Отзыв

официального оппонента на диссертацию Донцовой Марины Владимировны «Применение метода дополнительного аргумента к исследованию разрешимости систем квазилинейных уравнений первого порядка с разными характеристическими направлениями», представленную на соискание ученой степени кандидата физико – математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертационная работа Донцовой М. В. посвящена важной проблеме разрешимости задачи Коши для систем квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка, когда каждое уравнение имеет своё характеристическое направление. Для такого типа систем задача определения условий разрешимости является сложной, так как характеристики могут пересекаться. Исследование систем квазилинейных и нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка является актуальным по причине большого класса прикладных задач.

В диссертации умело используется метод дополнительного аргумента, который позволяет конкретно определить условия разрешимости систем квазилинейных и нелинейных уравнений первого порядка, интервал разрешимости и избежать необходимости находить обратную функцию.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 45 наименований. Объем диссертации -121 страница.

Во введении представлен обзор литературы по теме исследования, описана актуальность темы диссертации, приводится краткое содержание диссертации.

В первой главе диссертации рассматриваются системы квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка, когда каждое уравнение имеет своё характеристическое направление, правые части не содержат неизвестные функции.

В параграфе 1.1. рассматривается задача Коши для системы вида:

$$\begin{cases} \partial_t u(t,x) + (au+bv)\partial_x u(t,x) = f_1, \\ \partial_t v(t,x) + (cu+gv)\partial_x v(t,x) = f_2, \end{cases} \tag{1}$$

с начальными условиями:

$$u(0,x) = \varphi_1(x), \quad v(0,x) = \varphi_2(x) \tag{2}$$

где $u(t,x)$, $v(t,x)$ – неизвестные функции, $(t,x) \in \Omega_T$, a, b, c, g – известные положительные константы, $f_1 = 0$, $f_2 = 0$,

$$\Omega_T = \{(t,x) | 0 \le t \le T,\ x \in (-\infty, +\infty)\ , T > 0\ \}.$$

Определены условия нелокальной разрешимости задачи Коши (1), (2) в координатах (t,x). Доказательство нелокальной разрешимости проводится с помощью метода дополнительного аргумента и оригинальных глобальных оценок.

В параграфе 1.2. рассматривается задача Коши (1), (2), где $u(t,x)$, $v(t,x)$ – неизвестные функции, $(t,x) \in \Omega_T$, a, b, c, g –известные положительные константы, $f_1 = f_1(t,x)$, $f_2 = f_2(t,x)$ – известные функции.

Установлены условия нелокальной разрешимости задачи Коши (1), (2) в координатах (t,x). С помощью метода дополнительного аргумента и метода последовательных приближений доказано существование и единственность локального решения задачи Коши (1), (2), которое имеет такую же гладкость по x, как и начальные функции $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$. Этот результат имеет определяющее значение для возможности продолжения решения. Доказательство нелокальной разрешимости проводится с помощью метода дополнительного аргумента и опирается на важные глобальные оценки. Нелокальное решение получается из последовательности локальных решений.

Параграфы 1.3 и 1.4 посвящены исследованию разрешимости задачи Коши для системы вида

$$\begin{cases} \partial_t u(t,x) + (au+bv+h_1)\partial_x u(t,x) = f_1(t,x), \\ \partial_t v(t,x) + (cu+gv+h_2)\partial_x v(t,x) = f_2(t,x), \end{cases} \tag{3}$$

с начальными условиями (2) на Ω_T, где

где $u = u(t,x)$, $v = v(t,x)$ – неизвестные функции для случая a, b, c, g, h_1, h_2 – известные отрицательные константы и для случая

a, c – положительные константы, b, g - отрицательные константы, h_1, h_2 – константы.

Для двух ситуаций по той же схеме, как и в параграфах 1.1 и 1.2 определены условия локальной разрешимости задачи Коши (3), (2), при которых решение имеет такую же гладкость по x, как и начальные функции $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ и условия нелокальной разрешимости задачи Коши (3), (2) в координатах (t, x).

Во второй главе диссертации рассматриваются системы квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка, когда каждое уравнение имеет своё характеристическое направление, а правые части, содержат неизвестные функции.

В параграфе 2.1. рассматривается задача Коши для системы вида

$$\begin{cases} \partial_t u(t,x) + (a_1 u(t,x) + b_1 v(t,x))\partial_x u(t,x) = a_2 u(t,x) + b_2 v(t,x), \\ \partial_t v(t,x) + (c_1 u(t,x) + g_1 v(t,x))\partial_x v(t,x) = g_2 v(t,x), \end{cases} \quad (4)$$

где $u(t,x)$, $v(t,x)$ – неизвестные функции, a_1, b_1, b_2, c_1, g_1– известные положительные константы, a_2, g_2– известные константы с начальными условиями (2) в области Ω_T.

По той же схеме, как и в параграфах 1.1 и 1.2 определены условия локальной разрешимости задачи Коши (4), (2), при которых решение имеет такую же гладкость по x, как и начальные функции $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ и условия нелокальной разрешимости задачи Коши (4), (2).

В параграфах 2.2 и 2.3. доказана локальная разрешимость задачи Коши (1), (2) на Ω_T, где $u(t,x)$, $v(t,x)$ – неизвестные функции, $f_1 = f_1(t,x,u,v)$, $f_2 = f_2(t,x,v)$ для случая a, b, c, g – известные положительные константы и для случая

b, g – положительные константы, a, c – отрицательные константы.

В третьей главе рассматривается задача Коши и определены конкретные достаточные условия локальной разрешимости задачи Коши для системы уравнений, описывающей распределение электронов в электрическом поле спрайта и для системы уравнений, описывающей распределение электронов в слабоионизированной плазме в электрическом поле спрайта.

В плане критических замечаний к диссертации следует отметить:

1. На страницах 69, 84 нужно считать $C_\varphi = max\{sup_R|\varphi_i^{(l)}|, l = \overline{0,2}\}$ вместо $C_\varphi = max_R\{sup_R|\varphi_i^{(l)}|, l = \overline{0,2}\}$.
2. На страницах 27, 39, 70, 84 нужно указать, что $w_{30}(s,t,x) = \varphi_2(x)$, $w_{40}(s,t,x) = \varphi_1(x)$.

Однако сделанные замечания не касаются основного математического содержания диссертации и не умаляют значения выполненной работы.

Теперь дадим общую оценку диссертации соискателя.

Приведенные в диссертационной работе результаты получены в рамках строгих доказательств и математически обоснованных методов. Основные утверждения диссертации имеют высокую теоретическую ценность, являются новыми и достоверными.

Полученные результаты могут найти применения в научных исследованиях, проводимых в Московском, Казанском, Белгородском, Воронежском, Новосибирском, Самарском государственных университетах.

Диссертация является научно- квалификационной работой, содержащей новое научное направление.

Все основные результаты сформулированы в виде теорем и опубликованы в 15 работах, 4 из них опубликованы в журналах из перечня рецензируемых изданий рекомендованных ВАК РФ. Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации, соответствует ее идеям и выводам.

Диссертационная работа соответствует критериям, установленных Положением о присуждении ученых степеней», утвержденным постановлением Правительства Российской Федерации от 23 сентября 2013 г. №842, а ее автор, Донцова Марина Владимировна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико–математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление за решение актуальной проблемы, имеющей важное значение для развития теории дифференциальных уравнений с частными производными.

Официальный оппонент – доктор
физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
математической статистики и
эконометрики Самарского
государственного экономического
университета О.А.Репин

Подпись Репина заверяю
Начальник Управления делами
« ____ » ______________ 20___ г.