

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию СУРНАЧЁВА МИХАИЛА ДМИТРИЕВИЧА «ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ И ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ТИПА Р-ЛАПЛАСИАНА», представленную к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02—дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Исследование вырождающихся эллиптических и параболических уравнений началось в начале 50-х годов прошлого столетия, и с тех пор внимание к изучению свойств решений этих уравнений не ослабевает. Это связано с тем, что с одной стороны подобные уравнения моделируют многочисленные физические процессы, а с другой, обладают рядом специфических свойств не характерных для классических уравнений. Типичным представителем вырождающихся уравнений является уравнение р-Лапласиана, которое в отличие от уравнения теплопроводности, обладает свойством конечной скорости распространения возмущения, а предельная гладкость его решения это $C^{1,\alpha}$. Качественному исследованию вырождающимся уравнений посвящены работы признанных математиков: А.С. Калашникова, О.А. Олейник, S. Kamin, D.G. Aronson, A. Friedman, P. Benilan, L. Caffarelli, J.L. Vazquez, E. DiBenedetto, А.И. Иванова и др. Базируясь на фундаментальных работах О.А. Ладыженской, Н.Н. Уралцевой, В.А. Солонникова, в начале 80-х годов прошлого столетия были созданы интегральные методы для изучения качественных свойств решений вырождающихся эллиптических и параболических уравнений. Отметим здесь работы E. DiBenedetto, N. Alikakos, R. Rostamian, С.Н. Антонцева и др. Эти подходы позволили получить точные локальные и глобальные оценки решений для широких классов уравнений. Однако, несмотря на большое множество работ, посвященных исследованию начально-краевых задач, многие важные вопросы качественной теории изучены либо в линейном случае, либо в нелинейных модельных случаях. Причина, по-видимому, кроется в отсутствие универсальных подходов в качественном исследовании в областях с некомпактными границами и уравнении с весами. В указанных случаях предугадать поведение решения не так просто как в случае всего пространства, поскольку отсутствует эффект масштабирования. В определенном смысле диссертационная работа заполняет указанный выше пробел, и поэтому **актуальность работы** не вызывает никаких сомнений. Диссертация М.Д. Сурначёва посвящена исследованию тонких качественных свойств решений р-Лапласиана и других уравнений. Коротко остановимся на

содержании диссертации. В первой главе диссертации рассматриваются уравнения типа параболического p -Лапласиана с весом из класса Макенхаупта. Установлено неравенство Харнака и гельдеровская непрерывность. Более того, рассмотрен «нерегулярный» вес и доказано неравенство Харнака в специальной форме. Полученные результаты обобщают и углубляют соответствующие результаты E. DiBenedetto, U. Gianazza, V. Vespri и др.

Во второй главе диссертации рассматриваются вопросы поведения при больших значений времени решения уравнения типа p -Лапласиана. Для задачи Коши в классе ограниченных решений доказан критерий равномерной стабилизации решений при неограниченном возрастании времени при условии, что начальная функция имеет равномерное нулевое среднее. Более того, доказан критерий стабилизации ограниченных решений задачи Коши-Дирихле в цилиндрической области с неограниченным основанием. Критерий формулируется в виде сходимости ряда Винера, члены которого содержат p -ёмкость, характеризующую геометрию рассматриваемой области. Далее, устанавливается теорема существования решений со знакопередающимися начальными данными. Результаты этой главы обобщают и усиливают известные результаты работ N. Alikakos, R. Rostamian, А.К. Гущина, В.П. Михайлова, В.В. Жикова, Ф.Х. Мукминова.

Третья глава диссертации посвящена изучению вопросов единственности эллиптического уравнения с нестандартными условиями коэрцитивности и роста. Найдено условие плотности гладких функции для весового пространства Соболева-Орлича с переменным показателем.

В диссертации получены **новые интересные результаты**: Доказано неравенство Харнака и гёльдеровская непрерывность решений для уравнений типа параболического p -Лапласиана с весом из класса Макенхаупта, для класса уравнений с двойной нелинейностью и p -допустимым весом, а также для уравнения типа параболического p -Лапласиана с нерегулярным весом, вырождающимся на части области. Для уравнений типа параболического p -Лапласиана доказан критерий равномерной стабилизации решений задачи Коши, а также критерий стабилизации решений задачи Дирихле в цилиндрических областях с неограниченным основанием, получена теорема существования решений со знакопеременными начальными данными предельного роста. Получено новое эффективное условие плотности гладких функций в весовых пространствах Соболева-Орлича с переменным показателем. Усилены полученные ранее В.В. Жиковым результаты по единственности решений задачи стационарной конвекции-диффузии и дан способ однозначного выбора решения в случае неединственности.

Основные результаты работы носят завершённый характер. Это обстоятельство характеризуется тем, что результаты формулируются в терминах критериев. Методы исследования, используемые автором диссертации, применимы для широких классов уравнений. Высокий уровень диссертации подтверждается еще и тем, что результаты опубликованы в рейтинговых журналах и хорошо известны экспертам по теме диссертации.

Результаты диссертации апробированы достаточно полно, что говорит о высокой степени достоверности. Все результаты, приводимые в диссертации, строго доказаны. В совокупности результаты, полученные диссертантом и развитые им методы, являются имеющим важное фундаментальное значение вкладом в качественную теорию начально-краевых задач для вырождающихся параболических уравнений.

Замечание к диссертации: Не совсем верно утверждение о том, что неравенства (11) в автореферате и соответствующее утверждение в тексте диссертации нет даже в частном случае. В работах В.М. Миклюкова : Miklyukov V.M. Capacity and a generalized maximum principle for quasilinear equations of elliptic type // Dokl. AN SSSR. – 1980. – 250. – P. 1318–1320 был введен класс альфа-монотонных операторов и неравенство (11) было установлено для оператора типа минимальных поверхностей.

Это замечание никак не влияет на общую положительную оценку работы. Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации.

Считаю, что в целом рассматриваемая диссертация соответствует критериям, установленным действующим «Положением о присуждении ученых степеней», а ее автор М.Д. Сурначёв заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук.

Вр.и.о. директора Южного математического института — филиала Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федерального научного центра «Владикавказский научный центр Российской академии наук»

Доктор физ.-мат. наук


17.11.2017

Тедеев Анатолий Фёдорович

Адрес: 362027, г. Владикавказ, ул. Маркуса, 22, ЮМИ ВНЦ РАН

E-mail: a_tedeev@yahoo.com

Тел.: +7 929 804-67-44 (моб.), +7 867 250-18-41 (раб.)

