На правах рукописи

Донцова Марина Владимировна

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО АРГУМЕНТА К ИССЛЕДОВАНИЮ РАЗРЕШИМОСТИ СИСТЕМ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С РАЗНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМИ НАПРАВЛЕНИЯМИ

01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Владимир – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Нижегородский государственный педагогический университет имени К. Минина».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник **Алексеенко Сергей Николаевич**

Официальные оппоненты:

Репин Олег Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической статистики и эконометрики Института систем управления ФГБОУ ВО «Самарский государственный экономический университет»

Починка Ольга Витальевна, доктор физико-математических наук, заведующая кафедрой фундаментальной математики ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»» (Нижний Новгород)

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева»

Защита диссертации состоится “23” декабря 2016 г. в 16 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.025.08 при Владимирском государственном университете имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых по адресу: 600024, г. Владимир, пр. Строителей, 11, корп. 7 ВлГУ, ауд. 133. Факс (4922) 53-25-75, 33-13-91; e-mail: oid@vlsu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на официальном сайте www.vlsu.ru ВлГУ им. А.Г. и Н.Г. Столетовых, с авторефератом на сайтах http://vak2.ed.gov.ru/catalogue/ и http://diss.vlsu.ru

Автореферат разослан ноября 2016 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.025.08

Наумова С.Б.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Системы квазилинейных и нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных описывают различные задачи из физики и механики, например, при описании распределения электронов в электрическом поле спрайта, при описании нестационарного течения идеального газа и т.д. [18]. Поэтому изучение общих свойств квазилинейных и нелинейных систем дифференциальных уравнений в частных производных и методов их решения актуальны в современной математике.

Для систем квазилинейных и нелинейных уравнений нет достаточно полной теории, нет общих теорем существования и единственности решения задачи Коши, а также универсальных методов решения любых систем дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Каждый из известных методов хорошо применим только к определенному классу уравнений. Например, метод характеристик не требует дополнительных предположений лишь в случае, когда коэффициенты перед производными не содержат неизвестных функций [17].

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} \partial_t u(t,x) + (au + bv)\partial_x u(t,x) = f_1, \\ \partial_t v(t,x) + (cu + gv)\partial_x v(t,x) = f_2, \end{cases} \tag{1}$$

где $u = u(t,x)$, $v = v(t,x)$ – неизвестные функции, $f_1 = f_1(t,x,u,v)$, $f_2 = f_2(t,x,v)$, f_1, f_2 – известные функции.

Поставим для системы уравнений (1) задачу Коши, т.е. зададим начальные условия:

$$u(0,x) = \varphi_1(x), \quad v(0,x) = \varphi_2(x), \tag{2}$$

где $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ – известные функции.

Задача (1), (2) определена в области

$$\Omega_T = \{(t,x) | 0 \le t \le T,\ x \in (-\infty, +\infty), T > 0\}.$$

Системы вида (1) используются для описания различных задач из физики и механики, математической физики, гидродинамики.

Для исследования систем типа (1) применялись самые разнообразные подходы. Например, в [18] содержится анализ разрешимости систем типа (1) как на основе классического метода характеристик, так и с использованием понятия обобщенного решения. Оба эти подхода, как и многие другие, имеют свои достоинства и недостатки.

В рамках классического метода характеристик исследование сводится к исследованию нелинейной системы интегральных уравнений, где всегда присутствует суперпозиция неизвестных функций. И найдя решение в характеристических переменных, для получения решения исходной задачи (1), (2) требуется перейти от характеристических переменных к переменным (t, x). Последняя задача во многих случаях бывает настолько сложной, что её не решают, а принимают допустимость обратного преобразования переменных в качестве условия [17].

Задача определения условий разрешимости в исходных координатах систем нелинейных и квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка эффективно решается в рамках метода дополнительного аргумента [16], [17], [19]. Он не заменяет собой другие известные методы, а дополняет их. Применение этого метода позволяет во многих случаях более эффективно и конкретно определить условия разрешимости систем, интервал разрешимости и избежать необходимости находить обратную функцию. Определение условий разрешимости для систем уравнений в частных производных первого порядка, когда каждое уравнение имеет своё характеристическое направление (а именно к такому виду относится система уравнений (1)), является сложной задачей. Причина в том, что характеристики могут пересекаться.

Впервые метод дополнительного аргумента был предложен академиком М.И. Иманалиевым. В работах М. И. Иманалиева, С. Н. Алексеенко метод дополнительного аргумента позволил исследовать вопросы разрешимости начальной задачи для одного уравнения и систем уравнений типа Уизема, разработан способ применения метода дополнительного аргумента к системам дифференциальных уравнений первого порядка с разными характеристическими направлениями. В работе М. И. Иманалиева, С. Н. Алексеенко [16] с помощью метода дополнительного аргумента определены условия локальной разрешимости задачи Коши (1), (2), при которых решение имеет меньшую гладкость, чем начальные функции $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ и указаны границы интервала разрешимости. В [16] система уравнений имеет более общий вид, чем (1). В работе С.Н. Алексеенко [19] описано, как метод дополнительного аргумента может быть применен, в случае если система уравнений произвольного вида с двумя независимыми переменными приводится к системе, называемой характеристической формой (когда в каждое уравнение входят производные только от одной неизвестной функции) с помощью инвариантов Римана. В работе С.Н. Алексеенко, П.С.Панкова, С.Г. Косова 2004 года проведено исследование разрешимости системы дифференциальных уравнений, описывающей изоэнтропическое течение баротропного газа. В работе С.Н. Алексеенко, Н.А. Грековой 2005 года доказано существование решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений стационарного движения баротропного газа при сверхзвуковых скоростях. В работах С.Н. Алексеенко, Т.А. Шемякиной разработан принципиально новый способ применения метода дополнительного аргумента к изучению системы Франкля в гиперболическом случае и эллиптическом случае. Построены новые расширенные характеристические системы для изучения системы Франкля, доказана теорема локального существования гладкого ограниченного решения задачи Коши для системы Франкля гиперболического типа с новой расширенной характеристической системой.

Цель работы заключается в развитии и применении метода дополнительного аргумента к исследованию разрешимости систем квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с разными характеристическими направлениями.

Методы исследования. Исследование локальной и нелокальной разрешимости задачи Коши для систем двух квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка основано на методе дополнительного аргумента. С помощью метода последовательных приближений доказывается существование и единственность локального решения задачи Коши, которое имеет ту же гладкость, что и начальные функции $\varphi_1(x),\ \varphi_2(x)$.

Доказательство нелокальной разрешимости задачи Коши опирается на глобальные оценки. Из последовательности локальных решений конструируется нелокальное решение (для заданного конечного промежутка $t \in [0,\ T]$).

Научная новизна работы. Получены следующие результаты:

1. Определены условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида (1) с начальными условиями (2) на Ω_T, где $a,\ b,\ c,\ g$ – известные положительные константы, $f_1 = 0,\ f_2 = 0$.

2. Определены условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида (1) с начальными условиями (2) на Ω_T, где $a,\ b,\ c,\ g$ – известные положительные константы, $f_1 = f_1(t,x),\ f_2 = f_2(t,x)$ – известные функции.

3. Определены условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида (1) с начальными условиями (2) на Ω_T, где $f_1 = f_1(t,x,u,v)$, $f_2 = f_2(t,x,v)$ для случая $a,\ b,\ c,\ g$ – известные положительные константы и для случая $b,\ g$ – положительные константы, $a,\ c$ – отрицательные константы.

4. Определены условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида

$$\begin{cases} \partial_t u(t,x) + (au + bv + h_1)\partial_x u(t,x) = f_1(t,x), \\ \partial_t v(t,x) + (cu + gv + h_2)\partial_x v(t,x) = f_2(t,x), \end{cases} \tag{3}$$

где $u = u(t,x),\ v = v(t,x)$ – неизвестные функции с начальными условиями (2) на Ω_T для случая $a,\ c$ – положительные константы, $b,\ g$ - отрицательные константы, $h_1,\ h_2$ – константы и для случая $a,\ b,\ c,\ g,\ h_1,\ h_2$ – известные отрицательные константы.

5. Определены условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида

$$\begin{cases} \partial_t u(t,x) + (a_1 u(t,x) + b_1 v(t,x))\partial_x u(t,x) = a_2 u(t,x) + b_2 v(t,x), \\ \partial_t v(t,x) + (c_1 u(t,x) + g_1 v(t,x))\partial_x v(t,x) = g_2 v(t,x), \end{cases} \tag{4}$$

где $u(t,x)$, $v(t,x)$ – неизвестные функции, a_1, b_1, b_2, c_1, g_1– известные положительные константы, a_2, g_2– известные константы с начальными условиями (2) в области Ω_T.

6. Определены конкретные достаточные условия локальной разрешимости задачи Коши для системы уравнений, описывающей распределение электронов в электрическом поле спрайта.

7. Определены конкретные достаточные условия локальной разрешимости задачи Коши для системы уравнений, описывающей распределение электронов в слабоионизированной плазме в электрическом поле спрайта.

Теоретическая и практическая ценность. Работа носит теоретический характер. В диссертации получены новые результаты, которые важны для приложений и вносят вклад в теорию дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. В частности, определены конкретные достаточные условия локальной разрешимости задачи Коши для системы уравнений, описывающей распределение электронов в электрическом поле спрайта и системы уравнений, описывающей распределение электронов в слабоионизированной плазме в электрическом поле спрайта.

Апробация результатов. Результаты работы обсуждались и сообщались на следующих научных конференциях и семинарах: XVIII Нижегородская сессия молодых ученых. Естественные, математические науки (28 - 31 мая 2013 г.), XII Международный семинар «Физико-математическое моделирование систем» (ФММС-12), (г. Воронеж, ВГТУ, 2014 г.), Международная научно-практическая конференция «50-е Евсевьевские чтения» (г. Саранск, МГПИ имени М. Е. Евсевьева, 2014 г.), XXI Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (г. Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2014 г.), XX Международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии ИСТ - 2014» (г. Н. Новгород, НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2014), Международный молодежный симпозиум «Современные проблемы математики. Методы, модели, приложения» (г. Воронеж, ВГЛТА, 2014 г.), XXI Международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии ИСТ - 2015» (г. Н. Новгород, НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2015 г.), Международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам (г. Суздаль, 2016).

Доклад был отмечен дипломом второй степени на 18 – ой Нижегородской сессии молодых ученых. Естественные, математические науки.

Публикации. Результаты диссертации опубликованы в 15 работах, в том числе 4 статьи из них опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. В совместных статьях [1], [5], [6], [12], [13], [14] вклад всех авторов равный.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы, содержащего 45 наименований. Объем текста 121 страница.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается обоснование актуальности темы диссертации, указаны цель и краткое содержание работы по главам.

Обозначим

$\overline{C}^{1,2,2}(\,\Omega_T\,)$ – пространство функций один раз дифференцируемых по переменной t, дважды дифференцируемых функций по переменной x, имеющих смешанные производные второго порядка и ограниченные вместе со своими производными на Ω_T,

$\overline{\mathrm{C}}^{\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n}(\,\Omega_*)$ – пространство функций, определенных, непрерывных и ограниченных вместе со своими производными до порядка α_m по m - му аргументу, $m=\overline{1,n}$ на некотором неограниченном подмножестве Ω_* пространства R^n, n =1, 2, ...

В первой главе, состоящей из четырех параграфов, проведено исследование разрешимости некоторых видов систем квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с правыми частями, которые не содержат неизвестные функции.

В **параграфе 1.1** рассматривается задача Коши для системы вида (1), где $a,\, b,\, c,\, g$ – известные положительные константы, $f_1 = 0,\; f_2 = 0$ с начальными условиями (2) на Ω_T. Рассматривается следующая система интегральных уравнений:

$$z_1(s,t,x) = x - a(t-s)u - \int_s^t bw_3(\tau,t,x)\,d\tau, \tag{5}$$

$$z_2(s,t,x) = x - g(t-s)v - \int_s^t cw_4(\tau,t,x)\,d\tau, \tag{6}$$

$$w_1(s,t,x) = \varphi_1(z_1(0,t,x)) := u(t,x), \tag{7}$$

$$w_2(s,t,x) = \varphi_2(z_2(0,t,x)) := v(t,x), \tag{8}$$

$$w_3(s,t,x) = w_2(s,s,z_1), \quad w_4(s,t,x) = w_1(s,s,z_2). \tag{9}$$

Итогом исследования является следующая теорема, в которой сформулированы условия нелокальной разрешимости задачи Коши (для заданного конечного промежутка $t \in [0,\ T]$).

Теорема 1. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1),\; i = 1{,}2$ *и выполняются условия:*

$a > 0,\; b > 0,\; c > 0,\, g\; > 0,\, \varphi_1'(x) \geq 0,\; \varphi_2'(x) \geq 0.$

Тогда для любого $T > 0$ *задача Коши* (1), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \overline{C}^{1,2,2}(\Omega_T)$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (5) – (9).

В **параграфе 1.2** рассматривается задача Коши для системы вида (1), где $a,\, b,\, c,\, g$ – известные положительные константы, $f_1 = f_1(t,x),\; f_2 = f_2(t,x)$ – известные функции с начальными условиями (2) на Ω_T. Рассматривается следующая система интегральных уравнений:

$$w_1(s,t,x) = \varphi_1(x - \int_0^t (aw_1 + bw_3)d\mathrm{v}) + \int_0^s f_1(\mathrm{v}, x - \int_\mathrm{v}^t (aw_1 + bw_3)d\tau)\,d\mathrm{v}, \tag{10}$$

$$w_2(s,t,x) = \varphi_2(x - \int_0^t (cw_4 + gw_2)\,d\mathrm{v}) + \int_0^s f_2(\mathrm{v}, x - \int_\mathrm{v}^t (gw_2 + cw_4)d\tau)\,d\mathrm{v}, \tag{11}$$

$$w_3(s,t,x) = w_2(s,s,x - \int_s^t (aw_1\,(\mathrm{v},t,x) + bw_3(\mathrm{v},t,x))d\mathrm{v}), \tag{12}$$

$$w_4(s,t,x) = w_1(s,s,x - \int_s^t (cw_4(\mathrm{v},t,x) + gw_2(\mathrm{v},t,x))\,d\mathrm{v}). \tag{13}$$

Обозначим $C_\varphi = max\{sup_R|\varphi_i^{(l)}|\,, l = \overline{0{,}2}\}$,

$N_f = max\{\sup\limits_{\Omega_T}|f_1|, \sup\limits_{\Omega_T}|f_2|, \sup\limits_{\Omega_T}|\partial_x f_1|, \sup\limits_{\Omega_T}|\partial_x f_2|\},\;\; l = max\{a,b,c,g\}.$

Введем условия:

$$a > 0,\ b > 0,\ c > 0,\ g\ > 0,\ \acute{\varphi}_1(x) \geq 0, \acute{\varphi}_2(x) \geq 0, \partial_x f_1 \geq 0,\ \partial_x f_2 \geq 0. \qquad (14)$$

Итогом исследования являются следующие теоремы.

Теорема 2. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1), i = 1,2,\ f_1(t,x), f_2(t,x) \in \bar{\mathrm{C}}^{2,2}(\Omega_T)$, *где* $T < min\left(\frac{C_\varphi}{4N_f}, \frac{3}{40C_\varphi l}\right)$, *и выполняются условия* (14).

Тогда для любого $T < min\left(\frac{C_\varphi}{4N_f}, \frac{3}{40C_\varphi l}\right)$ *задача Коши* (1), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \bar{C}^{1,2,2}(\Omega_T)$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (10) – (13).

В теореме 2 сформулированы условия локальной разрешимости задачи Коши, при которых решение $u(t,x) = w_1(t,t,x), v(t,x) = w_2(t,t,x)$ имеет такую же гладкость по x, как и начальные функции.

Теорема 3. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1),\ i = 1,2,\ f_1, f_2 \in \bar{\mathrm{C}}^{2,2}(\Omega_T)$ *и выполняются условия* (14). *Тогда для любого* $T > 0$ *задача Коши* (1), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \bar{\mathrm{C}}^{1,2,2}(\Omega_T)$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (10) – (13).

В теореме 3 сформулированы условия нелокальной разрешимости задачи Коши, где $u(t,x) = w_1(t,t,x), v(t,x) = w_2(t,t,x)$.

В **параграфе 1.3** рассматривается задача Коши для системы дифференциальных уравнений со свободными членами для случая a, b, c, g, h_1, h_2 - известные отрицательные константы, а в **параграфе 1.4** для случая a, c – положительные константы, b, g - отрицательные константы, h_1, h_2 – константы. Рассматривается следующая система интегральных уравнений:

$$w_1(s,t,x) = \varphi_1(x - \int_0^t (aw_1(\mathrm{v},t,x) + bw_3(\mathrm{v},t,x) + h_1)d\mathrm{v}) +$$

$$+ \int_0^s f_1(\mathrm{v}, x - \int_{\mathrm{v}}^t (aw_1(\tau,t,x) + bw_3(\tau,t,x) + h_1)d\tau)\, d\mathrm{v}, \qquad (15)$$

$$w_2(s,t,x) = \varphi_2(x - \int_0^t (cw_4(\mathrm{v},t,x) + gw_2(\mathrm{v},t,x) + h_2)\, d\mathrm{v}) +$$

$$+ \int_0^s f_2(\mathrm{v}, x - \int_{\mathrm{v}}^t (gw_2(\tau,t,x) + cw_4(\tau,t,x) + h_2)d\tau)\, d\mathrm{v}, \qquad (16)$$

$$w_3(s,t,x) = w_2(s,s,x - \int_s^t (aw_1(\mathrm{v},t,x) + bw_3(\mathrm{v},t,x) + h_1)d\mathrm{v}), \qquad (17)$$

$$w_4(s,t,x) = w_1(s,s,x - \int_s^t (cw_4(\mathrm{v},t,x) + gw_2(\mathrm{v},t,x) + h_2)\, d\mathrm{v}). \qquad (18)$$

Обозначим $C_\varphi = max\{sup_R|\varphi_i^{(l)}|, l = \overline{0,2}\}$,

$$N_f = max\{\sup_{\Omega_T}|f_1|, \sup_{\Omega_T}|f_2|, \sup_{\Omega_T}|\partial_x f_1|, \sup_{\Omega_T}|\partial_x f_2|\}.$$

Введем условия:

$$a < 0,\ b < 0,\ c < 0,\ g < 0,\ h_1 < 0,\ h_2 < 0,$$
$$\acute{\varphi}_1(x) \le 0,\ \acute{\varphi}_2(x) \le 0, \partial_x f_1 \le 0,\ \partial_x f_2 \le 0. \qquad (19)$$

В **параграфе 1.3** итогом исследования являются следующие теоремы.

Теорема 4. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1), i = 1,2,\ f_1(t,x), f_2(t,x) \in \bar{\mathrm{C}}^{2,2}(\Omega_T)$, *где* $T < min\left(\frac{C_\varphi}{4N_f}, \frac{3}{40C_\varphi l_1}\right)$, $l_1 = max\{|a|,|b|,|c|,|g|\}$, *и выполняются условия* (19). *Тогда для любого* $T < min(\frac{C_\varphi}{4N_f}, \frac{3}{40C_\varphi l_1})$ *задача Коши* (3), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \bar{\mathrm{C}}^{1,2,2}(\Omega_T)$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (15) – (18).

Теорема 5. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1),\ i = 1,2, f_1, f_2 \in \bar{\mathrm{C}}^{2,2}(\Omega_T)$ *и выполняются условия* (19). *Тогда для любого* $T > 0$ *задача Коши* (3), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \bar{\mathrm{C}}^{1,2,2}(\Omega_T)$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (15)–(18).

Введем условия:

$a > 0, b < 0, c > 0, g < 0, h_1, h_2$ – константы,

$$\acute{\varphi}_1(x) \ge 0, \acute{\varphi}_2(x) \le 0,\ \partial_x f_1 \ge 0, \partial_x f_2 \le 0. \qquad (20)$$

В **параграфе 1.4** итогом исследования являются следующие теоремы.

Теорема 6. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1), i = 1,2,\ f_1(t,x), f_2(t,x) \in \bar{\mathrm{C}}^{2,2}(\Omega_T)$, *где* $T < min\left(\frac{C_\varphi}{4N_f}, \frac{3}{40C_\varphi l_2}\right)$, $l_2 = max\{a,|b|,c,|g|\}$, *и выполняются условия* (20). *Тогда для любого* $T < min(\frac{C_\varphi}{4N_f}, \frac{3}{40C_\varphi l_2})$ *задача Коши* (3), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \bar{\mathrm{C}}^{1,2,2}(\Omega_T)$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (15) – (18).

В теоремах 4, 6 сформулированы условия локальной разрешимости задачи Коши, при которых решение $u(t,x)=w_1(t,t,x), v(t,x)=w_2(t,t,x)$ имеет такую же гладкость по x, как и начальные функции.

Теорема 7. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1), i=1,2,\ f_1(t,x), f_2(t,x) \in \bar{C}^{2,2}(\Omega_T)$ *и выполняются условия* (20). *Тогда для любого* $T>0$ *задача Коши* (3), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \bar{C}^{1,2,2}(\Omega_T)$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (15) – (18).

В теоремах 5, 7 сформулированы условия нелокальной разрешимости задачи Коши, где $u(t,x)=w_1(t,t,x), v(t,x)=w_2(t,t,x)$.

Результаты первой главы опубликованы в [1], [7], [8], [11], [12], [13], [14], [15].

Во второй главе, состоящей из трех параграфов, проведено исследование разрешимости некоторых видов систем квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с правыми частями, которые содержат неизвестные функции.

Определены условия локальной разрешимости задачи Коши, при которых решение $u(t,x)=w_1(t,t,x),\ v(t,x)=w_2(t,t,x)$ имеет такую же гладкость по x, как и начальные функции и условия нелокальной разрешимости задачи Коши (для заданного конечного промежутка $t\in[0,\ T]$).

В **параграфе 2.1** рассматривается задача Коши для системы вида (4) с начальными условиями (2) на Ω_T. Рассматривается следующая система интегральных уравнений:

$$w_1(s,t,x)=\varphi_1\left(x-\int_0^t (a_1w_1+b_1w_3)d\mathrm{v}\right)+\int_0^s (a_2w_1+b_2w_3)d\mathrm{v}, \tag{21}$$

$$w_2(s,t,x)=\varphi_2\left(x-\int_0^t \left(c_1w_4(\mathrm{v},t,x)+g_1w_2(\mathrm{v},t,x)\right)d\mathrm{v}\right)+\int_0^s g_2w_2\,d\mathrm{v}, \tag{22}$$

$$w_3(s,t,x)=w_2\left(s,s,x-\int_s^t \left(a_1w_1(\mathrm{v},t,x)+b_1w_3(\mathrm{v},t,x)\right)d\mathrm{v}\right), \tag{23}$$

$$w_4(s,t,x)=w_1\left(s,s,x-\int_s^t \left(c_1w_4(\mathrm{v},t,x)+g_1w_2(\mathrm{v},t,x)\right)d\mathrm{v}\right). \tag{24}$$

Введем условия:

$$a_1>0,\ b_1>0, b_2>0, c_1>0, g_1>0,\ \varphi_1'(x)\geq 0, \varphi_2'(x)\geq 0. \tag{25}$$

Итогом исследования являются следующие теоремы.

Теорема 8. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1), i = 1{,}2,$ *выполняются условия* (25). *Тогда для всех* $0 \le t \le T_2$, где $T_2 = min(\frac{1}{10 l_3}, \frac{1}{25 C_\varphi l_3})$,

$$l_3 = max\{a_1, b_1, b_2, c_1, g_1, |a_2|, |g_2|\},$$

задача Коши (4), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \bar{\mathrm{C}}^{1,2,2}(\Omega_{T_2})$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (21) – (24).

Теорема 9. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1), i = 1{,}2$ *и выполняются условия* (25). *Тогда для любого* $T > 0$ *задача Коши* (4), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \bar{\mathrm{C}}^{1,2,2}(\Omega_T)$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (21)–(24).

В **параграфе 2.2** рассматривается задача Коши для системы вида (1) с начальными условиями (2) на Ω_T, где $f_1 = f_1(t,x,u,v)$, $f_2 = f_2(t,x,v)$ для случая a, b, c, g – положительные константы, а в **параграфе** 2.3 для случая b, g –положительные константы, a, c – отрицательные константы. Рассматривается следующая система интегральных уравнений:

$$w_1(s,t,x) = \varphi_1(x - \int_0^t (a w_1(\mathrm{v},t,x) + b w_3(\mathrm{v},t,x))d\mathrm{v}) +$$

$$+ \int_0^s f_1(\mathrm{v}, x - \int_\mathrm{v}^t (a w_1(\tau,t,x) + b w_3(\tau,t,x))d\tau,\ w_1, w_3(\mathrm{v},t,x))\, d\mathrm{v}, \tag{26}$$

$$w_2(s,t,x) = \varphi_2(x - \int_0^t (c w_4(\mathrm{v},t,x) + g w_2(\mathrm{v},t,x))\, d\mathrm{v}) +$$

$$+ \int_0^s f_2(\mathrm{v}, x - \int_\mathrm{v}^t (g w_2(\tau,t,x) + c w_4(\tau,t,x))d\tau,\ w_2(\mathrm{v},t,x))\, d\mathrm{v}, \tag{27}$$

$$w_3(s,t,x) = w_2(s,s,x - \int_s^t (a w_1(\mathrm{v},t,x) + b w_3(\mathrm{v},t,x))d\mathrm{v}), \tag{28}$$

$$w_4(s,t,x) = w_1(s,s,x - \int_s^t (c w_4(\mathrm{v},t,x) + g w_2(\mathrm{v},t,x))\, d\mathrm{v}). \tag{29}$$

Введем условия:

$$a > 0, b > 0, c > 0, g > 0,\ \varphi_1'(x) \ge 0,$$

$$\varphi_2'(x) \ge 0, \partial_x f_1 \ge 0, \partial_v f_1 \ge 0, \partial_x f_2 \ge 0. \tag{30}$$

Обозначим

$$V_{TK} = \{(t,x,v) | 0 \le t \le T, x \in (-\infty, +\infty), v \in [-K, K]\},$$

$$Z_{TK} = \{(t,x,u,v) | 0 \le t \le T, x \in (-\infty, +\infty), u, v \in [-K, K]\},$$

где K - произвольно зафиксированное положительное число,

$$C_\varphi = max\{sup_R|\varphi_i^{(l)}|, l=\overline{0,2}\},\ C_f = max\{\sup_{Z_{TK}}|f_1|,\ \sup_{V_{TK}}|f_2|\}.$$

В **параграфе 2.2** итогом исследования являются следующие теоремы, в которых константа T_{3k} определяется через исходные данные.

Теорема 10. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1), i = 1,2,\ f_1 \in \bar{C}^{2,2,2,2}(Z_{TK}),$

$f_2 \in \bar{C}^{2,2,2}(V_{TK}),$ *где* $K = 2C_\varphi,$ *и выполняются условия* (30).

Тогда для всех $0 \le t \le T_{3k}$ *задача Коши* (1), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \bar{C}^{1,2,2}(\Omega_{T_{3k}})$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (26) – (29).

Теорема 11. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1),\ i = 1,2,\ f_1 \in \bar{C}^{2,2,2,2}(Z_{TK}),$

$f_2 \in \bar{C}^{2,2,2}(V_{TK}),$ *где* $K = C_\varphi + TC_f$, *и выполняются условия* (30).

Тогда для любого $T > 0$ *задача Коши* (1), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \bar{C}^{1,2,2}(\Omega_T)$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (26)–(29).

Введем условия:

$$a < 0, b > 0, c < 0, g > 0,\ \acute{\varphi}_1(x) \le 0,$$
$$\acute{\varphi}_2(x) \ge 0, \partial_x f_1 \le 0, \partial_v f_1 \le 0, \partial_x f_2 \ge 0. \quad (31)$$

В **параграфе 2.3** итогом исследования являются следующие теоремы, в которых константа T_2 определяется через исходные данные.

Теорема 12. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1), i = 1,2,\ f_1 \in \bar{C}^{2,2,2,2}(Z_{T_2K}),$

$f_2 \in \bar{C}^{2,2,2}(V_{T_2K}),$ *где* $K = 2C_\varphi$, *и выполняются условия* (31).

Тогда для всех $0 \le t \le T_2$ *задача Коши* (1), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \bar{C}^{1,2,2}(\Omega_{T_2})$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (26) – (29).

Теорема 13. *Пусть* $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1),\ i = 1,2,\ f_1 \in \bar{C}^{2,2,2,2}(Z_{TK}),$

$f_2 \in \bar{C}^{2,2,2}(V_{TK}),$ *где* $K = C_\varphi + TC_f$, *и выполняются условия* (31).

Тогда для любого $T > 0$ *задача Коши* (1), (2) *имеет единственное решение* $u(t,x), v(t,x) \in \bar{C}^{1,2,2}(\Omega_T)$, *которое определяется из системы интегральных уравнений* (26)–(29).

Результаты второй главы опубликованы в [2], [3], [4].

В **параграфе 3.1** с помощью метода дополнительного аргумента определены условия локальной разрешимости задачи Коши для системы уравнений, описывающей распределение электронов в электрическом поле спрайта, т.е. для системы вида:

$$\begin{cases}\frac{\partial f_0}{\partial t} - \frac{eE}{3\,m}\frac{1}{v^2}\frac{\partial}{\partial v}(v^2 \cdot f_1) = S_0,\\ \frac{\partial f_1}{\partial t} - \frac{eE}{m}\frac{\partial f_0}{\partial v} = S_1.\end{cases} \tag{32}$$

где $e,\ E, m,\ S_0,\ S_1$ - функции, которые зависят от t, v, f_0, f_1 с начальными условиями: $f_0(0,v) = \varphi_1(v),\quad f_1(0,v) = \varphi_2(v)$ (33)

в области $\Omega_{Tv_0} = \{(t,v)|0 \le t \le T,\ |v| \ge v_0 > 1, T > 0\}$.

Получена следующая система интегральных уравнений:

$$\mu_1(s,t,v) = \sqrt{3}\int_s^t A(\tau, v - \mu_1(\tau,t,v),\ f_{01}(\tau,t,v),\ f_{11}(\tau,t,v))d\tau, \tag{34}$$

$$\mu_2(s,t,v) = -\sqrt{3}\int_s^t A(\tau, v - \mu_2(\tau,t,v),\ f_{02}(\tau,t,v),\ f_{12}(\tau,t,v))d\tau, \tag{35}$$

$$w_1(s,t,v) = \omega_1\big(v - \mu_1(0,t,v)\big) +$$

$$+\int_0^s F_1(\tau, v - \mu_1(\tau,t,v),\ f_{01}(\tau,t,v),\ f_{11}(\tau,t,v), w_1(\tau,t,v), w_3(\tau,t,v))d\tau, \tag{36}$$

$$w_2(s,t,v) = \omega_2\big(v - \mu_2(0,t,v)\big) +$$

$$+\int_0^s F_2(\tau, v - \mu_2(\tau,t,v),\ f_{02}(\tau,t,v),\ f_{12}(\tau,t,v), w_4(\tau,t,v), w_2(\tau,t,v))d\tau, \tag{37}$$

$$f_{01}(s,t,v) = \varphi_1\big(v - \mu_1\ (0,t,v)\big) +$$

$$+\int_0^s (w_3(\tau,t,v) - \frac{\sqrt{3}}{3} S_1(\tau, v - \mu_1(\tau,t,v),\ f_{01}(\tau,t,v),\ f_{11}(\tau,t,v)))\, d\tau, \tag{38}$$

$$f_{12}(s,t,v) = \varphi_2\big(v - \mu_2(0,t,v)\big) +$$

$$+\sqrt{3}\int_0^s (S_0^*(\tau, v - \mu_2(\tau,t,v),\ f_{02}(\tau,t,v),\ f_{12}(\tau,t,v)) - w_4(s,t,v))\, d\tau, \tag{39}$$

$$w_3(s,t,v) = w_2(s,s,v - \mu_1(s,t,v)),\ w_4(s,t,v) = w_1(s,s,v - \mu_2(s,t,v)), \tag{40}$$

$$f_{11}(s,t,v) = f_{12}(s,s,v - \mu_1(s,t,v)), f_{02}(s,t,v) = f_{01}(s,s,v - \mu_2(s,t,v)). \tag{41}$$

где $\frac{eE}{3\,m} = A(t,v,f_0,f_1),\ S_0 + \frac{2eEf_1}{3mv} = {S_0}^*,\quad F_1,\ F_2,\ \omega_1, \omega_2$ - известные функции, которые подробно определены в [5] и в параграфе 3.1.

Итогом исследования является следующая теорема, в которой константа T_{**} определяется на основе исходных данных с помощью конечных алгебраических операций, $f_0(t,v) = f_{01}(t,t,v), f_1(t,v) = f_{12}(t,t,v)$.

Теорема 14. *Пусть для заданных функций выполняются условия:* $E, e, m,\ S_1,\ S_0$ *дважды непрерывно дифференцируемы по всем своим аргументам и* $|E| \geq E_0 > 0, |e| \geq e_0 > 0, |m| \geq m_0 > 0; \varphi_1(v),\ \varphi_2(v) \in C^3(|v| \geq v_0)$. *Тогда система* (32) *с начальными условиями* (33) *при* $0 \leq t \leq T_{**}$ *имеет единственное решение* $f_0(t,v),\ f_1(t,v) \in \overline{C}^{1,1}(\Omega_{T_{**}v_0})$, *при этом функции* $f_0(t,v)$, $f_1(t,v)$ *определяются из системы интегральных уравнений* (34) – (41).

В параграфах 3.2, 3.3 с помощью метода дополнительного аргумента определены условия локальной разрешимости задачи Коши для системы вида (32), где $S_0 = \frac{1}{2v^2}\frac{\partial}{\partial v}(\delta_e \cdot v_e \cdot v^3 \cdot f_0) - v_h \cdot f_0,\ S_1 = -(v_e + v_h) \cdot f_1$,

$e,\ m$ - константы, E зависит от t, f_0, f_1,

δ_e, v_e, v_h зависят от v с начальными условиями (33) в области Ω_{Tv_0}.

Система такого вида описывает распределение электронов в слабоионизированной плазме в электрическом поле спрайта.

Получена следующая система интегральных уравнений:

$$\mu_1(s,t,v) = \int_s^t h_1(\tau, v - \mu_1(\tau,t,v),\ f_{01}(\tau,t,v),\ f_{11}(\tau,t,v))d\tau, \tag{42}$$

$$\mu_2(s,t,v) = \int_s^t h_2(\tau, v - \mu_2(\tau,t,v),\ f_{02}(\tau,t,v),\ f_{12}(\tau,t,v))d\tau, \tag{43}$$

$$w_1(s,t,v) = \omega_1(v - \mu_1(0,t,v)) + \int_0^s F_1(\tau, v - \mu_1,\ f_{01},\ f_{11}, w_1, w_3)d\tau, \tag{44}$$

$$w_2(s,t,v) = \omega_2(v - \mu_2(0,t,v)) + \int_0^s F_2(\tau, v - \mu_2,\ f_{02},\ f_{12}, w_4, w_2)d\tau, \tag{45}$$

$$f_{01}(s,t,v) = \varphi_1(v - \mu_1(0,t,v)) + \int_0^s G_1(\tau, v - \mu_1,\ f_{01},\ f_{11}, w_3)\ d\tau, \tag{46}$$

$$f_{12}(s,t,v) = \varphi_2(v - \mu_2(0,t,v)) + \int_0^s G_2(\tau, v - \mu_2, f_{02}, f_{12}, w_4)\ d\tau, \tag{47}$$

$$w_3(s,t,v) = w_2(s,s,v - \mu_1), \quad w_4(s,t,v) = w_1(s,s,v - \mu_2), \tag{48}$$

$$f_{11}(s,t,v) = f_{12}(s,s,v - \mu_1), \quad f_{02}(s,t,v) = f_{01}(s,s,v - \mu_2). \tag{49}$$

где $M(v) = \frac{v\,\delta_e\,v_e}{2}$, $h_1 = \frac{-M + \sqrt{M^2 + 12A^2}}{2}$, $h_2 = \frac{-M - \sqrt{M^2 + 12A^2}}{2}$, $\frac{eE}{3\,m} = A(t, f_0, f_1)$,

$F_1, F_2, G_1, G_2, \omega_1, \omega_2$ - известные функции, которые подробно определены в [6].

Введем условия

$$|E| \geq E_0 \ > 0,\ |v_{\text{е}}| \leq \frac{\text{с}_{11}}{|v|},\ \left|\frac{dv_{\text{е}}(v)}{dv}\right| \leq \frac{\text{с}_{12}}{|v|},\ \left|\frac{d^2 v_{\text{е}}(v)}{dv^k}\right| \leq \frac{\text{с}_{13}}{|v|},\ \left|\frac{d^3 v_{\text{е}}(v)}{dv^3}\right| \leq \frac{\text{с}_{14}}{|v|},$$

с_{1j} - константы, $\text{с}_{1j} > 0, j = \overline{1,4}.$ (50)

$|E| \geq E_0 \ > 0, |\delta_{\text{е}}| \leq \frac{\text{с}_{21}}{\sqrt{|v|}},\ \left|\frac{d\delta_{\text{е}}(v)}{dv}\right| \leq \frac{\text{с}_{22}}{\sqrt{|v|}},\ \left|\frac{d^2\delta_{\text{е}}(v)}{dv^2}\right| \leq \frac{\text{с}_{23}}{\sqrt{|v|}},\ \left|\frac{d^3\delta_{\text{е}}(v)}{dv^3}\right| \leq \frac{\text{с}_{24}}{\sqrt{|v|}},$

$|v_{\text{е}}| \leq \frac{\text{с}_{25}}{\sqrt{|v|}},\ \left|\frac{dv_{\text{е}}(v)}{dv}\right| \leq \frac{\text{с}_{26}}{\sqrt{|v|}},\ \left|\frac{d^2 v_{\text{е}}(v)}{dv^k}\right| \leq \frac{\text{с}_{27}}{\sqrt{|v|}},\ \left|\frac{d^3 v_{\text{е}}(v)}{dv^3}\right| \leq \frac{\text{с}_{28}}{\sqrt{|v|}},$ с_{2k} - константы,

$\text{с}_{2k} > 0, k = \overline{1,8}.$ (51)

Итогом исследования являются следующие теоремы, в которых константа T_{**} определяется через исходные данные,

$$f_0(t,v) = \ f_{01}(t,t,v), f_1(t,v) = \ f_{12}(t,t,v).$$

Теорема 15. *Пусть для заданных функций выполняются условия: E дважды непрерывно дифференцируема по всем своим аргументам и ограничена вместе со своими производными до второго порядка включительно, функция $\delta_{\text{е}}$ непрерывна вместе с производными до третьего порядка включительно,*

$$v_h \in \bar{\text{C}}^2(|v| \geq v_0),\ \ v_{\text{е}}, \varphi_1(v),\ \ \varphi_2(v) \in \bar{\text{C}}^3(|v| \geq v_0)\ \ \textit{и}$$

$$|E| \geq E_0 \ >0, |\delta_{\text{е}}| \leq \frac{\text{с}_1}{|v|},\ \ \left|\frac{d\delta_{\text{е}}(v)}{dv}\right| \leq \frac{\text{с}_2}{|v|},\ \ \left|\frac{d^2\delta_{\text{е}}(v)}{dv^2}\right| \leq \frac{\text{с}_3}{|v|},\ \left|\frac{d^3\delta_{\text{е}}(v)}{dv^3}\right| \leq \frac{\text{с}_4}{|v|},$$

с_j - *константы,* $\text{с}_j > 0, j = \overline{1,4}.$

Тогда система (32) *с начальными условиями* (33) *при* $0 \leq t \leq T_{**}$ *имеет единственное решение* $f_0(t,v), f_1(t,v) \in \bar{\text{C}}^{1,1}(\ \Omega_{T_{**}v_0})$, *при этом функции* $f_0(t,v),\ f_1(t,v)$ *определяются из системы интегральных уравнений* (42) – (49).

Теорема 16. *Пусть выполняется условие* (50), *E дважды непрерывно дифференцируема по всем своим аргументам и ограничена вместе со своими производными до второго порядка включительно, функция $v_{\text{е}}$ непрерывна вместе с производными до третьего порядка включительно,*

$$v_h \in \bar{\text{C}}^2(|v| \geq v_0),\ \delta_{\text{е}}, \varphi_1(v),\ \ \varphi_2(v) \in \bar{\text{C}}^3(|v| \geq v_0).$$

Тогда система (32) *с начальными условиями* (33) *при* $0 \leq t \leq T_{**}$ *имеет единственное решение* $f_0, f_1 \in \bar{\text{C}}^{1,1}(\ \Omega_{T_{**}v_0})$, *при этом функции* $f_0(t,v)$, $f_1(t,v)$ *определяются из системы интегральных уравнений* (42) – (49).

Теорема 17. *Пусть выполняется условие* (51), E *дважды непрерывно дифференцируема по всем своим аргументам и ограничена вместе со своими производными до второго порядка включительно, функции* δ_{e}, v_{e} *непрерывны вместе с производными до третьего порядка включительно,*

$$v_h \in \bar{C}^2(|v| \geq v_0),\ \varphi_1(v),\ \varphi_2(v) \in \bar{C}^3(|v| \geq v_0).$$

Тогда система (32) *с начальными условиями* (33) *при* $0 \leq t \leq T_{**}$ *имеет единственное решение* $f_0, f_1 \in \overline{C}^{1,1}(\Omega_{T_{**}v_0})$, *функции* $f_0(t,v)$, $f_1(t,v)$ *определяются из системы интегральных уравнений* (42) – (49).

Результаты третьей главы опубликованы в [5], [6], [9], [10].

В заключении приведены общие итоги исследования.

Нумерация.

Нумерация параграфов в каждой главе, а также формул, теорем, лемм, утверждений в каждом параграфе своя.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК

[1] Алексеенко С.Н., Шемякина Т.А., Донцова М.В. Условия нелокальной разрешимости систем дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико–математические науки. 2013. № 3 (177). С. 190–201.

[2] Донцова М.В. Условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с непрерывными и ограниченными правыми частями // Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. 2014. №4. С. 116 – 130.

[3] Донцова М.В. Условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с правыми частями специального вида // Уфимский математический журнал. 2014. Т. 6. №4. С. 71-82.

[4] Донцова М.В. Нелокальное существование ограниченного решения системы двух дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с непрерывными и ограниченными правыми частями // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2014. №3. С. 21 – 36.

Публикации в других изданиях

[5] Алексеенко С.Н., Донцова М.В. Исследование разрешимости системы уравнений, описывающей распределение электронов в электрическом поле спрайта // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. Киров: ВятГГУ, 2012. Вып. 14. С.34–41.

[6] Алексеенко С.Н., Донцова М.В. Локальное существование ограниченного решения системы уравнений, описывающей распределение электронов в слабоионизированной плазме в электрическом поле спрайта // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. Киров: ВятГГУ, 2013. Вып. 15. С.52–59.

[7] Донцова М.В. Исследование разрешимости системы дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка со свободными членами // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2014» / Отв. ред. А.И. Андреев, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов, М.В. Чистякова. [Электронный ресурс] — М.: МАКС Пресс, 2014. — 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM).

[8] Донцова М.В. Нелокальная разрешимость одной системы дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка со свободными членами // Сборник научных трудов по материалам международной заочной научно-практической конференции «Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика». Воронеж: ВГЛТА, 2014. №5. Ч. 1. С. 37-38.

[9] Донцова М.В. Условия локальной разрешимости задачи Коши для системы уравнений, описывающей распределение электронов в слабоионизированной плазме в электрическом поле спрайта // XVIII Нижегородская сессия

молодых ученых. Естественные, математические науки. Н. Новгород: НИУ РАНХИГС, 2013. С. 183 – 185.

[10] Донцова М.В. Система уравнений, описывающая распределение электронов в слабоионизированной плазме в электрическом поле спрайта // Физико-математическое моделирование систем: Материалы XII Международного семинара. Воронеж: ФГБОУ ВПО ВГТУ, 2014. Ч. 1. С. 113 -117.

[11] Донцова М.В. Нелокальная разрешимость системы дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка со свободными членами // Актуальные проблемы теории и методики обучения математике: материалы международной научно – практической конференции с элементами научной школы для молодых ученых «50-е Евсевьевские чтения», 22-23 мая 2014 года. г. Саранск: Мордов. гос. пед. ин-т, 2015. С. 66 -73.

[12] Донцова М.В., Скворцова О.А. Система длинных волн в водном прямоугольном канале, глубина которого меняется вдоль оси, а ширина равна единице // Материалы XX Международной научно-технической конференции «Информационные системы и технологии ИСТ - 2014». — Н. Новгород: НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2014. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

[13] Донцова М.В., Скворцова О.А. Применение метода дополнительного аргумента к исследованию условий локальной разрешимости системы длинных волн в водном прямоугольном канале постоянной ширины // Материалы XXI Международной научно-технической конференции «Информационные системы и технологии ИСТ - 2015». — Н. Новгород: НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2015. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

[14] Донцова М.В., Айбятуллина Г.З. Численное решение некоторого варианта системы длинных волн в водном прямоугольном канале // Материалы XXI Международной научно-технической конференции «Информационные системы и технологии ИСТ - 2015». — Н. Новгород: НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2015. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

[15] Донцова М.В. Исследование разрешимости одной системы квазилинейных уравнений первого порядка // Международная конференция по диффе-

ренциальным уравнениям и динамическим системам. Тезисы докладов. М: МИАН. Суздаль, 2016. С. 68.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[16] Иманалиев М.И., Алексеенко С.Н. К вопросу существования гладкого ограниченного решения для системы двух нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка // Доклады РАН. 2001. Т.379. №1. С.16–21.

[17] Иманалиев М.И., Панков П.С., Алексеенко С.Н. Метод дополнительного аргумента // Вестник КазНУ. Серия «Математика, механика, информатика. Спец. выпуск. 2006. № 1. С. 60–64.

[18] Рождественский Б.Л., Яненко Н.И. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1968. 592 с.

[19] Alekseenko S.N. A basic scheme to investigate two first order quasi – linear partial differential equations // Analytical and Approximate Methods. Shaker Verlag, Aachen 2003. P. 1–14.