату А. Брауна 2010 года (утверждающего, что двумерные базисные множества на 3-многообразиях бывают только следующих типов: либо поверхностные аттракторы или репеллеры, либо растягивающие аттракторы, либо сжимающие репеллеры) было установлено, что такие базисные множества являются объединением конечного числа ручно вложенных поверхностей, гомеоморфных двумерному тору. При этом ограничение некоторой степени диффеоморфизма на каждую поверхность топологически сопряжено с автоморфизмом Аносова.

В связи с полученными результатами возникла естественная задача, описать топологическую структуру трехмерных замкнутых многообразий, допускающих диффеоморфизмы, удовлетворяющие аксиоме А с неблуждающим множеством, состоящим из поверхностных двумерных базисных множеств. Класс таких диффеоорфизмов обозначен G. Решение этой задачи было получено в главах 2 и 3 кандидатской диссертации Ю.А. Левченко. Именно, в теоремах 2.1 и 3.1 установлено, что объемлющее многообразие M^3, допускает диффеоморфизм из класса G, тогда и только тогда, когда оно диффеоморфно фактору прямого произведения тора на отрезок по склеивающему диффеоморфизму, индуцированному матрицей либо тождественной, либо минус тождественной, либо гиперболической.

Далее, в главе 3 диссертации вводится класс модельных диффеоморфизмов на многообразиях описанного выше типа, каждый класс топологической сопряженности которого содержит динамически когерентный частично гиперболический диффеоморфизм. В теореме 3.2 находятся необходимые и достаточные условия топологической сопряженности двух модельных диффеоморфизмов. В теореме 3.3 главы 3 устанавливается, что любой А-диффеоморфизм на многообразии M^3 из класса G объемлюще омега-сопряжен с некоторым модельным диффеоморфизмом. Затем в главе 3 рассматривается подкласс диффеоморфизмов из класса G, при дополнительном предположении, что устойчивые и неустойчивые многообразия точек из аттракторов и репеллеров пересекаются по множеству открытых дуг, объединение замыканий которых образует инвариантное одномерное слоение на M^3. Такие А-диффеоморфизмы названы в диссертации топологически когерентными. В теореме 3.4 главы 3 установлено, что каждый диффеоморфизм из рассматриваемого класса топологически сопряжен некоторому модельному диффеоморфизму. Кульминацией результатов явилась топологическая классификация структурно устойчивых диффеоморфизмов трехмерных многообразий из класса G (теорема 3.6 главы 3). Теорема 3.6 явилась следствием теоремы 3.5, утверждающей, что любой структурно устойчивый диффеоморфизм из класса G является топологически когерентным.

Следует отметить, что из результатов В.З. Гринеса и Е.В. Жужомы следует, что структурно устойчивый диффеоморфизм 3-многообразия, неблуждающее множество которого содержит растягивающийся двумерный аттрактор (сжимающийся двумерный репеллер) необходимо содержит нульмерный источник (сток). Таким образом, теорема 3.6 с учетом результата А. Брауна дает топологическую классификацию произвольных структурно устойчивых диффеоморфизмов на многообразии M^3 с двумерным неблуждающим множеством.

В главе 4 диссертации рассматриваются диффеоморфизмы на 3-многообразиях, неблуждающее множество которых содержит канонически вложенные в двумерную поверхность одномерные базисные множества. Классификация таких диффеоморфизмов еще далека от завершения и в этой главе сделан первый шаг в этом направлении. В теореме 4.3 главы 4 получена топологическая классификация поверхностных одномерных базисных множеств на языке автоморфизмов фундаментальных групп носителей по аналогии с соответствующими результатами В.З. Гринеса Х.Х.Калая и Р.В. Плыкина для одномерных базисных множеств диффеоморфизмов поверхностей. В теореме 4.4 найдены необходимые и достаточные условия топологической сопряженности структурно устойчивых диффеоморфизмов трехмерной сферы, неблуждающее множество которых состоит из одного одномерного поверхностного трансверсально притягивающего аттрактора, канонически вложенного в двумерную сферу, и конечного числа стоков и источников.

Полученные в диссертации результаты своевременно опубликованы, в том числе в журналах, рекомендованных ВАК. Автореферат правильно отражает ее содержание.

При работе над диссертацией Левченко Ю.А. проявила настойчивость и умение применять широкий арсенал методов качественной теории, глобального анализа и топологии. Полученные ею результаты являются значительным вкладом в качественную теорию динамических систем со сложной динамикой.

Вышесказанное свидетельствует о том, что диссертация Левченко Ю.А. вполне удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Левченко Ю.А., заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Научный руководитель,
доктор физ.-мат. наук, профессор
кафедры численного и функционального анализа
ННГУ им. Н.И. Лобачевского
603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина,23
E-mail: vgrines@yandex.ru
Тел. раб. 8(831)4623363

1.10. 2014
В.З. Гринес

Ученый секретарь Ученого совета ННГУ
кандидат социологических наук Л.Ю. Черноморская