

О Т З Ы В

официального оппонента о диссертации

Хаммади Алаа Хуссейна

**«Свойства характеристик множества
достижимости различных управляемых систем»**,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.01.02 — дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

Обзор основных работ по теме диссертации

Диссертационная работа А. Х. Хаммади посвящена исследованию свойства статистической инвариантности и различных характеристик множества достижимости детерминированных управляемых систем и систем со случайными параметрами.

Изучение свойства инвариантности (в различных его вариантах) — одна из важнейших задач в математической теории управления и теории дифференциальных игр. Первый результат в этой области опубликован, видимо, М. Нагумо в 1942 году, которым были получены необходимые и достаточные условия слабой инвариантности заданного множества относительно дифференциального уравнения. Отметим, что свойство инвариантности находится в тесной связи со свойством слабой инвариантности и, следовательно, с важными задачами о наведении управляемой системы на целевое множество, описанными Н. Н. Красовским и А. И. Субботиним.

История вопроса, различные аспекты исследования инвариантных множеств и статистических характеристик управляемых систем, непосредственно относящиеся к тематике диссертации А. Х. Хаммади, достаточно подробно изложены в следующих работах:

1. Nagumo M. Über die Laga der integralkurven gewöhnlicher differential Gleichungen // Proc. Phys. Math. Japan. 1942. Vol. 24. P. 399–414.
2. Hartman P. On invariant sets and on a theorem of Wazewski // Proc. Amer. Math. Soc. 1972. Vol. 32. P. 511–520.
3. Aubin J.P. Viability Theory. Boston. Birkhäuser. 1991. 543 с.
4. Kurshanski A.B., Filippova T.F. Dynamics of the set of viable trajectories to a differential inclusion: the evolution equation // Probl. Contr. Inform. Theory. 1988. Vol. 17. №3. P. 137-144.

5. Панасенко Е. А., Тонков Е. Л. Инвариантные и устойчиво инвариантные множества дифференциальных включений // Труды Матем. ин-та им. В. А. Стеклова. 2008. Т. 262. С. 202-221.

6. Гусейнов Х. Г., Ушаков В. Н. Сильно и слабо инвариантные множества относительно дифференциального включения, их производные и применение к задачам управления // Дифференц. уравнения. 1990. Т. 26. №11. С. 1888-1894.

7. Родина Л. И., Тонков Е. Л. Статистические характеристики множества достижимости управляемой системы, неблуждаемость и минимальный центр притяжения // Нелинейная динамика. 2009. Т. 5. № 2. С. 265-288.

8. Родина Л. И., Тонков Е. Л. Статистически слабо инвариантные множества управляемых систем // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2011. Вып. 1. С. 67-86.

Актуальность темы диссертации

Как уже было отмечено, вопрос о существовании инвариантных множеств имеет важное значение в теории управления и теории дифференциальных игр; этот вопрос также неоднократно возникает и во многих прикладных задачах управления, возникающих в экономике, биологии, экологии, физике и других науках.

В последнее время появились работы, посвященные множествам, не обладающим свойством инвариантности (работы В. Н. Ушакова и его учеников). Для таких множеств представляет интерес вопрос о том, в какой степени заданное множество не является инвариантным относительно дифференциального включения, порожденного управляемой системой. Один из возможных подходов в решении этого вопроса состоит в применении инфинитезимального представления свойства инвариантности и вычисления дефекта инвариантности, который оценивает степень несогласованности множества и динамики системы с точки зрения понятия инвариантности.

Другой подход к исследованию свойства инвариантности, предложенный в работах Л. И. Родиной и Е. Л. Тонкова, заключается в определении статистически инвариантного множества относительно управляемой системы и связан с изучением таких характеристик, как относительная частота поглощения и верхняя и нижняя относительные частоты поглощения множества достижимости системы заданным множеством. В работе

А. Х. Хаммади исследование данных характеристик распространяется на системы со случайными параметрами, правая часть которых параметризована с помощью метрической динамической системы. Для этих систем получены оценки характеристик, выполненные с вероятностью единица. Также соискатель изучает новые характеристики, отображающие свойство равномерности пребывания множества достижимости управляемой системы в заданном множестве.

Оценка содержания диссертации и ее завершенность

Диссертация А. Х. Хаммади состоит из введения, 3 глав, 9 параграфов (нумерация параграфов сквозная), заключения и списка цитируемой литературы (68 наименований). Общий объем диссертации — 100 стр.

В работе А. Х. Хаммади рассматривается задача исследования характеристик, отображающих свойство равномерности пребывания множества достижимости управляемой системы в заданном множестве. Свойства этих характеристик рассмотрены как для детерминированных управляемых систем, так и для систем со случайными параметрами. Доказаны утверждения, позволяющие оценивать и вычислять данные характеристики; получены теоремы сравнения, сформулированные в терминах функций Ляпунова и производных в силу дифференциального включения.

Другой задачей, рассматриваемой в диссертации, является исследование свойства статистической инвариантности заданного множества относительно управляемой системы со случайными параметрами и оценка статистических характеристик множества достижимости данной системы.

Среди наиболее интересных результатов, полученных в диссертации А. Х. Хаммади, отмечу следующие:

1. В первой главе исследуются характеристики, которые отображают свойство равномерности пребывания множества достижимости управляемой системы в заданном множестве. В этой главе особо отмечу теорему 1.1 (с. 23) и теорему 3.1 (с. 37–38), в которых получены оценки и равенства для вычисления данных характеристик. Применение этих утверждений проиллюстрировано на примерах управляемых систем с периодическими коэффициентами (см. пример 3.2, с. 41 и пример 4.1, с. 46).

2. Во второй главе исследуются статистически инвариантные множества и статистические характеристики управляемой системы со случай-

ными параметрами, один из основных результатов этой главы сформулирован в теореме 6.1 (с. 66), в которой получены оценки статистических характеристик управляемой системы, выполненные с вероятностью единица. Следует отметить оригинальность доказательства этой теоремы, основанного на эргодических свойствах случайных величин.

3. Оригинальными результатами являются также теоремы 9.1 и 9.2 (глава 3) об оценках характеристик множества достижимости управляемых систем с переключениями.

В заключение отмечу, что все основные утверждения диссертации проиллюстрированы примерами; рассмотрены примеры вычисления и оценок характеристик множества достижимости как для детерминированных управляемых систем, так и для систем со случайными параметрами.

В целом диссертация А. Х. Хаммади представляет вполне законченное исследование по циклу вопросов, относящихся к математической теории управления.

Критический анализ диссертации

Существенных замечаний по диссертации нет, но есть несколько замечаний по изложению.

1. В автореферате желательным было бы привести определение положительно инвариантного множества.

2. Во втором параграфе диссертации для полноты изложения необходимо добавить определение функции, удовлетворяющей локальному условию Липшица.

3. На с. 50 сказано, что рассматривается управляемая система, которую можно отождествить со стационарным случайным процессом, для которого множество состояний конечно, заданы *начальное* вероятностное распределение и вероятности перехода с одного состояния на другое. Думаю, что более правильно было бы сказать, что задано *стационарное* вероятностное распределение, что на самом деле и предполагается в диссертации.

Кроме этого, как мне кажется, в будущем стоит уделить внимание ответу на следующий вопрос: «Можно ли результаты последней главы об оценках характеристик множества достижимости управляемых систем с переключениями распространить на более широкий класс систем и избавиться от предположения, что длины интервалов между моментами переключения постоянные?»

Выводы

Диссертация А. Х. Хаммади посвящена актуальным проблемам математической теории управления. В диссертации получены глубокие результаты, относящиеся к теории управляемости детерминированными системами и системами со случайными параметрами. Основные утверждения диссертации четко сформулированы и доказаны. Новизна полученных результатов проявляется как в методах исследований, так и в содержании доказанных теорем.

Оформление диссертации отвечает современным требованиям к квалификационным работам. Диссертация снабжена рисунками, которые иллюстрируют основные определения и существенные моменты в доказательстве утверждений.

Результаты диссертации опубликованы в полном объеме в статьях в ведущих научных изданиях.

Автореферат диссертации полностью отражает ее содержание.

Считаю, что совокупность результатов диссертации А. Х. Хаммади «Свойства характеристик множества достижимости различных управляемых систем» можно квалифицировать как оригинальную научную работу, результаты которой представляют новое достижение в развитии математической теории управления. Диссертационная работа удовлетворяет требованиям п. 9 положения «О порядке присуждения ученых степеней» ВАК РФ, а ее автор Хаммади Алаа Хуссейн заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02,
профессор, заведующий кафедрой компьютерных сетей
факультета информатики и вычислительной техники
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный университет
им. П.Г. Демидова»

Глызин Сергей Дмитриевич

6 июня 2016 г.

150003, г. Ярославль, ул. Советская, д. 14. ЯрГУ,
кафедра компьютерных сетей факультета информатики и вычислительной техники;
e-mail: glyzin@uniyar.ac.ru; тел. 7-48-21-70-77, 02



Зеряю:
управления по работе
Р.И. Волкова