

Отзыв

официального оппонента на диссертационную работу
Владими́рова Анто́на Алексе́евича

«Некоторые вопросы теории дифференциальных операторов в тройках пространств Соболева»,

представленную на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук по специальности
01.01.02 «дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление»

Работа посвящена широкому спектру вопросов теории дифференциальных операторов с обобщёнными коэффициентами. Основные результаты относятся к спектральной теории таких операторов (асимптотическое поведение, оценка первого собственного значения, и т.д.). Методика исследования основывается на теории дифференциальных операторов, действующих в оснащённых пространствах. Основы этой теории, в рассматриваемом в диссертации контексте, заложены сравнительно недавно (в основном, в работах А.А. Шкаликова и его учеников), а потому она продолжает интенсивно развиваться. В связи с этим данная диссертация представляется весьма актуальной, а результаты, содержащиеся в ней, представляют значительный научный интерес.

Кратко остановимся на содержании диссертации. В первой главе подробно изложены основы подхода; все необходимые понятия описаны достаточно подробно и без пробелов. Основной лейтмотив - представление неограниченных операторов в гильбертовых пространствах в виде ограниченных операторов, действующих в оснащении. Помимо основных понятий здесь приводятся также некоторые утверждения (они выделены в автореферате), которыми автор пользуется в дальнейшем. В целом глава может быть охарактеризована, как методологическая основа для обоснования дальнейших результатов диссертации.

Вторая глава носит более специализированный характер. Здесь показывается как поставить краевую задачу для дифференциального уравнения с коэффициентами, являющимися обобщёнными функциями. В схему, изложенную автором, укладывается, например, струна с обобщённым распределением масс. Эта глава показывает, как мне кажется, тонкость и точность применяемых автором диссертации методов. Грубые методы, как правило, не позволяют делать выводов о качественных свойствах решений дифференциальных уравнений. Здесь же получается комплекс результатов качественного типа: о неосцилляции, о теоремах Штурма, о чебышевских свойствах систем собственных функций.

В третьей главе, по личным мотивам, мне хотелось бы выделить результат об оценке первого собственного значения. Подход, развитый автором диссертации позволил, в частности, получить в качестве легкого следствия оценку первого собственного значения в задаче Штурма - Лиувилля на графе, обобщающую более раннюю оценку, полученную мной совместно с П.А. Кулешовым. Здесь, в качестве пожелания, можно рекомендовать автору продолжить исследование этого вопроса в отношении спектральной задачи для лапласиана на стратифицированном множестве (связном множестве, составленном из конечного числа многообразий). К настоящему моменту в данном направлении получен только довольно грубый результат (в том смысле, что он относится к довольно узкому классу стратифицированных множеств), принадлежащий П.А. Кулешову. Для глубокой разработки

темы не хватает правильных постановок изопериметрических задач на стратифицированных множествах и методов их анализа.

Четвёртая и пятая главы относятся к задаче Штурма - Лиувилля с самоподобными весами. Здесь получены тонкие оценки асимптотического поведения спектра для краевых задач чётного порядка. Ранее я не встречал результатов подобного типа, поэтому они произвели на меня довольно сильное впечатление изящностью постановки задачи и тонкостью полученных результатов. Шестая глава посвящена вопросам неосцилляции. Здесь автор рассматривает спектральную задачу с самоподобным распределением масс. С подобными постановками я также не встречался ранее. Автором на основе весьма остроумных приёмов (содержащихся, например, в предложениях 19 и 20) получают интересные результаты о спектре, которые автору удаётся применить к некоторым вопросам, относящимся к теории винеровских процессов.

Редакционных неточностей, достойных быть отмеченными в отзыве оппонента я не обнаружил. Отмечу только, что при чтении я мысленно перечислял буквы в обозначении оснащения в следующем порядке $\{D^+, B, D^-, I^+, I^-\}$, а не как у автора.

В целом диссертация является законченным научным исследованием в том смысле, что совокупность полученных в ней результатов являет собой единое логическое целое, составляющее существенное развитие теории дифференциальных операторов в оснащённых пространствах.

Результаты прошли достаточную апробацию на ключевых для рассматриваемой тематики конференциях и в специализированных семинарах. По результатам исследований было опубликовано 15 работ в рецензируемых периодических изданиях из списка ВАК. Все результаты являются новыми, представляют большой научный интерес, все они обоснованы на высоком уровне математической строгости и изложены достаточно ясно. Автореферат диссертации правильно отражает её содержание. Текст диссертации позволяет сделать заключение, что её автор имеет высокую научную квалификацию и высокий творческий потенциал.

Учитывая все перечисленные обстоятельства считаю, что диссертация А.А. Владимирова соответствует «Положению о присуждении учёных степеней», удовлетворяет всем требованиям Высшей аттестационной комиссией Министерства образования и науки Российской Федерации, предъявляемым к докторским диссертациям по специальности 01.01.02 - «дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», а её автор - Антон Алексеевич Владимиров - присуждения ему степени доктора физико-математических наук по указанной специальности.

Официальный оппонент,
Д.ф.-м.н., проф. Казахстанско-Британского
Технического Университета



О.М. Пенкин

Почтовый адрес:
050000, Республика Казахстан, г. Аматы, ул. Толе би, 59,
Казахстанско-Британский технический
университет, НОЦ Математики и Кибернетики



Байбарықова А.Б. [Signature]
12.09.2018 г.