

ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертационной работе

Мерчелы Вассима

**«Теоремы о возмущениях накрывающих отображений
обобщенных метрических пространств в исследовании
дифференциальных и интегральных уравнений»,**
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

Диссертационная работа В. Мерчелы посвящена исследованию неявных, то есть не разрешенных относительно производной дифференциальных уравнений методами, использующими утверждения о накрывающих отображениях обобщенно метрических пространств. Результаты о разрешимости и свойствах решений неявных дифференциальных уравнений востребованы как самой теорией дифференциальных уравнений, так и некоторыми задачами управления, нелинейного анализа, а также приложениями. Такими уравнениями моделируются процессы, на динамику которых существенное влияние оказывают не только состояния объектов, но и скорости их изменения. Подобные процессы характерны для неголономных механических систем, электромагнитных колебательных систем, термодинамических систем и др. Основы теории динамических систем, описываемых неявными дифференциальными уравнениями, заложены А. Пуанкаре. Современная качественная теория таких уравнений и теория особенностей разработаны в работах В.И. Арнольда, Дж. Брюса, А.А. Давыдова, Л. Дара, А.О. Ремизова и др. авторов.

В диссертации рассматривается неявное дифференциальное уравнение в случае, когда порождающая уравнение функция удовлетворяет условиям Каратеодори без дополнительных предположений непрерывности и гладкости, что не позволяет применить многие методы качественной теории и методы анализа. Таким образом тема диссертационного исследования представляет

несомненный теоретический интерес и является актуальной, а сам выбор такой темы положительно характеризует аспиранта В. Мерчелу и показывает, что его интересуют сложные задачи.

В работах Е.Р. Авакова, А.В. Арутюнова, С.Е. Жуковского, Ф.Л. Перейры, а также руководителя данной работы было предложено использовать в исследовании неявных уравнений теоремы о накрывающих отображениях метрических пространств. Дифференциальное уравнение $f(t, x, \dot{x}) = 0$ в этих работах рассматривается как операторное уравнение $Gu = 0$ относительно существенно ограниченной функции $u = \dot{x}$ с отображением $Gu = F(u, u)$, $F(u, v)(t) = f\left(t, x_0 + \int_0^t v(s)ds, u(t)\right)$, действующим в L_∞ . Пространство L_∞ оказалось удобным для такого исследования, так как из α -накрывания функции f по $\dot{x}$ следует накрывание с тем же коэффициентом α по соответствующему аргументу отображения F именно в пространстве L_∞ . Однако использование только пространства L_∞ ограничивает применение подобных результатов. Например, если в записи функции f содержится неограниченная функция аргумента t , то отображение F нельзя рассматривать действующим в L_∞ . Было бы естественно рассматривать отображение F определенным на суммируемых функциях $u = \dot{x}$ и имеющих значения во множестве измеримых функций. Для воплощения такой идеи В. Мерчелой были получены два результата: во первых, предложены распространения теорем о возмущениях и о точках совпадения на отображения, действующие из метрического пространства в пространство с расстоянием, удовлетворяющим только первой аксиоме метрики (равенство нулю расстояния равносильно совпадению элементов); а во-вторых, предложено определение такого расстояния на множестве измеримых функций через функцию достаточно общего вида. Используя эти результаты, В. Мерчела исследовал задачу Коши и краевые задачи для неявного дифференциального уравнения, получил условия существования решений, оценки отклонения решений от заданных функций, условия устойчивости решений к изменениям уравнений, начальных и краевых условий. Аналогичные утверждения соискателем также получены для функциональных и интегральных уравнений.

Представленные результаты являются новыми, их отличает нестандартность и оригинальность. Результаты представляют интерес для теории дифференциальных уравнений и нелинейного анализа. Предложенные к исследованию дифференциальных уравнений подходы имеют перспективы использования в многозначном анализе и теории дифференциальных включений.

При обучении и при проведении исследований В. Мерчела проявил настойчивость, трудолюбие, работоспособность, творческие математические способности. После поступления в аспирантуру за достаточно короткое время он на достаточном уровне освоил русский язык и параллельно изучил обширную литературу по новым для него разделам математики. Несмотря на то, что обучался по заочной форме, В. Мерчела фактически регулярно в течение всего срока обучения занимался очно, часто консультировался, обсуждал идеи решения поставленных задач, постоянно участвовал в семинарах кафедры. С целью повышения своего образовательного и научного уровня участвовал в работе международных научных школ, семинаров и конференций, причем по направлениям более широким, чем тематика учебы и научных исследований в аспирантуре. По результатам работы над диссертацией В. Мерчела опубликовал 12 статей, из которых 7 – в научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ. За последние 4 года В. Мерчелой также опубликовано 6 работ в рецензируемых российских математических журналах по вопросам, не связанным с темой диссертации. По теме диссертации В. Мерчела сделал доклады на Тамбовском городском семинаре по теории функционально-дифференциальных уравнений и включений (2019, 2020, 2021); на Международных конференциях «Колмогоровские чтения – VIII, IX. Общие проблемы управления и их приложения (Тамбов, 2018, 2020)»; на Международной конференции «An Istanbul Meeting for World Mathematicians» (Турция, Стамбул, 2018); на летней Школе «Identification and Control: some challenges» (Тунис, Монастир, 2019); на Международной Воронежской весенней математической школе «Современные методы теории краевых задач. Понтрягинские чтения - XXX» (2019); на Международной конференции «Устойчивость, управление, дифференциальные игры», посвященная 95-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского

(Екатеринбург, 2019); на Всероссийской конференции с международным участием «Теория управления и математическое моделирование», посвященной памяти профессора Н.В. Азбелева и профессора Е.Л. Тонкова (Ижевск, 2020); на Международной онлайн конференции по нелинейному анализу и его приложениям (Индия, 2020); на III Международном семинаре «Теория управления и теория обобщенных решений уравнений Гамильтона-Якоби» (Екатеринбург, 2020); на научном семинаре «Нелинейный анализ и его приложения» кафедры «Функциональный анализ и его приложения» ВлГУ (Владимир, 2021).

В целом диссертационная работа В. Мерчелы является самостоятельным оригинальным исследованием, она отвечает всем требованиям положения «О порядке присуждения ученых степеней». Считаю, что Мерчела Вассим заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02, директор научно-исследовательского института математики, физики и информатики ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина

Жуковский Евгений Семенович

392000, Тамбов, ул. Интернациональная, 33, ТГУ имени Г.Р. Державина, научно-исследовательский институт математики, физики и информатики,
E`mail: zukovskys@mail.ru;
тел. +7 960 670 7543

