На правах рукописи

Джасим Анмар Хашим Джасим

Поведение решений системы типа Брио-Буке

Специальность 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

Владимир – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Дагестанский государственный университет»

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, профессор Эфендиев Ахмад Рамазанович

Научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор Жиков Василий Васильевич

Официальные оппоненты: Васильев Владимир Борисович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Дифференциальных уравнений» Белгородского национального исследовательского университета

Барабанов Олег Олегович, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой высшей математики Ковровской государственной технологической академии имени В. А. Дегтярева

Ведущая организация: Воронежский государственный университет

Защита диссертации состоится 30 января 2017 г. в 14 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.025.08 при Владимирском государственном университете имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых по адресу: 600024, г. Владимир, проспект Строителей, д.11, корп. 7 ВлГУ, ауд. 133. Факс (4922) 53-25-75, 33-13-91; e.mail: oid@vlsu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на официальном сайте www.vlsu.ru Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, с авторефератом на сайтах http://vak2.ed.gov.ru/catalogue/ и http://diss.vlsu.ru

Автореферат разослан «__»______ 2016 г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета Д 212.025.08 Наумова С.Б.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Хорошо известно, что ряд задач механики, автоматики и др. приводятся к нелинейным системам дифференциальных уравнений. Однако общих методов исследования, устанавливающих полную качественную картину расположения траектории системы дифференциальных уравнений, не существует. В связи с этим приходится выделять различные классы нелинейных систем дифференциальных уравнений, которые удается исследовать различными качественными методами.

Самыми распространёнными и, по – видимому, наиболее изученными к настоящему времени являются нелинейные системы вида

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, \dots, x_n), \;\; i = 1, \dots, n, \qquad (1)$$

где функции $f_i(x_1, \dots, x_n), \;\; i = 1, \dots, n$, подчиняются различным условиям однородности.

Наиболее трудным при изучении поведения траектории системы (1) вблизи особой точки является случай, когда правые части не содержат линейные члены. Такие системы в предположении, что функции $f_i(x_1, \dots, x_n), \;\; i = 1, \dots, n$, являются однородными или разлагающимися в степенные ряды, изучались в работах А. Р. Эфендиева, А. А. Шестакова, И. Г. Малкина и др.

В работах Е. А. Барбашина даны достаточные условия устойчивости тривиального решения системы (1), и они выражены через свойства функции Ляпунова.

Качественно новым обобщением однородности являлось введение понятия обобщенно-однородных функций порядка р класса переменной матрицы $A(x_1, \dots, x_n, c) = \left\| \alpha_{ij}(x_1, \dots, x_n, c) \right\|$, $i, j = 1, \dots, n$. А. Р. Эфендиев изучил вопрос о структуре семейства интегральных кривых системы (1) в окрестности особых точек высшего порядка в случае, когда правые части являются обобщенно-однородными функциями порядка -класса матрицы $\left\| \delta_{ij} \alpha_{ij}(x_i, c) \right\|$, $i, j = 1, \dots n$, где элементы матрицы зависят от одной переменной. Нами решен вопрос о структуре семейства интегральных кривых системы (1) в окрестности особых точек высшего порядка в предположении, что правые части системы (1) являются обобщенно-однородными функциями порядка -класса переменной матрицы $\left\| \delta_{ij} \alpha_{ij}(x_1, \dots, x_n, c) \right\|$, $i, j = 1, \dots n$.

Представленные в диссертации схемы исследования свойств решений дифференциальных уравнений основаны на методах качественного исследования динамических систем, развитых в трудах В. В. Немыцкого, Е. А. Барбашина, Н. Н. Красовского, Ю. И. Сапронова, А. А. Шестакова, А. Д. Мышкиса, Л. Э. Эльсгольца, Г. А. Каменского, М. В. Келдинса, Ю. В. Покорного, В. И. Зубова и др.

Цель работы: Изучение поведения решений системы дифференциальных уравнений, в частности, системы типа Брио-Буке. Получение достаточных условий: существования $0-$кривых; устойчивости тривиального решения (1). Установление параболичности, гиперболичности и эллиптичности траекторий системы дифференциальных уравнений с обобщенно-однородными правыми частями.

Рассматривая потенциальные, по В. В. Немыцкому, системы, мы доказываем необходимость и достаточность их обобщенной однородности. Рассматривая систему дифференциальных уравнений, правые части которых являются обобщенно-однородными функциями нулевого порядка типа Брио-Буке, мы строим систему дифференциальных уравнений, правые части которых являются обобщенно-однородными функциями порядка p класса той матрицы $A(x, c)$, на основании которой построена система дифференциальных уравнении .

Научная новизна. Все результаты, включенные в диссертацию, являются новыми. Наиболее значительные из них перечислены в следующем ниже списке:

1. Новые условия существования асимптотической устойчивости точки покоя.
2. Новые условия параболичности, гиперболичности и эллиптичности траекторий системы дифференциальных уравнений.
3. Новые условия существования $O-$кривых у системы дифференциальных уравнений.
4. Описание обобщенно-однородных функций, форм.
5. Описание специальных решений системы дифференциальных уравнений.

Методы исследования. В работе использованы качественные методы анализа особых точек динамических систем (Ж. А. Пуанкаре, А. М. Ляпунова, В. В. Немыцкого, Е. А. Барбашина, Н. Н. Красовского, А. А. Шестакова, В. И. Зубова, А. Р. Эфендиева и др.).

Использована методика построения функций Ляпунова –Красовского.

Теоритическая и практическая ценность. Настоящая работа в целом носит теоритический характер, но представленные в ней результаты могут быть использованы при изучении конкретных динамических систем.

Апробация работы. Результаты диссертации были доложены на VI Международной конференции "ФДУ и их приложении" 23-26 сентября

2013; на VII Международной научной конференции 21-24 сентября 2015г., на Межвузовском научном семинаре в ДТУ «Актуальные проблемы математика и смежные вопросы», Махачкала, 2015г.

Результаты диссертации опубликованы в шести работах, **три из них соответствуют списку ВАК**. Из совместных работ в диссертацию вошли только те результаты, которые принадлежат диссертанту.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, разбитых на разделы (параграфы), и списка литературы из 56 наименований. Общий объём диссертации 92 стр.

Краткое содержание диссертации. Введение состоит из краткого описания результатов диссертации и близких результатов других авторов.

Первая глава, состоящая из 5 параграфов, посвящена рассмотрению системы дифференциальных уравнений типа Брио-Бука.

В параграфе § 1.1 рассматривается обыкновенное дифференциальное уравнение Брио-Буке

$$x^m y' = f(x,y), \tag{2}$$

где m-натуральное число, функция $f(x,y)$ аналитическая при

$$x = y = 0,\ f_y(0,0) \neq 0,\ f(0,0) = 0.$$

Системой типа Брио-Буке мы называем (2), где f и y – вектор - функции, причем f – обобщенно-однородная.

Дадим понятие обобщенно-однородной функции.

Определение 1. *Вещественную вектор-функцию $f(x)$, определенную и непрерывную в области $D \subset E^n$, будем называть обобщенно-однородной* *порядка* $p = \frac{k}{2l+1}$ *класса матрицы* $A(x, c)$, *где* $c \in (-1 - b, 1 + b), b \geq 0$, *если выполнено соотношение*

$$f(z) = c^p \mathcal{J}(z, x) f(x), \tag{3}$$

где $z = A(x, c)x$; $\mathcal{J}(z, x)$ *– матрица Якоби,*

$$c\frac{dz}{dc} = \varphi(z). \tag{4}$$

С помощью формулы

$$\mathcal{J}(f, x)\varphi(x) = [\mathrm{p}E + \mathcal{J}(\varphi, x)]f(x), \tag{5}$$

где $\mathcal{J}(f, x), \mathcal{J}(\varphi, x)$ −матрицы Якоби, E − единичная матрица, p −порядок обобщённо-однородной функции f, устанавливается критерий обобщенной однородности функций $f(x)$ и доказывается следующая

Теорема 1. *Функция* $\varphi(z)$, *определённая равенством* (4), *является обобщённо-однородной функцией нулевого порядка p-класса матрицы* $A(x, c)$, *где* $Z = A(x, c)x$, $x = (x_1, \dots, x_n)$, $Z = (z_1, \dots, z_n)$, $\varphi = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$.

Полагая в равенстве (5) $p = 0$, мы получим $f(x) \equiv \varphi(x)$, так как $\det \mathcal{J}(f, x) \neq 0$, $\det \mathcal{J}(\varphi, x) \neq 0$ по предположению. Во второй главе дается новое доказательство этой теоремы.

В параграфе §1.4 рассматриваются некоторые свойства обобщённо-однородных функций. В параграфе §1.5 изучаются гомеоморфизмы системы дифференциальных уравнений.

Вторая глава, состоящая из 8 параграфов, посвящена рассмотрению обобщённо-однородных систем, их свойств, доказываются предложения, которые дают возможность устанавливать устойчивость системы, существование O −кривых.

В параграфе §2.1 рассматриваются особенные случаи обобщенно-однородных систем.

Определение 2. *Кривую* $x_i = x_i(t),\ i = 1, \dots, n,$ *назовём* 0^+- *кривой* (0^-- *кривой*), *если* $\lim_{t\to+\infty(-\infty)} x_i(t) = 0$.

Теорема 2. *Если* $x = x(t)$, *есть решение системы*

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \tag{6}$$

где $x = (x_1, \dots, x_n),\ f = (f_1, \dots, f_n),\ f(0) = 0$, *то* $x = A(x(c^p t), c)x(c^p t)$, *она также является решением системы* (6), *поэтому, если* $x = x_0 \neq 0$ – *особая точка системы* (6), *т.е.* $f(x_0) = 0$, *но* $\varphi(x_0) \neq 0$, *то* $x = x_0 \neq 0$ *не является изолированной особой точкой, ибо особыми точками системы* (6) *будут* $x = A(x_0, c)x_0$, *причём при* $c = 1$ *имеем* $x = 0$.

Например, если

$$A(x,c) = \left\| \delta_{ij} \frac{\sqrt[\alpha_i]{p_i}\, c^{p_i}}{\sqrt[\alpha_i]{p_i + (1 - c^{\alpha_i p_i}) q_i x_i^{\alpha_i}}} \right\|,$$

где δ_{ij} –символ Кронекера, то

$$c\frac{dz_i}{dc} = p_i z_i + q_i z_i^{\alpha_i + 1} = \varphi_i(z_i),\ \ i = 1, \dots, n,$$

$$z_i = \frac{\sqrt[\alpha_i]{p_i}\, c^{p_i} x_i}{\sqrt[\alpha_i]{p_i + (1 - c^{\alpha_i p_i}) q_i x_i^{\alpha_i}}},\ \ \bar{x}_i = \sqrt[\alpha_i]{-\frac{p_i}{q_i}},$$

причем

$$\varphi_i'(\bar{x}_i) = -\alpha_i p_i \neq 0,\ \text{и}\ A(x,c) = E,\ \bar{z}_i = \bar{x}_i,\ i = 1, \dots, n,$$

т.е. система (6) имеет две особые точки $O(0, \dots, 0)$ и

$$M\left(\sqrt[\alpha_1]{-\frac{p_1}{q_1}}, \dots, \sqrt[\alpha_n]{-\frac{p_n}{q_n}}\right).$$

Эти особые точки являются изолированными.

В параграфе §2.2 рассматривается вопрос об устойчивости систем типа Брио-Бука.

Здесь изучается система дифференциальных уравнений

$$\tau^m \frac{dz_i}{d\tau} = g_i(z_1, \dots, z_n), \qquad i = 1, \dots, n, \tag{7}$$

где $m \geq 1 -$ натуральное число, $g_i -$ аналитические функции такие, что $g_i(0, \dots, 0) = 0,\ i = 1, \dots, n,\ \det\left\|\frac{\partial g_i}{\partial z_j}\right\| \neq 0,\ j = 1, \dots, n.$

Пусть $m = 1$. Осуществим преобразование $\tau = c^{-t}$. Тогда система (7) запишется в виде

$$\frac{dz_i}{d\tau} = -g_i(z_1, \dots, z_n), \qquad i = 1, \dots, n. \tag{8}$$

Справедлива следующая

Теорема 3. *Если существует обобщённо-однородная функция* $\Phi(z_1, \dots, z_n)$ *порядка* p *класса матрицы* $A(x, c)$, *обращающаяся в нуль только в начале координат, то нулевое решение системы* (8) *асимптотически устойчиво при* $p > 0$ *и асимптотически неустойчиво при* $p < 0$.

В параграфе §2.4 рассматривается обобщенно-однородные функции переменного класса. В параграфе §2.5 мы рассматриваем систему (7). Имеет место

Теорема 4. *Для всякой системы* (7) *с* $m = 1$ *и обобщенно-однородными правыми частями порядка нуль класса матрицы* $A(x, \tau)$, *где* $z = A(x, \tau)x$, $x = (x_1, \dots, x_n)$, $A(x, 1) = E$ *– единичная матрица, существует система дифференциальных уравнений*

$$\frac{dx_s}{dt} = f_s(x_1, \dots, x_n), \;\; s = 1, \dots, n, \qquad (9)$$

где правые части являются обобщённо-однородными функциями порядка p *класса матрицы* $A(x, \tau)$, *соответствующей правым частям* (7).

Следствие 1. *Если в* (7) *выполнены условия:*

1) $\tau = e^{y}, \varphi \in (-\infty, \infty)$;
2) $q_s = z_s + \alpha Z_s^{(\mu)}(z_1, \dots, z_n)$, *где* $z_s^{(\mu)}$ – *формы порядка* $\mu, a = +1$, *либо* $a = -1, s = 1, \dots, n$;
3) *система* (7) *имеет ограниченное решение*

$$z_s = z_s(\varphi, a), \qquad s = 1, \dots, n;$$

4) *система*

$$\frac{dz_s}{d\varphi} = \sum_{i=1}^{n} p_{si}(\varphi, a)\, z_s, \qquad s = 1, \dots, n,$$

где $p_{si}(\varphi, a) = \delta_{si} + a\frac{\partial z_s^{(\mu)}}{\partial z_i}\Bigg|\begin{matrix} z_1 = z_1(\varphi, a) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ z_n = z_n(\varphi, a) \end{matrix}$ δ_{si} – *символ Кронекера правильная;*

5) *Среди характеристических чисел* $\mu_1, \dots, \mu_n$ *система* (7) *имеет*

$\lambda^p \leq n$ *положительных, то система* (7) *имеет два семейства решений, каждое из которых зависит от* l *произвольных постоянных, причем если* $a = +1$, *то они* $O^+ -$ *кривые, если* $a = -1$, $O^- -$ *кривые. В последнем случае имеет место неустойчивость.*

Следствие 2. *Если* $q_s = z_s$, $s = 1, \dots, n$, *то правые части системы* (9) *являются однородными функциями* $p + 1$ *класса матрицы* $\|\delta_{si} z_s\|$, $\delta_{si} -$ *символ Кронекера и* $z_s = \tau x_s$, $s = 1, \dots, n$.

В параграфе §2.6 установлена связь между обобщенно-однородными системами и системами типа Брио-Буке. Мы систему (7) называем системой типа Брио-Буке.

Рассмотрим систему

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \tag{10}$$

являющейся частным случаем системы (7), когда $m = 0$, $A(x, \tau) = A(\tau)$, $g(z) = Cz, \tau \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$, $C = \|c_{sj}\|$, $s, j = 1, \dots, n$, $f(x)$ – непрерывно дифференцируема в D.

Пусть постоянная матрица C приведена к жордановой форме и имеет мнимые характеристические числа $\lambda_s = p_s + iq_s$, $s = 1,2, \dots \nu$, соответственно кратности n_s и действительные характеристические числа $\lambda_{2\nu+s} = p_{\nu+s}$, $s = 1,2, \dots \mu$ соответственно кратности m_s, где $2(n_1 + \dots + n_\nu) + m_1 + \dots + m_\nu = n$.

Пусть $A(\tau)$ –матрица нормальной фундаментальной системы решений системы (7), где $q(z) = Cz$. Тогда имеем

$$z_{k_{l-1}+(2i_l-1)} = \tau^{p_l} \sum_{j_l=i_l}^{n_l} \frac{(\ln|\tau|)^{j_l-i_l}}{(j_l-i_l)!} \left[x_{k_{l-1}+(2j_l-1)} \cdot \cos(q_l \ln|\tau|) + \right.$$

$$+x_{k_{l-1}+2j_l} \cdot \sin(q_l ln|\tau|)\big],$$

$$z_{k_{l-1}+2i_l} = \tau^{p_l} \sum_{j_l=i_l}^{n_l} \frac{(\ln|\tau|)^{j_l-i_l}}{(j_l-i_l)!}\big[-x_{k_{l-1}+(2j_l-1)} \cdot \sin(q_l \ln|\tau|) +$$

$$+x_{k_{l-1}+2j_l} \cdot \cos(q_l \ln|\tau|)\big], \qquad (11)$$

$$z_{k_\nu+\gamma_{s-1}+i_s} = \tau^{p_{\nu+s}} \sum_{j_l=i_l}^{m_s} \frac{(\ln|\tau|)^{j_s-i_s}}{(j_s-i_s)!}\ x_{k_\nu+\gamma_{s-1}+i_s},$$

где

$$l = 1, \dots, \nu\,;\ \ i_l = 1, \dots, n_l\,;\ \ s = 1, \dots, \mu\,;\ \ i_s = 1, \dots, m_s\,;$$

$$k_l = 2n_1 + \dots + 2n_\nu\,;\ \gamma_s = m_1 + \dots + m_s.$$

Теорема 5. *Выражения* (11), $x_k = w_k,\ k = 1, \dots, n,\ \tau = (c_0 + t)^{-\frac{1}{p}},\ c_0 > 0$, *будут специальными решениями системы* (10) *тогда и только тогда, когда* $w = (w_1, \dots, w_n) -$ *вещественное решение определяющих уравнений:*

$$Cx + pf(x) = 0. \qquad (12)$$

Указанные решения при $pp_j > 0,\ j = 1, \dots, \gamma + \mu$, будут $0^+ -$ кривыми системы (10).

В параграфе §2.7 дается критерий асимптотической устойчивости нулевого решения системы дифференциальных уравнений.

В параграфе §2.8 изложено приложение обобщённо-однородных по Х. Э. Стенли функций.

Американский физик Х. Э. Стенли в своей монографии «Фазовые явления». (М., Наука, 1972) исходил из равенства

$$G(\lambda^{\alpha_\varepsilon}.\,\varepsilon, \lambda^{\alpha_H}.\,H) = \lambda^p G(\varepsilon, H), \qquad (13)$$

являющегося гипотезой подобия. Легко видеть, что потенциал Гиббса является обобщенно-однородной функцией. Конечно, (13) является частным случаем

$$f(z) = c^p \mathcal{J}(z, x) f(x), \qquad (14)$$

где

$z = A(x, c)x, \qquad \mathcal{J}(z, x) = \left\| \frac{\partial z_i}{\partial x_j} \right\|$ – матрица Якоби.

Нами установлено, что гипотеза подобия (13) имеет именно такой вид, когда экспериментально установлено, что намагниченность $M(\varepsilon, H)$ удовлетворяет условиям: $M(\varepsilon, 0) \sim (-\varepsilon)^\beta$, $M(0, H) \sim H^{\frac{1}{\delta}}$,

где β, δ – критические показатели, выражающиеся через показатели подобия a_ε и a_H.

Глава 3 состоит из 5 параграфов. В этой главе рассматриваются системы, когда траектории их являются параболическими, гиперболическими и эллиптическими. Исследования ведём с помощью функции Ляпунова – Красовского. Рассматриваются потенциальные системы и близкие к ним.

В параграфе §3.1 приводится классификация особых точек. В параграфе §3.2 рассматривается классификация топологически устойчивых точек. В параграфе §3.3 рассматриваются потенциальные системы и близкие к ним. В параграфе §3.4 изучается поведение траекторий обобщённо-однородных систем и близких к ним.

Рассмотрим систему

$$\frac{dx_{ki_k}}{dt} = b_k\varphi_{ki_k}(x_{ki_k}) + \prod_{s=1}^{m}\varphi_{ki_k}^{\gamma}(x_{ki_k})\phi_s^{(\delta_{ki_s})}(x_{s1}\ \ ,\dots,x_{sn_s}), \tag{15}$$

$$\frac{dx_{ki_k}}{dt} = b_k\varphi_{ki_k}(x_{ki_k}) + \prod_{s=1}^{m}\varphi_{ki_k}^{\gamma}(x_{ki_k})\phi_s^{(\delta_{ki_s})}(x_{s1},\dots,x_{sn_s}) + R_{ki_k}(t,x_{11},..,x_{mn_m}), \tag{16}$$

где *k, s=12,…,m,* $\delta_{ki_s} -$ символ Кронекера, $b_k -$ действительное число,

$$\phi_s^{(\delta_{ki_s})} = \begin{cases} \dfrac{\partial\phi_s}{\partial x_{ki_s}} & \text{при } k = s \\ \phi_s & \text{при } k \neq s \end{cases}, \tag{17}$$

$\varphi_{ki_k}(x_{ki_k}) -$ непрерывные дифференцируемые функции, определенные для всех значений, x_{ki_k} , а показатель степени γ можно брать такой, чтобы при всех x_{ki_k} функции $\varphi_{ki_k}^{\gamma}(x_{ki_k})$ принимала действительные значения.

Функции ϕ_s *(s =1,…,m)* являются обобщенно-однородными класса матрицы

$$\left\|\delta_{i_s j_s}\alpha_{si_s j_s}(x_{si_s},c)\right\|, \qquad i_s,j_s = 1,\dots,n_s, \qquad c \in (-\infty,+\infty).$$

Порядка p_s и имеют непрерывные частные производные по всем своим аргументам.

Определение 3. *Траектория* L_q *системы* (15)*, проходящая через точку* $q \in U(0)$ при $t = 0$, *называется* <u>*параболической*</u> *(или лучом), если* $\lim_{t\to+\infty} f(q,t) = 0$, $(\lim_{t\to-\infty} f(q,t) = 0)$ *и* $f(q,t)$ *покидает область* $U(0)$ *соответственно при некотором* $t < 0$ $(t > 0)$.

Траектория L_q *системы* (15) *называется* <u>*гиперболической,*</u> *если точка* $f(q,t)$, *описывающая её, покидает окрестность* $U(0)$ *как при* *возрастании, так и при убывании* t *соответственно при некотором* $t_1 > 0 (t_2 < 0)$.

Траектория L_q *системы* (15)*, вся лежащая в* $U(0)$*, называется* *эллиптической, если* $\lim_{t\to+\infty} f(q,t) = \lim_{t\to-\infty} f(q,t)$.

Теорема 6. *Если*

а) $\varphi_{ki_k}^{1-\gamma}(x_{ki_k})x_{ki_k} > 0$ для $x_{ki_k} \neq 0$ и $\gamma < 1$,

б) $\prod_{k=1}^{m} \phi_k \sum_{j=1}^{m} p_j > 0$ *(соответственно* $\prod_{k=1}^{m} \phi_k \sum_{j=1}^{m} p_j < 0$) *при*

$$\sum_{k=1}^{m} \sum_{i_k=1}^{n_k} x_{ki_k}^2 \neq 0,$$

в) $b_k > 0$ $(k = 1, \ldots, m)$ *(соответственно* $b_k < 0$)*, и все траектории системы* (15)*, кроме особой точки* O*, являются* O^- *(соответственно* O^+*) кривыми, то система* (15) *параболическая по В. В. Немыцкому*.

В §3.5 рассматривается частный случай предыдущей системы и пример.

Публикация автора по теме диссертации

[1] А. Х. Д. Джасим. О свойствах обобщенно-однородных функций // Успехи современной науки ,2016, N.4, Том 3, с. 136-139.

[2] А. Х. Д. Джасим. Об устойчивости системы типа Брио-Буке// Актуальные проблемы математики и смежные вопросы, Сборник научных трудов межвузовского семинара, Махачкала, 2015, с. 39-40.

[3] А. Х. Д. Джасим, Б. Д. Д. Аль – Асади. Об одной системе типа Брио – Буке// Материалы VI Межд. научной конференции «ФДУ и их приложения», ДГУ, 23-26 сен., 2013, с. 121 – 123.

[4] Б. Д. Д. Аль – Асади, А. Х. Д. Джасим, А. Р. Эфендиев. Об обобщенно – однородных системах дифференциальных уравнений// Вестник ДГУ, 2014, Вып.1, с. 68-72.

[5] А. Х. Д. Джасим. Об обобщённо – однородной системе типа Брио-Буке// Вестник ДГУ, 2015, Вып.6, Т.30, с. 135-138.

[6] А. Х. Д. Джасим. Об обобщённо – однородной системе типа Брио-Буке// Материалы VII Межд. научной конференции «ФДУ и их

Работа [1] опубликована в международном научно-исследовательском журнале «Успехи современной науки», который включен в список ВАК, РИНЦ (Elibrary.ru) и в международную базу данных Agris**. Работы [4] и [5]** опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.

Подписано в печать «__»________ 2016 г.

Формат 60х841/16. Печать ризографная. Бумага офсетная.

Гарнитура «Таймс». Усл. п. л. 1. Тираж 100 экз.

Издательство ДГУ

Г. Махачкала, ул. М. Ярагского, 59[а]