

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу  
Зайцевой Натальи Владимировны  
**«Гладкие решения гиперболических  
дифференциально-разностных уравнений»**,  
представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление

Диссертационная работа Н.В. Зайцевой посвящена исследованию вопроса классической разрешимости в полупространстве  $\{(x, t) | x \in \mathbb{R}^n, t > 0\}$  гиперболических дифференциально-разностных уравнений двух видов. Первый из них содержит операторы сдвига в старших производных по пространственным переменным:

$$u_{tt}(x, t) = a^2 \sum_{j=1}^n u_{x_j x_j}(x, t) + \\ + \sum_{j=1}^n b_j u_{x_j x_j}(x_1, \dots, x_{j-1}, x_j - h_j, x_{j+1}, \dots, x_n, t).$$

Второй вид уравнений содержит операторы сдвига по пространственным переменным в свободных членах:

$$u_{tt}(x, t) = a^2 \sum_{j=1}^n u_{x_j x_j}(x, t) - \sum_{j=1}^n b_j u(x_1, \dots, x_{j-1}, x_j - l_j, x_{j+1}, \dots, x_n, t),$$

называемых автором «нелокальными потенциалами».

Для каждого из рассматриваемых в работе уравнений построены в явном виде семейства гладких решений при выполнении условия положительности вещественной части символа оператора, действующего по пространственным переменным. Получены достаточные условия на коэффициенты и сдвиги для классической разрешимости всех рассматриваемых уравнений.

Все представленные в диссертационной работе результаты являются новыми и снабжены подробными доказательствами.

Диссертация состоит из введения, трех глав и списка цитируемой литературы, насчитывающего 122 наименования. Материал работы изложен на 102 страницах. Текст диссертации изложен ясно и логично.

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы исследования, излагаются основные научные результаты, выносимые на защиту, приведена структура диссертации и краткое содержание ее разделов, а также сведения о публикациях результатов.

Первая глава диссертации посвящена построению гладких решений в полуплоскости двумерных гиперболических уравнений, содержащих операторы сдвига в старших производных по пространственной переменной, изменяющейся на всей вещественной оси.

Во второй главе построены трехпараметрические семейства классических решений для гиперболических уравнений, содержащих суммы дифференциальных операторов и операторов сдвига, действующих по пространственной переменной.

В третьей главе полученные результаты обобщены для исследования вопроса классической разрешимости многомерных гиперболических дифференциально-разностных уравнений. Решения всех рассмотренных в третьей главе уравнений построены в явном виде. Получены достаточные условия на коэффициенты и сдвиги уравнений, гарантирующие существование их гладких решений.

Результаты диссертационной работы носят теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях разрешимости задач для гиперболических дифференциально-разностных уравнений.

Полученные результаты докладывались и обсуждались на 9 международных конференциях, а также на научных семинарах МГУ имени М.В. Ломоносова, Российского университета дружбы народов, Московского физико-технического института, Владимирского государственного университета имени А.Г. и Н.Г. Столетовых, Белгородского государственного национального исследовательского университета. Основные положения диссертации опубликованы в 15 работах, 6 из которых опубликованы в журналах из перечня ВАК и входят также в базы международного научного цитирования Web of Science и Scopus.

К диссертации имеются следующие замечания.

1. При поиске классического решения рассматриваемых дифференциально-разностных уравнений применяется преобразование Фурье. Возникает вопрос – из какого пространства в какое действует преобразование и обратное преобразование.

2. Теорема 1.1.2 утверждает существование классических решений, построенных в явном виде. Можно ли что-либо сказать о существовании классических решений не представимых в полученном явном виде?

3. Интересно и важно с точки зрения задач математической физики исследовать условия симметричности и самосопряженности в подходящем функциональном пространстве дифференциально-разностного оператора из правой части уравнения, исследуемого во второй главе.

4. В уравнениях, рассматриваемых в главе 3, возможно ли рассмотреть сдвиг не вдоль одной из координатных осей, а на произвольный вектор?

Указанные замечания не уменьшают значимость работы и не снижают ее высокой оценки.

Диссертация Зайцевой Н.В. представляет собой законченную, самостоятельно выполненную на актуальную тему научную работу. Материал изложен подробно, актуальность темы исследования не вызывает сомнений. Автореферат диссертации полно, достоверно и достаточно подробно отражает ее содержание.

Считаю, что диссертация «Гладкие решения гиперболических дифференциально-разностных уравнений» соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 г. № 842, предъявляемых к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Зайцева Наталья Владимировна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Ведущий научный сотрудник  
Федерального государственного учреждения  
«Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной математики  
имени М.В. Келдыша Российской академии наук»,  
доктор физико-математических наук

01.08.2022



В.Ж. Сакбаев

Почтовый адрес: 125047, г. Москва, Миусская площадь, д. 4

Телефон: +7 (499) 978-13-14

Электронный адрес: Fumi2003@mail.ru

Подпись в.н.с. В.Ж. Сакбаева удостоверяю  
Ученый секретарь ИПМ  
имени М.В. Келдыша РАН



А.А. Давыдов