

ОТЗЫВ

научного консультанта доктора физико-математических наук, профессора Давыдова Алексея Александровича на диссертацию Богаевского Ильи Александровича «Фронты стратифицированных лежандровых подмногообразий в задачах теории дифференциальных уравнений и оптимизации», представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Богаевский Илья Александрович является выпускником кафедры дифференциальных уравнений механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова. Со студенческих лет и многие последующие он активно занимался теорией особенностей и её приложениями в различных областях науки, сначала под руководством В.И.Арнольда, затем в созданной этим выдающимся математиком научной школе. Сразу после окончания основного курса обучения И.А.Богаевский поступил в аспирантуру Отделения математики механико-математического факультета, успешно закончил обучение в ней и в 1990 г. защитил кандидатскую диссертацию. В последние годы его научные интересы и исследования формировались и с моим участием, особенно в области изучения дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной, и их приложений. И.А.Богаевского отличает высокая самостоятельность в исследованиях, способность проникать в сущность изучаемых задач, находить приложения получаемых результатов к решению задач прикладного характера.

И.А.Богаевский владеет современными методами теории особенностей, глобального анализа, качественной теории дифференциальных уравнений, активно работает с литературой. Его научные работы отличает органичное сочетание разработки методов исследования и применение этих методов к решению востребованных задач, в том числе прикладного характера. Особо отмечу последнее, ибо, несмотря на небольшое число опубликованных работ (в современных реалиях и тенденциях в публикационной активности учёных), спектр приложений результатов этих работ достаточно широк.

Представленная докторская диссертация И.А.Богаевского выполнена на кафедре теории динамических систем механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова. В неё вошли результаты исследований И.А.Богаевского примерно за последние два десятилетия. Эти достижения включают как разработанные диссертантом методы исследования – метод получения локальной нормальной формы фронта стратифицированного лежандрова подмногообразия и теорему редукции для роста особого дифференциального уравнения на прямой, квадратичного по производной, так фундаментальные результаты, например, классификации типичных особенностей фронта стратифицированного лежандрова подмногообразия и выпуклой оболочки типичной гладкой замкнутой гиперповерхности в четырёхмерном пространстве, полученные на основе разработанных И.А.Богаевским методов. Отмечу, что все основные результаты диссертации опубликованы И.А.Богаевским в работах без соавторов, за исключением одной работы, по которой есть ясное разделение результатов с японским математиком Г.Ишикавой.

Фронты лежандровых подмногообразий встречаются в различных задачах прикладного характера, при этом сами подмногообразия могут быть как гладкими, так и нет, то есть иметь особенности. Для гладкого случая типичные особенности фронтов в пространствах малой размерности были хорошо изучены в работах В.И.Арнольда и В.М.Закалюкина в 70-е годы прошлого века, в которых показано, что их классификация совпадает с ADE-списком групп, порождённых отражениями. Однако уже в довольно простой по формулировке и понятной задаче о скорейшем обходе объектом с простым движением гладкого препятствия или зоны с гладкой границей, в которую нельзя заходить, неустранимым малым шевелением образом появляются лежандровы подмногообразия, которые не являются гладкими, то есть особые. Типичные особенности фронтов особых лежандровых подмногообразий - раскрытых зонтиков Уитни и раскрытых ласточкиных хвостов - изучались О.П.Щербаком и А.Б.Гивенталем. В 1990г. В.И.Арнольдом было описано особое лежандрово подмногообразие, естественно появляющееся при анализе волновых фронтов в анизотропных средах, которое не

было алгебраическим в силу присутствия логарифмов в его уравнении. Это исключало применение к анализу фронтов такого подмногообразия традиционной техники производящих семейств, поэтому метод исследования фронтов таких лежандровых подмногообразий, разработанный в первой главе диссертации И.А.Богаевского, отношу к важнейшему достижению этой работы.

Во второй главе диссертации этот метод применяется к классификации типичных особенностей фронтов найденного В.И.Арнольдом в задачах прикладного характера выше упомянутого особого лежандрова подмногообразия и цилиндра над этим подмногообразием. Здесь получены списки типичных особенностей и формулы для них.

Третья глава диссертации посвящена применению разработанного метода к классификации типичных особенностей выпуклых оболочек замкнутых гладких гиперповерхностей в четырехмерном линейном пространстве. Эти особенности естественным образом появляются при исследовании особенностей зон локальной транзитивности типичных управляемых систем на четырехмерных многообразиях, анализе особенностей решений различных задач оптимизации. В этой главе показано, что эти особенности могут быть четырёх типов, была получена нормальная форма для наиболее сложного случая, который предшественниками, В.М.Закалюкиным и В.Д.Седых, не был изучен.


Наконец в последней главе диссертации И.А.Богаевский обращается к задачам, связанным с известной проблемой с конкурса шведского короля Оскара II (1885) об описании кривых, доставляемых дифференциальными уравнениями. На сегодня здесь есть развитая теория для уравнений, разрешенных относительно производной, достаточно богатая теория для типичных неявных дифференциальных уравнений на прямой и некоторые продвижения в последующих размерностях. Результаты для неявных уравнений были получены методами теории особенностей в последней четверти прошлого века и веке нынешнем с использованием теоремы редукции, доказанной мной и сводящей случаи типа складки для неявных уравнений к уже изученным случаям в теории уравнений, разрешенных относительно производной, где нормальные формы хорошо известны. И.А.Богаевскому удалось доказать эту теорему для уравнений,

доставляемых квадратными трёхчленами относительно производной. Это сильно расширяет область применения теоремы редукции на случай уравнений с поверхностью в пространстве направлений на плоскости, имеющей особенности. В частности, это включает случай поверхности с особенностью зонтик Уитни, который естественно появляется при анализе одной из типичных особенностей фазовых портретов автономных систем на плоскости, не разрешенных относительно производной.

Таким образом, в диссертации И.А.Богаевского предложен новый метод исследования фронтов особых лежандровых подмногообразий, который открывает новые возможности в этом направлении науки, и с помощью которого удалось завершить важные для приложений классификации типичных особенностей и обобщить теорему редукции для неявных уравнений. Диссертация И.А.Богаевского представляет собой цельное научное исследование в актуальной востребованной в приложениях области математики. У меня нет сомнений, что она удовлетворяет всем требованиям ВАК к диссертациям на соискание учёной степени доктора физико-математических наук, а её автор заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доктор физико-математических наук, профессор,
ведущий научный сотрудник НИТУ «МИСиС»


А.А.Давыдов


03.12.2018

Подпись профессора А.А.Давыдова заверяю:



Зам. зав. отдела
Кадров МИСиС


КУЗНЕЦОВА А.Б.
03.12.18