

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
Нижегородского государственного
университета им. Н.И. Лобачевского
доктор физ.-мат. наук




В.Б. Казанцев

03 _____ 2019 г.

ОТЗЫВ

**ведущей организации - Федерального государственного
автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный
исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И.
Лобачевского» (ННГУ им. Н.И. Лобачевского)**

о диссертации Богаевского Ильи Александровича

**«Фронты стратифицированных лежандровых подмногообразий в задачах теории
дифференциальных уравнений и оптимизации»,**

**представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических
наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические
системы и оптимальное управление**

Особенности фронтов лежандровых подмногообразий естественно возникают во многих областях науки при анализе явлений различной природы. Например, они встречаются при исследовании структуры и бифуркаций волновых фронтов, при изучении особенностей решений уравнений с частными производными, в теории оптимального управления и т.д. В представленной диссертационной работе исследуются особенности геометрической оптики линейных волн, выпуклых оболочек гладких гиперповерхностей и решений неявных или быстро-медленных обыкновенных дифференциальных уравнений. Во всех этих случаях речь идёт о фронтах стратифицированных лежандровых подмногообразий, заданных конкретными уравнениями, в том числе и неаналитическими.

В теории особенностей хорошо известны раскрытые ласточкины хвосты и раскрытые зонтики Уитни. Фронты этих алгебраических стратифицированных лежандровых подмногообразий, наблюдающиеся и играющие важную роль в совершенно разных задачах, детально исследованы в работах В.И. Арнольда, А.Б. Гивенталья, В.М. Закалюкина, О.П. Щербака и др. Например, А.Б. Гивенталь разработал общий подход к проблеме классификации устойчивых фронтов и с успехом

применил его для раскрытых ласточкиных хвостов. Тем не менее, развитых в упомянутых работах методов оказалось недостаточно для анализа и решения многих интересных и важных проблем. Часть таких проблем рассматривается в представленной диссертационной работе. В этом смысле актуальность темы исследования не вызывает сомнения.

Диссертация И.А. Богаевского состоит из введения, заключения и четырех глав, списка литературы из 92 наименований, 19 рисунков и содержит 155 страниц.

В первой главе работы разработан новый метод классификации особенностей фронтов стратифицированных лежандровых подмногообразий, применимый во всех вышеперечисленных случаях и являющийся основой всей работы. Более подробно, общая картина такова. Фронт исходного стратифицированного лежандра подмногообразия – это его образ в базе лежандра расслоения. Предложенный метод основан на представлении лежандра расслоения как семейства гладких лежандровых подмногообразий, на которые действует группа контактных диффеоморфизмов, сохраняющих исходное стратифицированное лежандрово подмногообразие. Главная идея этого метода основана на наблюдении, что на разные слои расслоения можно действовать разными элементами группы – фронт исходного стратифицированного подмногообразия при этом не меняется, а техническую основу метода составляют доказанные в первой главе теоремы версальности и конечной определённости для упомянутой группы.

Во второй главе разработанный метод применяется к анализу особенностей типичных фронтов конкретного неаналитического лежандра подмногообразия, уравнения которого содержат логарифмы. Это подмногообразие появилось в работах В.И. Арнольда о внутреннем рассеянии и наблюдается, в частности, в геометрической оптике линейных волн и системах, аффинных по управлению. Здесь получены нормальные формы типичных особенностей, изучены перестройки волновых фронтов, а также их каустик, интересные для приложений. Все это иллюстрируется большим числом рисунков, демонстрирующих богатство и сложность задачи.

Третья глава диссертационной работы посвящена анализу точечных особенностей выпуклых оболочек типичных гладких трёхмерных гиперповерхностей, важных для ряда задач оптимизации и выпуклого анализа. Для обоснования полученных здесь результатов автор снова использует разработанный в первой главе метод, а также наблюдение, что граница выпуклой оболочки – фронт стратифицированного лежандра подмногообразия, для которого предъявляет явные локальные формулы. Нормальные формы особенностей, возникающих вдоль линий, были найдены в работах В.Д. Седых, а случай двумерных поверхностей в трёхмерном пространстве был исследован В.М. Закалюкиным. Кроме того, В.Д. Седых сформулировал гипотезу, что типичные особенности в исследуемой размерности не имеют функциональных модулей. В третьей главе представленной работы эта гипотеза доказана.

В четвёртой главе диссертационной работы автор исследует особенности неявных обыкновенных дифференциальных уравнений, применяя разработанный метод к семейству графиков решений, каждое из которых является фронтом лежандра подмногообразия. Основной результат главы – обобщение теоремы редукции А.А. Давыдова на особые неявные уравнения, степень которых по производной не превосходит двух. Как следствие автор получает формальные нормальные формы типичного уравнения, имеющего коническую особую точку. При этом он использует

известный результат В.И.Арнольда о нормальных формах конуса в контактном пространстве.

Диссертационная работа И.А.Богаевского представляет собой ясно и квалифицированно написанную математическую работу. Тем не менее, к тексту работы имеются следующие замечания. Во-первых, следовало бы более развернуто описать предыдущие результаты и те вопросы, которые остались неизученными. Это сделано во введении, но слишком кратко, объем диссертации вполне позволял сделать это более детально, это пошло бы на пользу. В ряде случаев различные объекты обозначены одними и теми же символами, значения которых зависят от главы. Например, обозначение Ξ_4 используется для особенностей фронтов различных лежандровых подмногообразий во введении (стр.17) и во второй главе (стр.62); на протяжении почти всей работы τ – это вещественный параметр, а в её конце на стр.143 обозначает функцию времени. Тем не менее, эти замечания касаются текста, но не результатов, и не влияют на высокую оценку представленной работы и полученных в ней результатов в целом.

Разработанный метод и результаты представленной диссертационной работы могут быть использованы в работах, проводящихся во многих научных центрах (МИАН им. В.А.Стеклова, ПОМИ РАН, ИПМех им. А.Ю.Ишлинского, ИПМ им. М.В.Келдыша), на математических и физических факультетах Московского, Санкт-Петербургского, Нижегородского, Владимирского, Челябинского и других университетов, НИУ ВШЭ.

Полученные результаты и методы представленной диссертационной работы являются новыми, важными и актуальными, они полностью опубликованы в 11 рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК РФ. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертационной работы.

В представленной диссертационной работе разработан новый эффективный метод локальной классификации фронтов стратифицированных лежандровых подмногообразий, с помощью которого автором решён ряд важных задач теории дифференциальных уравнений и оптимизации, что в целом следует оценивать как научное достижение. Значимость этой работы для науки обусловлена как универсальностью разработанного метода, который наверняка найдёт применение в её других областях, возможно далёких от представленных, так и важностью (в том числе для приложений) решённых в работе проблем.

Диссертационная работа «Фронты стратифицированных лежандровых подмногообразий в задачах теории дифференциальных уравнений и оптимизации» является завершённым научным исследованием и полностью соответствует требованиям Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации 24 сентября 2013 г. № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, а её автор И.А. Богаевский заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук по этой специальности.

Настоящий отзыв обсуждён и одобрен на заседании кафедры дифференциальных уравнений, математического и численного анализа Института информационных технологий, математики и механики Нижегородского

государственного университета им. Н.И. Лобачевского, протокол № 12 от 20 марта 2019 г.

Отзыв подготовлен профессором кафедры дифференциальных уравнений, математического и численного анализа Института информационных технологий, математики и механики, доктором физико-математических наук по специальности 01.01.02 Лерманом Львом Михайловичем, тел. +7 (910) 382-05-07, эл. адрес: lermanl@mm.unn.ru



Лерман Л.М.

Зав. кафедрой дифференциальных уравнений,
математического и численного анализа ИИТММ,
к.ф.-м.н., доцент



Калинин А.В.

ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», www.unn.ru