

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Владимира Антона Алексеевича

«Некоторые вопросы теории обыкновенных дифференциальных операторов в

тройках пространств Соболева»,

представленную на соискание учёной степени

доктора физико-математических наук по специальности

01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы

и оптимальное управление

Основным предметом изучения представленной диссертации являются вопросы, связанные с рассмотрением обыкновенных дифференциальных операторов, отображающих соболевские пространства $W_2^n[0, 1]$ с положительным показателем гладкости в двойственные им пространства $W_2^{-n}[0, 1]$ с отрицательным показателем гладкости. Активная деятельность в области исследования такого рода задач была начата в конце 1990-х годов в работах А. А. Шкаликова, В. А. Садовничего и ряда других авторов. Представленная диссертация заключает в себе ряд существенных продвижений в соответствующей теории.

Основной объект изучения диссертации — дифференциальный оператор, отвечающий вполне регулярной граничной задаче для дифференциального уравнения с коэффициентами-обобщёнными функциями — определяется в начале второй главы. В этой же главе строится теория Штурма для самосопряжённых задач второго порядка с распадающимися граничными условиями и сингулярными коэффициентами, а также теория осцилляции собственных функций положительных самосопряжённых операторов высших порядков. Соответствующие результаты ранее были известны лишь для ряда частных случаев, причём их получение представляло собой весьма трудоёмкую процедуру (Р. Ч. Кулаев, 2015). В представленной диссертации, напротив, излагается весьма простой подход к проблеме. При этом в случае задач четвёртого порядка полученные результаты являются, по всей видимости, окончательными.

В третьей главе показывается естественный характер возникновения операторов изучаемого в диссертации вида в задаче о точных априорных оценках собственных значений задачи Штурма–Лиувилля при изменении потенциала внутри шара лебеговского пространства. Эта задача инспирирована, в частности, известной классической задачей Ж. Лагранжа об устойчивости колонны, и в ряде частных случаев рассматривалась многими авторами (например, Ю. В. Егоровым, В. А. Кондратьевым, В. А. Винокуровым и В. А. Садовничим). В представленной диссертации показано, что в случае варьирования потенциала внутри шара весового пространства $L_1([0, 1]; r)$ с положительным на интервале $(0, 1)$ весом $r \in C(0, 1)$ максимизирующий наименьшее собственное значение потенциал существует и однозначно определён в замыкании указанного шара по метрике пространства $W_{2,loc}^{-1}(0, 1)$, причём, вообще

говоря, является именно мерой. Предшествующие результаты относились главным образом к частному случаю $r \equiv 1$, где соответствующий максимизирующий потенциал оказывается суммируемым.

Четвёртая, пятая и шестая главы диссертации посвящены изучению спектральных свойств струн (и их обобщений более высоких порядков) с аффинно самоподобным распределением плотности. Сама по себе такая задача (в несколько отличной от используемой в диссертации, но эквивалентной постановке) известна, самое позднее, с 1950-х годов. Последнее существенное продвижение в соответствующей области было связано с появившимися в начале 1990-х работами J. Kigami, M. L. Lapidus, M. Solomyak и E. Verbitsky, в которых на основе сведения вопроса о соответствующей спектральной асимптотике к уравнению восстановления было установлено равенство

$$N(\lambda) = \lambda^D \cdot [s(\ln \lambda) + o(1)],$$

где s — некоторая периодическая функция. При этом для широкого класса весов (носящих название „арифметически самоподобных“) наименьший период функции s , гарантированный методом восстановления, отличен от нуля. Вопрос, для каких арифметически самоподобных функций коэффициент s действительно представляет собой непостоянную функцию, долгое время оставался открытым. Шестая глава диссертации содержит основанное на изложенной во второй главе теории осцилляции собственных функций дифференциальных операторов с сингулярными коэффициентами решение указанного вопроса для случая весов канторовского типа самоподобия. Разработанный при этом новый метод исследования получил в последнее время развитие также в работах других авторов (Н. В. Растегаев, 2014, 2018).

Несколько особое место занимает первая глава диссертации, посвящённая ряду проблем спектральной теории операторных матриц. Она, однако, также связана с постоянно используемым в прочих главах представлением неограниченного оператора в гильбертовом пространстве некоторым ограниченным оператором в оснащённом пространстве, и потому органично включается в текст. В этой главе дано единообразное изложение (и обобщение) ряда результатов теории операторных матриц, ранее получавшихся как независимые.

Оценивая диссертацию А. А. Владимира в целом, отметим, что она представляет собой законченное научное исследование, выполненное на высоком уровне. Решения всех поставленных задач снабжены полными, математически корректными обоснованиями. Незначительные неточности и опечатки в тексте легко устраняются и не затрудняют его понимание.

Постановки задач новые, интересные и соответствуют тем, которые возникают в различных вопросах теории дифференциальных операторов. Считаю, что решенные в диссертации А. А. Владимира задачи найдут полезные применения в этой теории.

Диссертация написана ясным языком, все ее положения четко изложены, все новые результаты подробно обоснованы. Они представляют собой новые достоверные

факты. Общие положения подкреплены интересными примерами их применения.

Автореферат правильно отражает основные результаты диссертации.

По теме диссертации опубликовано 15 работ автора в изданиях, рекомендованных ВАК, не считая материалов различных конференций. 9 работ выполнены автором лично. По теме диссертации автор неоднократно выступал на международных научных конференциях и ведущих семинарах соответствующего профиля.

На основании изложенного считаю, что диссертация «Некоторые вопросы теории обыкновенных дифференциальных операторов в тройках пространств Соболева» удовлетворяет всем требованиям п. 9 Положения ВАК РФ к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», а ее автор, Владимиров Антон Алексеевич, заслуживает присуждения ему искомой степени.

14 сентября 2018 г.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН,
главный научный сотрудник Управления научной и инновационной политики
Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Российский университет дружбы народов»
117198, Центральный Федеральный округ, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6
Телефон: +7(495) 954 12 71
e-mail: nich@rad.pfu.edu.ru

Степанов Владимир Дмитриевич

Подпись гл. н. с. Степанова В. Д. заверяю



Первый проректор РУДН, проф. Кирабаев Н. С.