

Отзыв официального оппонента

на диссертационную работу Загоры Дмитрия Александровича "Спектральный анализ и асимптотика решений задач механики вязкоупругих сред", представленную к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление в диссертационный совет Д 212.025.08 при Владимирском государственном университете имени А. Г. и Н. Г. Столетовых.

В диссертации изучаются интегро-дифференциальные уравнения и ассоциированные с ними операторы. Исследуется структура спектров возникающих операторов, свойство базисности систем корневых элементов, асимптотическое поведение решений изучаемых уравнений. Интегро-дифференциальные уравнения возникают при описании систем с эффектами "памяти" и давно привлекают внимание многих авторов. Жидкости Джеффриса-Олдройта, Кельвина-Фойгта, Максвелла в гидродинамике моделируют разбавленные суспензии твердых частиц в ньютоновской жидкости, некоторые полимерные растворы и т.д. Модели Ильюшина и Тимошенко в механике вязкоупругих сплошных сред применяются для описания полимерных материалов и конструкций, а также металлов и других не вполне упругих тел. В литературе последних лет имеется большое число работ, посвященных изучению различных математических вопросов, связанных с описанными системами. Таким образом, тематика проведенного исследования представляется актуальной.

Диссертационное исследование, изложенное на 293 страницах, состоит из введения, обзора литературы, пяти глав основного содержания и списка литературы, содержащего 204 источника.

Во введении и обзоре литературы определены цели работы и анализ имеющейся литературы.

Основная идея исследования интегро-дифференциальных уравнений в первых четырех главах состоит в установлении связи изучаемого интегро-дифференциального операторного уравнения с некоторым дифференциально-операторным уравнением первого порядка. Таким образом с исходным уравнением связывается оператор, действующий в некотором гильбертовом пространстве. Возникающие операторы (операторные блоки), с точностью до ограниченных возмущений, имеют характерную структуру в зависимости от того, было ли исходное уравнение "гиперболического" либо "параболического" типа. В первой главе собраны некоторые утверждения об операторах, порождаемых "гиперболическими" уравнениями. Точнее, доказаны две теоремы о равномерной экспоненциальной устойчивости сильно непрерывных полугрупп, генерируемых изучаемыми операторными блоками. Эти теоремы

использованы для вывода асимптотических формул для решений соответствующих интегро-дифференциальных уравнений при правых частях близких к почти периодическим. Автору удалось найти оригинальный метод получения таких формул. Собственно, связь исследуемого уравнения с некоторым дифференциально-операторным уравнением первого порядка и устойчивость соответствующей полугруппы — это первые два шага метода. Третий шаг состоит в непосредственном выводе соответствующих формул. В первой главе исследованы также общие спектральные свойства возникающих операторов. Доказано, что существенный спектр генератора локализован на отрезке действительной оси, а остальной спектр дискретен, симметричен относительно действительной оси, лежит в некоторой вертикальной полосе и имеет некоторое асимптотическое распределение. Подробно рассмотрен один частный случай генератора, когда все ограниченные операторы в соответствующей конструкции пропорциональны единичным операторам, а неограниченный оператор имеет дискретный спектр. В этом случае доказано, что система корневых элементов генератора образует базис Рисса (или даже p -базис). Найдены условия, при которых собственные элементы генератора не имеют присоединенных. В этом случае построена биортогональная система. Доказанные утверждения позволяют получать представления для решений интегро-дифференциальных уравнений, связанных с соответствующим оператором. Рассуждения первой главы и доказанные теоремы находят применение в последующих главах.

Во второй, третьей и четвертой главах исследованы задачи механики вязкоупругих сред. А именно, во второй главе исследованы задачи о движениях вязкой либо идеальной релаксирующей жидкости, заполняющей равномерно вращающуюся ограниченную область. В третьей главе исследованы модели вязкоупругих тел, закрепленных на границе. В четвертой главе изучены модели Олдройта и Максвелла вязкоупругих баротропных жидкостей, заполняющих равномерно вращающуюся ограниченную область. По спектральным характеристикам рассмотренные модели можно разделить на "параболические" и "гиперболические". Для "параболических" моделей спектр главного оператора локализован в окрестности действительной оси. В случаях, когда существенный спектр главного оператора представляет собой конечное число точек на действительной оси, доказана p -базисность системы его корневых элементов. С использованием указанных базисов найдены представления для решений исходных динамических задач. Для "гиперболических" моделей спектр главного оператора локализован в окрестности мнимой оси. В задачах из второй и третьей глав при некоторых условиях на физические параметры находит применение теорема о p -базисе из первой главы. Для всех рассмотренных моделей, кроме вращающейся идеальной релаксирующей жидкости и вращающейся вязкоупругой жидкости Максвелла, с использованием найденного метода решены задачи о вынужденных колебаниях.

В пятой главе с использованием теоремы Т. Като о стабильных семействах операторов доказаны теоремы о разрешимости для интегро-дифференциальных уравнений первого и второго порядка. Рассмотрены случаи, когда в уравнении имеется главный оператор, заданный на постоянной области определения. Точнее, для уравнений второго порядка рассмотрены следующие три случая: оператор при производной главный, а оператор при функции и ядро интегрального оператора подчинены ему; оператор при функции главный, а оператор при производной и ядро интегрального оператора подчинены ему; некоторый промежуточный случай.

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и сопровождаются строгими математическими доказательствами.

К недостаткам работы можно отнести : интересным было бы более подробное исследование асимптотического поведения решений рассматриваемых интегро-дифференциальных уравнений, выяснив их принадлежность к специальным классам функций : почти периодические на бесконечности функции, стационарные на бесконечности функции, медленно меняющиеся на бесконечности функции. Сделанное замечание является пожеланием дальнейшего исследования рассматриваемых интегро-дифференциальных уравнений. Исследования в этом направлении могут уточнить и углубить полученные в диссертации результаты.

В целом о диссертационной работе Д. А. Загоры можно сделать следующие выводы:

1. Тема диссертации актуальна и соответствует специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

2. Основные результаты диссертации опубликованы в 13 статьях в журналах, которые входят в список ВАК РФ либо в международные базы цитирования, и докладывались на ряде международных научных конференций и научно-исследовательских семинарах.

3. Результаты диссертации могут быть использованы в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова, Воронежском государственном университете, Институте прикладной математики имени М. В. Келдыша и ряде других научных учреждений, исследования которых связаны с проблемами динамики вязкоупругих сред.

4. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Сделанное замечание не влияет на положительную оценку диссертации.

Таким образом, диссертационная работа "Спектральный анализ и асимптотика решений задач механики вязкоупругих сред" соответствует требованиям "Положения о порядке присуждения ученых степеней" ВАК, Мини-

стерства образования и науки РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени доктора физико-математических наук, а её автор Загора Дмитрий Александрович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

21 апреля 2021 г

Официальный оппонент:

Баскаков Анатолий Григорьевич (специальность 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ), профессор ФГБОУ ВО "Воронежский государственный университет" факультет Прикладной математики, информатики и механики, кафедра Системного анализа и управления
E-mail : anatbaskakov@yandex.ru

А. Г. Баскаков

ФГБОУ ВО "Воронежский государственный университет" факультет Прикладной математики, информатики и механики, кафедра Системного анализа и управления.

394018 Россия Воронеж, Университетская пл. 1.

р.т. 7(473) 220-75-21

E-mail : office@main.vsu.ru



федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ВГУ»)	
Подпись	<i>Баскаков А.Г.</i>
авторство	<i>ву специализация</i>
подпись, расшифровка подписи	<i>С. Сискин</i> <small>должность</small> <i>11.04.21</i> <small>20</small>