

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
Федерального государственного бюджетного
учреждения высшего образования
«Российский университет транспорта (МИИТ)»



В.С. Тимонин

«11» марта 2019 года

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Гаргянц Лидии Владимировны «Разрывные энтропийные решения одномерных законов сохранения с неограниченными начальными условиями», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Актуальность темы диссертации

Диссертация Гаргянц Л.В. посвящена построению локально ограниченных обобщенных энтропийных решений задачи Коши для скалярного закона сохранения при различных функциях потока и начальных условиях. Известно, что в классе локально ограниченных функций постановка задачи Коши некорректна в том смысле, что ни один из положительных результатов (существование и единственность решения, свойство монотонной зависимости решения от начальных данных), справедливых для ограниченных обобщенных энтропийных решений, вообще говоря, неверен для локально ограниченных решений. Таким образом, актуальной является задача изучения свойств локально ограниченных решений задачи Коши.

Оценка содержания диссертации и ее завершенность

Целью работы является построение локально ограниченных обобщенных энтропийных решений задачи Коши для квазилинейного уравнения с частными производными первого порядка при различных функциях потока и начальных условиях.

Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и списка литературы. Полный объем диссертации составляет 71 страницу. Список литературы содержит 39 наименований.

Во введении приведен обзор работ, посвященных данной тематике, описаны цели работы, ее структура, список публикаций автора, а также обоснована актуальность темы исследования.

В первой главе изучается задача Коши для одномерного закона сохранения со степенной функцией потока, имеющей точку перегиба в нуле, и начальным условием, стремящемся к бесконечности при $x \rightarrow -\infty$ с экспоненциальной скоростью. Удастся построить обобщенное решение этой задачи во всей полуплоскости $t > 0$. Полученное решение является энтропийным, имеет счетное число линий сильного разрыва (ударных волн), на каждой из которых происходит смена знака решения. Таким образом, это энтропийное решение оказывается неудовлетворяющим принципу максимума. Кроме того, несмотря на экспоненциальный рост начального условия, решение является ограниченным при каждом, сколь угодно малом, $t > 0$.

Решение строится методом характеристик. Семейство характеристик на каждом шаге построения имеет огибающую, значение по другую сторону от которой считается в соответствии с условием Ранкина-Гюгонио. Так повторяется счетное число раз, постепенно заполняя всю полуплоскость. Ключевую роль в построении решения играет преобразование Лежандра.

Ранее похожие решения строились для степенных начальных функций, но все эти решения оставались неограниченными при каждом фиксированном $t > 0$, при этом скорость роста на бесконечности зависела только от функции потока и не зависела от показателя степени начального условия. Здесь же, имея более быстрый (экспоненциальный) рост начального условия, решение оказалось ограниченным.

Во второй главе формулируются достаточные условия существования обобщенного энтропийного решения задачи Коши во всей полуплоскости $t > 0$, обладающего счетным числом ударных волн. На основе этого результата построены локально ограниченные обобщенные энтропийные решения задачи Коши для более широкого класса функций потока и начальных условий. Как и в первой главе, ключевую роль в построении решения играет преобразование Лежандра.

Третья глава посвящена альтернативному подходу к рассматриваемой в первой главе задаче Коши, связанному с наличием у нее группы симметрий. Тем самым, решение этой задачи сводится к решению нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения с выписыванием условий типа Ранкина-Гюгонио в точках разрыва. Из свойств выпуклости функции состояния как на положительной, так и на отрицательной полуосях автоматически следует допустимость разрывов. Такой подход позволяет

описать все обобщенные энтропийные решения этой задачи, и оказывается, что их не так много, как могло бы показаться по результатам первых двух глав. Фактически решение однозначно определяется по первой, навязанной извне, линией сильного разрыва. После выбора этой линии остальные ударные волны определяются однозначно.

Представленная работа является законченным научным исследованием в области теории одномерных законов сохранения для заданного класса начальных условий.

Теоретическая и практическая ценность

Диссертация носит теоретический характер. Полученные результаты могут быть использованы в дальнейших исследованиях специалистами по качественной теории уравнений с частными производными, проводимых в МГУ, МИРАН, МФТИ, РУТ и других научных центрах, связанных с уравнениями в частных производных.

Критический анализ диссертации

Теория законов сохранения имеет многочисленные практические приложения. Автору следовало бы больше сказать о приложениях и перспективах использования предлагаемых в диссертации методов.

К недостаткам работы следует отнести некоторую неаккуратность при оформлении текста диссертации: замечание 3.1 на стр. 45 частично дублирует лемму 1.1 на стр. 19; на рисунке 1.4 неверно обозначены координаты на оси ординат; на рисунках 3.5 – 3.8 следовало поменять оси местами; в тексте имеется незначительное количество опечаток.

В доказательстве теоремы 3.2 следовало указать связь между константами A и C .

При этом, оценивая содержание диссертации в целом, можно сказать, что она выполнена на высоком научном уровне и разработанные методы представляют вклад в теорию законов сохранения

Выводы

Автореферат правильно отражает результаты диссертации.

Диссертация удовлетворяет требованиям пункта 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК РФ, а ее автор, Гаргянц Лидия Владимировна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв подготовлен профессором кафедры «Прикладная математика-1», доктором физико-математических наук Братусем Александром Сергеевичем, обсуждён и одобрен на заседании кафедры «Прикладная математика-1» Российского университета транспорта «05» марта 2019 года, протокол № 3.

И.о. заведующего кафедрой
«Прикладная математика-1»
Института управления
и информационных технологий
Федерального государственного
бюджетного учреждения высшего образования
«Российский университет транспорта (МИИТ)»
кандидат физико-математических наук,
доцент

« 11 » марта 2019 года

Г.А. Зверкина

Профессор кафедры
«Прикладная математика-1»
Института управления
и информационных технологий
Федерального государственного
бюджетного учреждения высшего образования
«Российский университет транспорта (МИИТ)»,
доктор физико-математических наук

« 11 » марта 2019 года

А.С. Братусь

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет транспорта (МИИТ)»
Почтовый адрес: 127994, г. Москва, ул. Образцова, д.9, стр.9
Телефон: +7 (495) 681-13-40
Адрес электронной почты: tu@miit.ru
<http://www.miit.ru/>