

Отзыв научного руководителя  
о диссертации Н.С. Устинова  
“Полулинейные уравнения с дробными лапласианами”

Исследованию краевых задач для квазилинейных уравнений и качественных свойств их решений посвящена обширная литература как отечественных, так и зарубежных авторов. В последние несколько десятилетий многократно возрос интерес к нелокальным уравнениям с операторами дробного порядка, важными примерами которых являются дробные лапласианы. Таким операторам и уравнениям с ними посвящены уже сотни работ. Поэтому тема диссертации является актуальной.

В диссертации Н.С. Устинова рассматриваются теоремы существования и качественные свойства решений для нелокальных уравнений вариационной структуры. Для классических уравнений в частных производных с операторами Лапласа и  $p$ -Лапласа в левой части аналогичные вопросы изучались в работах N. Ghoussoub–F. Robert, А.И. Назарова–А.В. Демьянова, С.V. Coffman, Y.Y. Li, J. Vuon, А.И. Назарова–А.П. Щегловой, А.И. Назарова, С.Б. Колоницкого и др. Однако для нелокальных уравнений сложность исследования значительно возрастает.

Большая часть диссертации посвящена разрешимости полулинейных задач для так называемых **спектральных** дробных лапласианов Дирихле и Неймана с критическим ростом правой части в ограниченных областях. При этом диссертанту пришлось существенно развить методику Назарова–Демьянова, в частности, провести весьма тонкий анализ сходимости минимизирующей последовательности в нелокальной версии принципа концентрации–компактности P.-L. Lions. Полученные при этом оценки решения уравнения в полупространстве уже получили применение в недавней работе R. Musina–А.И. Назарова. Кроме того, автором был доказан новый вариант тождества С.И. Похожаева для спектрального лапласиана Дирихле и установлена теорема несуществования, демонстрирующая точность условий в теореме существования.

Далее, в диссертации изучен так называемый **эффект множественности** положительных решений полулинейных задач со спектральным или **суженным (restricted)** лапласианом Дирихле и субкритическим ростом правой части. Здесь автором получены полезные оценки убывания энергии взаимодействия при разбегании двух “горбов” – локализованных частей решения.

Наконец, для задачи со спектральным оператором Неймана диссертантом исследован вопрос о постоянстве решения с наименьшей энергией (**ground state**). Полученные результаты вполне аналогичны имеющимся в локальном случае.

Н.С. Устинов, разрабатывая технически сложную и весьма "горячую" тему, проявил в работе самостоятельность, настойчивость и изобретательность и сумел получить очень интересные результаты, свидетельствующие о квалификации автора.

Научный руководитель,  
д.ф.-м.н., профессор

А. И. Назаров

Подпись НАЗАРОВА Александра Ильича заверяю:

