

ОТЗЫВ

официального оппонента доктора физико-математических наук, доцента Корнева Сергея Викторовича на диссертацию Тахира Халида Мизхира Тахира на тему «Теоремы сравнения краевых задач для функционально-дифференциальных уравнений и их применение к исследованию вопросов существования и оценок решений», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление в диссертационный совет Д 212.025.08.

Актуальность темы диссертационного исследования. Теория функционально-дифференциальных уравнений является одной из наиболее востребованных практикой областей математики. Особенно актуально обращение к моделированию при помощи таких уравнений и включений в механике, экономике, биологии, медицине, иммунологии, в исследованиях по теплообмену и телекоммуникационным системам и других областях науки. Теории функционально-дифференциальных уравнений и вопросам ее практического воплощения посвящены монографии Н.В. Азбелева, В.П. Максимова и Л.Ф. Рахматуллиной, Н.Н. Красовского, А.Д. Мышкиса, Ю.И. Неймарка, Э. Пинни, Р. Беллмана и К. Кука, В.Б. Колмановского и В.Р. Носова, а также циклы статей и обзорные статьи А.М. Зверкина, В.И. Зубова, П.М. Симонова, А.Л. Скубачевского, В. Хана, С.Н. Шиманова.

Исследования Тахира Халида Мизхира Тахира опираются на результаты и следуют традициям Пермской научной школы, основанной профессором Н.В. Азбелевым. В диссертации рассматриваются важные вопросы теории функционально-дифференциальных уравнений, среди которых, вопросы разрешимости, однозначной разрешимости и построения оценок решений задачи Коши и краевых задач для линейных и нелинейных уравнений. Основными результатами работы являются теоремы сравнения, применение которых автор иллюстрирует на конкретных примерах функционально-дифференциальных уравнений с постоянными и переменными коэффициентами. В работе систематически используется метод сравнения исследуемой задачи Коши или краевой задачи с некоторой эталонной задачей, решения которой обладают требуемыми свойствами. Таким образом, Тахиру Х.М.Т. удастся сделать вывод о существовании решений, однозначной разрешимости, справедливости неравенства типа Чаплыгина, неотрицательности решений для нелинейных уравнений, решения которых нельзя выписать в явном виде. Полученные результаты могут найти приложения при изучении проблем устойчивости, существования периодических решений и других вопросах. Актуальность этого направления работы очевидна как в теоретическом, так и в практическом отношении.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации. Обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, подтвержда-

ется: их сопоставлением с классическими результатами теории функционально-дифференциальных уравнений; обсуждением на семинарах и международных конференциях; публикациями основных положений диссертационного исследования в шести статьях в рецензируемых научных изданиях из перечня журналов, рекомендуемых ВАК РФ для публикации материалов по диссертациям; публикацией монографии «Вопросы теории краевых задач для функционально-дифференциальных уравнений» (совместно с Е.С. Жуковским).

Достоверность результатов исследования подтверждается использованием в качестве теоретической и методической базы трудов ведущих отечественных и зарубежных ученых в области теории функционально-дифференциальных уравнений; математически строгими доказательствами теорем; обоснованными выводами формул; сравнением с известными ранее теоретическими результатами.

Научная новизна результатов исследования.

1. Для линейных функционально-дифференциальных уравнений общего вида получены условия однозначной разрешимости и теоремы сравнения для задачи Коши (теоремы 1.1.1 и 1.1.2) и краевых задач (теоремы 1.1.3 и 1.1.4).

2. На основании доказанных теорем сравнения, примененных к конкретным уравнениям с постоянными коэффициентами, автором получены условия неотрицательности функции Коши, функции Грина и нормального фундаментального решения соответствующего однородного уравнения. Полученные условия сформулированы в терминах коэффициентов уравнения и длины рассматриваемого промежутка (теоремы 1.2.1, 1.2.2). Из этих результатов выводятся соответствующие следствия для уравнений с переменными коэффициентами.

3. Рассмотрена задача Коши для нелинейных функционально-дифференциальных уравнений общего вида; введены определения вольтеррово q -липшицевого и равномерно вольтеррово q -липшицевого операторов. Автором получены условия разрешимости, единственности глобального или предельно продолженного решения, а также теорема сравнения для задачи Коши (теоремы 2.1.1 – 2.1.4). Рассмотрены примеры применения полученных результатов к конкретным функционально-дифференциальным уравнениям.

4. Исследована краевая задача для нелинейных уравнений. Автор обосновывает возможность применения к краевой задаче известных теорем о неподвижных точках, с помощью которых получает различные условия существования и условия единственности решения краевой задачи, а также оценки решений (теоремы 2.2.1 – 2.2.4). Данные результаты применены к исследованию двухточечной краевой задачи для конкретных нелинейных уравнений. В качестве частных случаев рассмотрены периодическая и аperiodическая краевые задачи.

Главным итогом диссертационной работы является завершенное исследование вопросов разрешимости, однозначной разрешимости и построение

оценок решений задачи Коши и краевых задач для линейных и нелинейных уравнений.

Таким образом, в диссертации получен ряд весьма важных и нетривиальных результатов. Сильное впечатление производит доказательство теорем сравнения для нелинейных функционально-дифференциальных уравнений. Формулировки постановок задач, доказательства теорем и их применение к конкретным уравнениям показывают превосходное владение автором методами функционального анализа и дифференциальных уравнений. Все это говорит о высокой математической квалификации диссертанта.

Практическая значимость работы заключается в том, что полученные результаты можно использовать при решении широкого круга задач, возникающих при моделировании химических, биологических, экологических процессов, механических и робототехнических систем. Теоретические результаты работы могут быть использованы при разработке образовательных программ для бакалавров, специалистов, магистрантов и аспирантов математических и естественно-научных направлений и специальностей.

Замечания по диссертационной работе. Приведем некоторые замечания и пожелания для дальнейших исследований.

1. На стр. 33 приведена и доказана формула для решения уравнения с постоянным запаздыванием. Думаю, что данное равенство целесообразно было бы сформулировать в виде леммы или утверждения, и потом написать доказательство. Также диссертант не указал, для какого n это равенство выполнено, однако из текста понятно, что для $n=0,1,2,\dots$. Он приводит доказательство при $n=0$ и $n=1$, хотя достаточно было бы доказать при $n=0$, и затем использовать метод математической индукции. Дальнейшее доказательство на стр. 34-36 желательно упростить или хотя бы снабдить комментариями.

2. Диссертация в целом неплохо оформлена, но есть некоторые неточности. Например, на стр. 46 в строке 9 лишние скобки перед знаком суммы и после него, некоторые скобки слишком маленького размера, на стр. 61 в предложении «Вольтерровость оператора $F: E_1 \rightarrow E_2$ позволяет определить решение этого уравнения не только всем $[0, T]$, но и...» пропущен предлог «на», на стр. 117 один из источников списка литературы, а именно источник под номером 13, содержит опечатку в фамилии автора (вместо Булгакова А.И. необходимо указать Булгаков А.И.). Также создается впечатление, что первая глава оформлена более тщательно, чем вторая (похоже, что на вторую главу у диссертанта не стало хватать слов и он начал их заменять кванторами).

3. В автореферате на стр. 9 сказано, что следствие 1.2.1 является следствием из теоремы 1.1.2. На самом деле здесь нужно было указать теорему 1.2.1.

4. Методы, разработанные в диссертации, вместе с методами математической теории управления, позволяют распространить результаты работы на управляемые объекты, описываемые функционально-дифференциальными включениями. Желательно продолжить работу в этом направлении.

Указанные замечания не снижают ценности диссертации. Диссертация представляет собой законченное высококвалифицированное научное математическое исследование, выполненное на актуальную тему. Обширный теоретический материал хорошо проработан, снабжен иллюстрирующими примерами.

Соответствие диссертации требованиям ВАК РФ. Диссертационная работа в целом является логичным, законченным, самостоятельным исследованием, имеющим научную новизну, теоретическую и практическую значимость. Выводы и рекомендации достаточно аргументированы. Результаты диссертации опубликованы в полном объеме в статьях в ведущих научных изданиях. Диссертация обладает внутренним единством и представляет собой научно-квалификационную работу, в которой содержится решение научной задачи, имеющей значение для теории функционально-дифференциальных уравнений. Автореферат диссертации полностью отражает ее содержание.

Работа удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Тахир Халид Мизхир Тахир заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент,
доктор физ.-мат. наук, доцент,
проректор по научной работе
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Воронежский государственный педагогический университет»
394043, Воронеж, ул. Ленина, д. 86
Тел.: +7-(473)-255-27-27
e-mail: SKornev@vspu.ac.ru

Корнев С.В.

24.04.2020



Подпись *Корнева С.В.* заверяю
Начальник управления кадров
ФГБОУ ВО «ВГПУ» *Лол* И.С. Полякова
24. апреля 2020 года