ОТЗЫВ официального оппонента

на диссертацию Петренко Ирина Анатольевны «Оптимизация распределенного воздействия на стационарный поток» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Предметом исследования И.А. Петренко является анализ влияния на стационарный поток поступающего в этот поток вещества, а также отбора вещества из потока. Подобные задачи возникают в экологии при оценке последствий выброса в атмосферу и реки промышленных и бытовых отходов и при анализе динамики биологических популяций. Аналогичные задачи могут найти применение и в медицине. С математической точки зрения эти задачи представляют собой задачи для уравнений реакции — диффузии. Такие задачи исследуются давно и активно. Для исследования применяются методы качественного анализа, различные аналитические методы, исследуются методы численного решения задач.

Относительно новым направлением в этой области являются задачи синтеза управления, в которых управляющая функция распределена по пространству. Численные методы построения оптимального управления в таких задачах применялись достаточно давно. Однако получение аналитических решений для распределенных динамических систем — задача сложная. Здесь в первую очередь возникают вопросы существования оптимального управления. Актуальность темы диссертации, в которой проводится качественный анализ динамической системы, описывающей распространение вещества в потоке, а также строятся аналитические решения задачи оптимального управления, сомнений не вызывает.

В рамках исследования Петренко И.А. проанализировала многомерную задачу Коши для уравнения реакции — адвекции — диффузии с двумя управлениями. Задача изучалась по двум характеристикам: локальной (максимум решения) и глобальной (емкость управления). В соответствии с двумя функционалами сформулированы две задачи, состоящие в поиске оптимального значения одного функционала при наличии ограничения на второй. Автор доказала, что, во-первых, задача Коши имеет решение для каждой пары измеримых управлений с финитным носителем, и во-вторых, каждая из оптимизационных задач имеет решение. Далее усилия автора были направлены на более глубокое исследование стационарного режима в одномерной постановке. Были получены аналитические решения в классе постоянных, измери-

мых и обобщенных управлений. Все изложенные результаты являются новыми, они опубликованы автором в двух научных статьях в журналах, рекомендованных ВАК РФ, и были представлены на ряде международных конференций. Результаты, изложенные в диссертации, носят теоретический характер.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и списка литературы, включающего 41 наименование.

Введение посвящено постановке проблемы, обоснованию ее актуальности и научной ценности, приведен краткий обзор научных публикаций по теме диссертации, сформулированы основные научные результаты работы.

В первой главе диссертации рассмотрена общая задача оптимизации распределенного воздействия на сплошную среду, движущуюся с постоянной скоростью. При этом под воздействием понимается введение в сплошную среду некоторого вещества (управляющая функция описывает плотность источников этого вещества по потоку) и отбор этого вещества (управляющая функция представляет собой распределение по потоку доли плотности вещества, изымаемого из сплошной среды). Математическая модель изучаемого процесса представляет собой задачу Коши для уравнения параболического типа, включающего два управления. В этой главе автором доказано существование и единственность решения задачи Коши для любых финитных измеримых управлений. Кроме того, показано, что решение задачи сходится к некоторому стационарному состоянию. Дальнейшее внимание концентрируется на этом стационарном состоянии. Вводятся два функционала, первый — локальный I, характеризующий максимальную концентрацию вещества в потоке, второй — глобальный J, оценивающий емкость воздействия на рассматриваемый поток. Ставятся две оптимизационные задачи: первая \mathcal{P}_1 найти минимум I при ограничении J=C , вторая \mathcal{P}_2 — найти максимум Jпри ограничении $I \leq \overline{y}$. Доказано, что каждая из двух оптимизационных задач в классе измеримых управлений имеет решение.

Во второй главе рассмотрены задачи \mathcal{P}_1 и \mathcal{P}_2 в одномерной постановке в отсутствие отбора. Для этих задач аналитически построены решения в классе постоянных управлений, измеримых управлений, обобщенных управлений. Также рассмотрены варианты этих задач при отсутствии диффузии. В этом случае также найдены аналитически решения для трех классов управлений.

В третьей главе задачи \mathcal{P}_1 и \mathcal{P}_2 рассмотрены при наличии отбора, но при отсутствии вброса вещества в поток и отсутствии течения. Для этих задач аналитически найдены решения в классах постоянных и измеримых управлений.

В диссертации представлены следующие новые результаты:

- 1. Доказано, что оптимизационные задачи \mathcal{P}_1 и \mathcal{P}_2 , рассматриваемые в многомерном арифметическом пространстве, имеют решение в классе измеримых финитных управлений.
- 2. Найдено аналитическое решение задач \mathcal{P}_1 и \mathcal{P}_2 в одномерной постановке при отсутствии отбора вещества в трех классах управлений: постоянных, измеримых, обобщенных.
- 3. Найдено аналитическое решение задач \mathcal{P}_1 и \mathcal{P}_2 в одномерной постановке при отсутствии вброса вещества в двух классах управлений: постоянных и измеримых.

Достоверность полученных научных результатов и выводов диссертации обоснована строгими математическими доказательствами.

Практическая ценность диссертации состоит в получении результатов, которые могут быть использованы в решении прикладных задач оптимизационного характера, возникающих во многих экологических и технологических процессах.

Автореферат диссертации полностью отражает содержание и выводы диссертационной работы.

Хотя теоретическая и практическая значимость диссертационной работы не вызывает сомнений, имеются замечания по форме представления ее результатов.

- 1. В постановке математической задачи внимание акцентируется на физическом смысле этой задачи (вброс вещества в поток жидкости и очищение потока жидкости, например, с помощью фитопланктона). В то же время переход к одномерному варианту задачи никак не комментируется. Описание физического смысла одномерных задач, решаемых в главах 2 и 3, украсило бы работу.
- 2. Не все выкладки в достаточной степени пояснены (например, выкладки на с. 17–18).
- 3. В формулировках теорем есть мелкие неточности (не всегда оговорена финитность управлений, есть расхождения по выбору пробных функций).
- 4. В некоторых рассуждениях не всегда выдерживается логика (например, абзац в конце доказательства на с. 23 и аналогичный абзац на с. 25 просто лишние).
- 5. Отмечу некорректность в доказательстве теоремы 2.5. Поскольку речь идет об обобщенном решении, которое понимается лишь в смысле интегрального равенства, дифференцировать решение в обычном смысле нельзя. Выкладка, конечно, неверна, впрочем конечный вывод правильный и утверждение теоремы сомнений не вызывает.

- 6. Не все обозначения описаны (например $C_0^{\infty}(\mathbb{R}^d)$ на с. 14).
- 7. В некоторых случаях некорректно используются термины, («замыкание» взамен «пополнение» на с. 14).
 - 8. В тексте и формулах имеются опечатки.

В заключение отмечу, что диссертация И.А. Петренко представляет собой самостоятельную законченную научно-квалификационную работу, содержащую новые научные результаты, полученные с помощью методов теории дифференциальных уравнений, функционального анализа, теории оптимального управления. Основные результаты диссертации опубликованы в научной печати и апробированы на ряде международных научных конференций. Диссертационная работа отличается четкостью в постановке задач, ясностью изложения, точностью в формулировке результатов работы и ее выводов. Все теоретические утверждения снабжены строгими доказательствами.

По актуальности, научному уровню и содержанию диссертационная работа И.А. Петренко удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физикоматематических наук по специальности 01.01.02 — «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», а ее автор И.А. Петренко заслуживает присуждения ученой степени кандидата физикоматематических наук по указанной специальности.

Официальный оппонент профессор кафедры математического моделирования Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский государственный технический

университет имени Н.Э. Баумана»,

доктор физико-математических наук,

доцент

Тел. (499) 263 63 91,

E-mail: bauman@bmstu.ru

А.Н. Канатников

В Е Р Н О:

ЗАМ. НАЧАЛЬНИКА УПРАВЛЕНИЯ КАДРОВ

МЕТУ ИМ. Н. Э. БАУМАНА