УТВЕРЖДАЮ

Проректор МГУ имени М.В. Ломоносова — БРАЗОВАТЕЛЬНА НА ДОПОМИТЕЛЬНИК Управления научной политики и организации научных исследований А.А. Федянин 9 ноября 2017 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» о диссертации Сурначева Михаила Дмитриевича

«Эллиптические и параболические уравнения типа р-лапласиана»,

представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

- 1. Актуальность темы диссертационного исследования. Работа М.Д. Сурначева посвящена исследованию свойств решений нелинейных параболических уравнений типа p лапласиана, а также изучению вопросов единственности решений эллиптических уравнений с нестандартными условиями коэрцитивности и роста. Отметим, что уравнения, рассматриваемые в работе, моделируют процессы в нелинейной теплопроводности, нелинейной диффузии, течения газа в пористой среде. Таким образом, актуальность проведенных авторов исследований, обоснована важностью рассматриваемых задач для приложений и большим интересом к ним разных групп исследователей. Несмотря на значительную развитость теории, остается ряд недостаточно исследованных, открытых вопросов. Это касается как свойств решений нелинейных параболических уравнений, таких как регулярность решений уравнений с весом, асимптотического поведения при больших значениях времени, так и классических вопросов единственности решений эллиптических уравнений, даже в линейном случае.
- 2. Соответствие содержания диссертации заявленной специальности и отрасли науки. В диссертации М.Д. Сурначева исследованы трудные вопросы регулярности и асимптотических свойств решений нелинейных параболических уравнений типа рлапласиана, а также вопросы решений эллиптических уравнений с нестандартными условиями коэрцитивности и роста, возникающие во многих прикладных задачах. Результаты диссертации являются серьезным вкладом в теорию нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными.

Объектом исследования являются нелинейные дифференциальные уравнения параболического и эллиптического типа с р-лапласианом и специальными условиями коэрцитивности и роста.

Предметом исследования являются вопросы регулярности, асимптотического поведения решения при больших значениях времени и единственности решений начальных и краевых задач для нелинейных уравнений с частными производными.

Диссертация М.Д. Сурначева «Эллиптические и параболические уравнения типа рлапласиана» полностью соответствует специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

3. Научный вклад соискателя в решение научной задачи с оценкой его значимости.

В первой главе рассматриваются уравнения типа параболического p — лапласиана с весами. Автором доказано неравенство Харнака для таких уравнений при условии, что вес принадлежит некоторому классу Макенхаупта. Также в этой главе получено неравенство Харнака и установлена гельдеровость решений вырождающихся уравнений с двойной нелинейностью с p — допустимым весом, стоящим под знаком дивергенции и при производной по времени. Кроме этого, в первой главе получено неравенство Харнака и установлена гельдеровость решений для уравнений с "нерегулярным" весом.

Вторая глава диссертации посвящена изучению асимптотического поведения нелинейных параболических уравнений типа p – лапласиана при неограниченном возрастании времени. Для решения задачи Коши для таких нелинейных уравнений в работе установлен критерий стабилизации решения к нулю при стремлении времени к бесконечности.

Кроме того, в этой главе, получен критерий стабилизации ограниченных решений в цилиндрических областях и доказано существование решений задачи Коши для уравнения с параболическим p – лапласианом со знакопеременными начальными данными из $L^1_{loc}(\mathbb{R}^n)$ с точными условиями роста на бесконечности.

В третьей главе диссертации исследуются вопросы единственности решений эллиптических уравнений с нестандартными условиями коэрцитивности и роста. Первая часть этой главы посвящена вопросам плотности гладких функций в весовом пространстве Соболева-Орлича с переменным показателем. Во второй части главы получено новое условие единственности решений стационарной задачи диффузии в обобщенном несжимаемом потоке и в случае неединственности указан способ однозначного выделения решений.

Итак, в диссертации М.Д. Сурначева разработаны новые методы анализа регулярности решений нелинейных параболических уравнений с весом, исследовано асимптотическое поведение решений нелинейных параболических уравнений типа р-лапласиана в неограниченных областях, получены новые условия единственности решений для эллиптических уравнений с нестандартными условиями коэрцитивности и роста.

4. Конкретные научные результаты, за которые соискателю может быть присуждена искомая ученая степень.

В диссертации М.Д. Сурначева изучены вопросы, связанные с поведением решений нелинейных параболических уравнений типа р-лапласиана, возникающие во многих прикладных задачах. Для различных уравнений с весом установлена локальная гельдеровская непрерывность решения и неравенство Харнака. Получены новые результаты по асимптотическому поведению решений уравнений типа параболического р-лапласиана, а именно, получен критерий равномерной стабилизации решений задачи Коши во всем пространстве и критерий стабилизации ограниченных решений задачи Дирихле в цилиндрической области с неограниченным основанием. Кроме этого, получено эффективное

условие плотности гладких функций в весовом пространстве Соболева-Орлича с переменным показателем. Также, получены новые условия единственности решений стационарной задачи диффузии в несжимаемом потоке и указан способ однозначного выделения решения в случае неединственности.

Результаты диссертации носят теоретический характер и могут найти применение в прикладных задачах изучения нелинейных процессов. Ряд результатов могут занять место в учебных курсах, связанных с качественными свойствами решений нелинейных уравнений с частными производными, они могут быть использованы в Физико-техническом университете, в Санкт-Петербургском государственном университете, в Математическом институте имени В.А.Стеклова РАН.

Выбор задач, изученных в работе и хороший математический язык, говорят о высокой математической культуре автора и владении им широким спектром современных методов теории уравнений с частными призводными. Диссертация является существенным продвижением в разработке методом изучения новых нелинейных задач,данная работа отвечает на многие "классические"вопросы для новых, "неклассических "уравнений с частными производными, появляющихся в современных прикладных задачах.

5. Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует.

Результаты диссертации докладывались на семинарах в МГУ им. М.В. Ломоносова под руководством В.В. Жикова, Е.В. Радкевича, Т.А. Шапошниковой и А.С. Шамаева, под руководством академика Е.И. Моисеева, на семинаре им. К. И. Бабенко в ИПМ им. М.В. Келдыша, на семинаре во ВлГУ им. А.Г. и Н.Г. Столетовых под руководством В.В.Жикова и Ю.А. Алхутова, на семинаре в РУДН им. П. Лулумбы под руководством А.Л. Скубачевского, семинаре в МИАН им. В.А. Стеклова под руководством А.К. Гущина и др., а также на конференциях в Москве, Суздале, Донецке, Львове, Swansea (Wales, UK), Padua (Italy), Orlando (FL, USA), Tucson (AZ, USA), San-Diego(CA, USA), Либлице (Чехия), Телч (Чехия).

По теме диссертации опубликовано 15 работ в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК РФ для опубликования основных научных результатов диссертаций, или входящих в международные базы данных и системы цитирования Scopus, Web of Science.

Выступления на указанных семинарах и многочисленных конференциях и собственно представленная диссертация свидетельствуют о том, что научная квалификация М.Д. Сурначева соответствует ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

6. Выводы.

Диссертационная работа М.Д. Сурначева «Эллиптические и параболические уравнения типа р-лапласиана» представляет собой завершенное, технически сложное исследование, содержащее решение трудных теоретических задач качественной теории нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными.

Предлагается присудить Сурначеву Михаилу Дмитриевичу ученую степень доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02—дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление — за следующие достижения:

- 1) за исследование гельдеровской непрерывности решений нелинейных параболических уравнений с весом и вывод неравенств Харнака;
- 2) за получения критерия равномерной стабилизации ограниченных решений задачи Коши для нелинейных параболических уравнений типа р-лапласиана;
- 3) за установления критерия стабилизации ограниченных решений задачи Дирихле в цилиндрической области и неограниченным основанием для нелинейных параболических уравнений типа р-лапласиана;
- 4) за исследование вопросов существования решений задачи Коши для уравнений типа параболического р-лапласиана со знакопеременными начальными данными;
- 5) за исследование вопроса плотности гладких функций в весовом пространстве Орлича с переменным показателем суммируемости;
- 6) за исследование вопросов единственности решений задачи Дирихле для стационарного уравнения диффузии в несжимаемом потоке.

Отзыв обсужден, одобрен на заседании кафедры дифференциальных уравнений механикоматематического факультета МГУ,протокол № 270 от 8 ноября 2017 года. В заседании и голосовании приняли участие 10 докторов наук и 6 кандидатов наук. Результаты голосования: «за» - 16, «против» - 0, «воздержались» - 0.

Доктор физико-математических наук, профессор кафедры дифференциальных уравнений

Т.А. Шапошникова

Зам. заведующего кафедрой дифференциальных уравнений, доктор физико-математических наук.

профессор А.С. Шамаев

Заместитель декана механико-математического

факультета МГУ по научной работе,

член-корреспондент РАН,

доктор физико-математических наук,

профессор А.Н. Шафаревич