Отзыв

официального оппонента на диссертационную работу
Зайцевой Натальи Владимировны
«Гладкие решения гиперболических дифференциально-разностных уравнений»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

В диссертационной работе Н.В. Зайцевой рассматриваются специальные классы функционально–дифференциальных (или дифференциально–разностных, с запаздывающим или отклоняющимся аргументом) уравнений. Их теория была начата в работах А.Д. Мышкиса, Дж. Хейла, Г.А. Каменского, Л.Э. Эльсгольца и изложена в классических монографиях этих авторов, существенные результаты в этом направлении получены Н. В. Азбелевым, А. Л. Скубачевским, В.П. Максимовым, Л. Ф. Рахматуллиной, Л. Е. Россовским, А. Б. Муравником. Отметим использование функционально–дифференциальных уравнений в работах В.А. Рвачёва и В.Л. Рвачёва для определения специального класса атомарных функций, которые нашли важные приложения в теории приближений, а также в многочисленных прикладных задачах. Принципиальной отличительной чертой функционально-дифференциальных уравнений является наличие даже у модельных задач финитных решений, например, таких, как атомарные функции Рвачёвых, что невозможно по отдельности ни для чисто дифференциальных, ни для чисто разностных уравнений. К функционально-дифференциальным относится также важный класс уравнений с операторами Дункла, которые родственны дифференциальным операторам Бесселя, и возникают на стыке теории групп и симметрий в них (группы Коксетера), дифференциальных уравнений и интегральных преобразований, а также квантовой физики и кристаллографии. К классу функционально-дифференциальных уравнений также относятся задачи с инволютивным или Карлемановским сдвигом. Таким образом, тема диссертации является действительно актуальной, особенно для современной теории дифференциальных уравнений, тематика работы относится к активно развивающейся области математики и практических приложений.

Диссертационная работа Н.В. Зайцевой состоит из введения, трех глав и списка литературы. Во введении обоснована актуальность темы диссертации, приведен обзор результатов по исследуемой и близкой (функционально-дифференциальные уравнения) тематике. Отмечено, что наиболее близкими к теме диссертации являются работы А.Л. Скубачевского, А.Б. Муравника, В.В. Власова, В.Ж. Сакбаева и их учеников.

Кратко опишем содержание диссертации по главам.

В первой главе в полуплоскости $\{(x,t)|\, x \in \mathbb{R}^1,\, t>0\}$ для гиперболических уравнений, содержащих суперпозиции дифференциальных операторов и операторов сдвига, действующих по пространственной переменной, изменяющейся на всей вещественной оси, рассмотрены уравнения вида

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^{n} a_j \frac{\partial^2 u(x-h_j,t)}{\partial x^2} \quad \text{в области} \quad \{(x,t)|\, x \in \mathbb{R}^1,\, t>0\},$$

$$u_{tt}(x,t) = a^2 \sum_{j=1}^{n} u_{x_j x_j}(x,t) + \\ + \sum_{j=1}^{n} b_j u_{x_j x_j}(x_1, \ldots, x_{j-1}, x_j - h_j, x_{j+1}, \ldots, x_n, t)$$

$$\text{в области} \quad \{(x,t) | \, x \in \mathbb{R}^n, \, t > 0\},$$

$$u_{tt}(x,t) = a^2 \sum_{j=1}^{n} u_{x_j x_j}(x,t) + \\ + \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{kj} u_{x_j x_j}(x_1, \ldots, x_{k-1}, x_k - h_k, x_{k+1}, \ldots, x_n, t)$$

$$\text{в области} \quad \{(x,t) | \, x \in \mathbb{R}^n, \, t > 0\};$$

Основным результатом является построение с помощью операционной схемы явных представлений семейства классических решений.

Во второй главе в полуплоскости $\{(x,t) | \, x \in \mathbb{R}^1, \, t > 0\}$ рассмотрены задачи для гиперболических уравнений, содержащих суммы дифференциальных операторов и операторов сдвига, действующих по пространственной переменной, которая принимает действительные значения. Эти уравнения имеют вид

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \sum_{k=1}^{n} b_k u(x - h_k, t) \quad \text{в области} \quad \{(x,t) | \, x \in \mathbb{R}^1, \, t > 0\},$$

$$u_{tt}(x,t) = a^2 \sum_{j=1}^{n} u_{x_j x_j}(x,t) - \sum_{j=1}^{n} b_j u(x_1, \ldots, x_{j-1}, x_h - l_j, x_{j+1}, \ldots, x_n, t)$$

$$\text{в области} \quad \{(x,t) | \, x \in \mathbb{R}^n, \, t > 0\},$$

$$u_{tt}(x,t) = a^2 \sum_{j=1}^{n} u_{x_j x_j}(x,t) + \\ + \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{kj} u_{x_j x_j}(x_1, \ldots, x_{k-1}, x_k - h_k, x_{k+1}, \ldots, x_n, t)$$

$$\text{в области} \quad \{(x,t) | \, x \in \mathbb{R}^n, \, t > 0\}.$$

Основным результатом главы является построение в явном виде трехпараметрического семейства классических решений.

Третья глава посвящена построению гладких решений в полупространстве $\{(x,t) | \, x \in \mathbb{R}^n, \, t > 0\}$ гиперболических дифференциально-разностных уравнений, содержащих либо суперпозиции, либо суммы дифференциальных операторов и операторов сдвига, действующих по пространственным переменным. Для каждого из рассматриваемых уравнений показано, что классические (бесконечно-дифференцируемые) решения существуют, если вещественная часть символов операторов, действующих по пространственным переменным, положительна. Доказаны соответствующие теоремы о разрешимости, получены представления решений. Также для каждого из уравнений получены достаточные условия на вещественные коэффициенты и сдвиги для их классической разрешимости.

Результаты, приведенные в диссертационной работе, являются новыми и представляют несомненный научный интерес для развития теории дифференциально–разностных уравнений. Все результаты снабжены строгими доказательствами.

По диссертации имеются следующие замечания.

1. Во введении в списке выступлений Н.В. Зайцевой на всероссийских и международных конференциях (стр. 13) под номером 9 имеется опечатка: указан 2021 год вместо 2022-ого.

2. В диссертации используются условия неотрицательности некоторых тригонометрических многочленов. Представляется, что было бы разумно использовать для их описания теорему Рисса об общем виде неотрицательных тригонометрических полиномов. Это бы упростило и сделало изложение соответствующего материала более единообразным.

3. Также при изложении указанного выше материала, связанного с неотрицательными тригонометрическими многочленами, стоило привести известное неравенство Виториса, позволяющего устанавливать неотрицательность тригонометрического многочлена при некоторых условиях на его коэффициенты.

Кроме того, имеется небольшое количество неизбежных недочётов технического характера при наборе текста, на которых не будем останавливаться.

Перечисленные недостатки не снижают ценности полученных результатов и не меняют общую положительную оценку диссертации.

Автореферат диссертации достаточно точно отражает содержание работы. Результаты диссертации прошли серьёзную апробацию на многочисленных международных и Российских конференциях и семинарах. Результаты диссертации опубликованы в ряде ведущих изданий, их полный список указан в текстах диссертации и автореферата.

Считаю, что диссертация Зайцевой Н.В. на тему "Гладкие решения гиперболических дифференциально–разностных уравнений" соответствует требованиям "Положения о присуждении учёных степеней" , утверждённого Постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата наук, а её автор — Зайцева Наталья Владимировна — заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Профессор кафедры прикладной математики
и компьютерного моделирования
Института инженерных и цифровых технологий
ФГАОУ ВО «Белгородский государственный
национальный исследовательский университет»,
доктор физико-математических наук С.М. Ситник

20.07.2022 г

Почтовый адрес: 308015, Белгородская обл., г. Белгород, ул. Победы, д. 85
Телефон: +7 (472) 230-12-11
Электронный адрес: sitnik@bsu.edu.ru

Личную подпись удостоверяю
Документовед управления по развитию персонала и кадровой работе

20 07 2022