

ОТЗЫВ

официального оппонента по диссертации Петренко Ирины Анатольевны «Оптимизация распределенного воздействия на стационарный поток», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление в диссертационный совет ДМ 212.025.08

Актуальность темы диссертационного исследования. Теория оптимального управления является одной из самых востребованных практикой областей математики. Исследуемые в диссертации модели, описываемые дифференциальными уравнениями параболического типа, характерны для химических, экологических и биологических процессов, а также динамических систем со случайными воздействиями. Задачи оптимального управления системами с распределенными параметрами являются наиболее сложными задачами оптимизации, как с теоретической точки зрения, так и с прикладной. В практической деятельности широко распространен минимаксный подход, когда ищется гарантирующее управление, оптимальное для самой неблагоприятной ситуации. Например, загрязнение некоторого города вредными веществами, как правило, характеризуется максимальной концентрацией этих веществ, которая достигается в самых "грязных" районах. Снижение этого показателя до допустимого уровня в результате очистных мероприятий гарантирует, что концентрация вредных веществ не превышает допустимый уровень в любом месте города.

Трудности решения задач оптимального управления процессами, описываемых дифференциальными уравнениями с диффузией, течением и реакцией, заключаются, в первую очередь, в сложности самих уравнений. Во-вторых, в минимаксных задачах минимизируемый показатель качества управления является недифференцируемым, так как представляет собой максимум некоторого функционала. В-третьих, постановки задач усложняются технологическими и естественными ограничениями на управление и на параметры среды. Все эти сложности возникают из-за учета требований практики. Поэтому актуальным является теоретическое исследование, выясняющее условия существования решения поставленных задач, а также разработка методов его нахождения. Именно такое исследование представлено в диссертации.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации. Обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, подтверждается их сопоставлением с классическими результатами теории оптимального управления; а также обсуждением на 10 международных конференциях; публикациями основных положений диссертационного исследования в рецензируемых научных изданиях, в том числе из перечня рекомендуемых ВАК журналов для публикации материалов по диссертациям.

Научная новизна результатов исследования. 1. Проблеме оптимального управления системами с распределенными параметрами посвящено много работ. Однако, постановки задач оптимального распределенного воздействия на однородную сплошную среду, движущуюся с постоянной скоростью, исследуемые в диссертации, являются новыми. Под воздействием понимается насыщение ограниченной области в потоке некоторым веществом (например, загрязнение) или отбор некоторого вещества (фильтрация). Поток с постоянной скоростью движения вдоль одной координатной оси описывается дифференциальным уравнением с диффузией, отбором и выбросом вещества. Измеримые управления, характеризующие распределенные ресурсы отбора и выброса вещества, стационарные, ограниченные и финитные. Для этого уравнения доказано (теорема 1.1) существование решения и его стабилизируемость, т.е. сходимость к решению стационарного (эллиптического) уравнения. Доказательство производит сильное впечатление. Видно глубокое понимание функционального анализа и теории дифференциальных уравнений с частными производными. Интересная деталь: при доказательстве использован ряд неравенств от элементарного неравенства средних до неравенств Гельдера и Юнга.

2. Поставлены две задачи оптимального управления решениями эллиптического уравнения. Первая задача с минимаксным функционалом и дополнительными интегральными (емкостными) ограничениями на управления. Вторая задача с интегральным функционалом и ограниченным по модулю решением. Обе постановки имеют прикладное содержание. Доказано существование оптимального решения каждой задачи (теоремы 1.2 и 1.3), при этом использован подход, описанный Тихомировым В.М., Фурсиковым А.В. Интересно проследить за доказательством слабой сходимости произведения решения уравнения и управления. Этот член уравнения характеризует отбор вещества. Из слабой сходимости последовательности решений сначала обосновывается слабая сходимость управлений, затем – сильная сходимость решений, и наконец, слабая сходимость произведения.

3. Получены аналитические решения поставленных задач (см. п.2) в одномерном случае с одним управляющим распределением при отсутствии отбора (глава 2) или выброса (глава 3). Рассмотрены модели течения с диффузией и без нее (глава 2), а также модель билинейной реакции-диффузии при отсутствии потока (глава 3). В одномерном случае эллиптическое уравнение становится обыкновенным дифференциальным второго порядка, а поставленные задачи – задачами оптимального управления динамическими системами, в которых роль времени играет пространственная координата. При этом указанные выше сложности – минимаксный функционал в первой задаче и фазовое ограничение во второй – остаются. Показано, что оптимальное распределение в обеих задачах кусочно-постоянное, принимающее не более трех значений (теоремы 2.2, 2.4, 3.2, 3.4). Найдены выражения для вычисления значений оптимального управления для каждой модели. При доказательстве теорем существенную роль играют леммы (2.3 и 3.3 соответственно), которые позволяют раскрыть структуру оптимального управления. Простое и изящное доказательство этих лемм выполняется вычислением вариации функционала.

Достоверность результатов исследования подтверждается использованием в качестве теоретической и методической базы трудов ведущих отечественных и зарубежных ученых в области теории оптимального управления, функционального анализа, дифференциальных уравнений; строгими доказательствами теорем. Полученные решения задач при академических значениях параметров полностью отвечают физическим представлениям.

Практическая значимость работы заключается в том, что обосновано существование решений широкого круга оптимизационных задач, возникающих при моделировании экологических и технологических процессов. Найденные аналитические решения задач оптимального управления для стационарного уравнения могут использоваться для сравнения при численном решении прикладных задач с нестационарным уравнением. Теоретические результаты можно использовать при обучении бакалавров и специалистов математических и естественно-научных направлений и специальностей.

Замечания по диссертационной работе. Наряду с достоинствами диссертационная работа имеет недостатки.

1. Не исследована проблема поиска оптимального управления для поставленных задач в многомерном случае. Доказательство теорем существования не является конструктивным в том смысле, что оно не дает метода нахождения решения. Нужна разработка таких методов, основанная на необходимых условиях оптимальности.

2. Решения задач оптимального управления, полученные для одномерного случая, к сожалению, нельзя перенести даже на двумерный, так как фазовые координаты неоднородны, поскольку поток распространяется вдоль одной из них. Поэтому целесообразно было бы исследовать именно двумерный случай, результаты которого было бы проще распространить на большую размерность.

3. Аналитическое решение задач оптимального управления удается получить редко. В этом, несомненно, заключается одно из достоинств работы. Однако для практики нужны методики приближенного (численного) решения. Эти вопросы в диссертации не рассматриваются.

Указанные замечания не снижают ценности диссертационного исследования. В диссертации представлено высококвалифицированное математическое исследование, выполненное на актуальную тему. Обширный теоретический материал хорошо проработан, снабжен иллюстрирующими примерами.

Соответствие диссертации требованиям ВАК РФ. Автореферат и научные публикации автора отражают содержание диссертации. Диссертационная работа в целом является логичным, законченным, самостоятельным исследованием, имеющим научную новизну и теоретическую значимость. Выводы и рекомендации достаточно обоснованы. Работа удовлетворяет всем требованиям

Официальный оппонент,
доктор физ.-мат. наук, доцент,
профессор кафедры "Математическая кибернетика"
Московского авиационного института
(национального исследовательского университета)

Подпись Бортаковского А.С. заверяю.

Декан факультета "Прикладная математика и физика"

С.С. Крылов

