

УТВЕРЖДАЮ
Проректор, начальник управления научной политики
МГУ имени М.В.Ломоносова
доктор физико-математических наук, профессор
А.А.Федянин


«» сентября 2020 г.

ОТЗЫВ

**ведущей организации – Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования «Московский
государственный университет имени М.В.Ломоносова»
на диссертацию Шайхуллиной Полины Алексеевны
«Аналитическая классификация простейших ростков полугиперболических
отображений»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.01.02 – «дифференциальные
уравнения, динамические системы и оптимальное управление»**

Одним из основных инструментов качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений является метод нормальных форм. Важнейшими задачами теории нормальных форм являются классификационные задачи. В диссертационной работе П.А.Шайхуллиной как раз и рассматривается одна из таких задач.

С постановки (в работах А.Пуанкаре) задачи о классификации ростков векторных полей (отображений) по настоящее время здесь были получены значительные результаты. А именно полностью исследованы: формальная классификация; аналитическая (гладкая) классификация ростков типа Пуанкаре (А.Пуанкаре, А.Дюлак, А.Д.Брюно). В основном преодолена проблема «малых знаменателей» – для нерезонансных ростков типа Зигеля (К.Л.Зигель, А.Д.Брюно, В.И.Арнольд, Ю.С.Ильяшенко). Однако на этом классический метод исследования (анализ сходимости нормализующих рядов) исчерпал свои возможности. Новый метод решения классификационных задач (метод функциональных инвариантов) был разработан в 80-е годы прошлого столетия в работах Ж.Экалля, С.М.Воронина, Ж.Мартине и Ж.Рамиса. Метод состоит в нормализации исследуемого ростка в «секториальных областях»: функции перехода построенного нормализующего атласа и образуют полный набор инвариантов классификации. Этим методом была получена аналитическая классификация ростков резонансных одномерных отображений и двумерных векторных полей. Метод функциональных инвариантов

затем эффективно использовался и в других задачах (Ю.С.Ильяшенко–С.Яковенко, А.А.Глуцок, С.М.Воронин и др.).

Основой метода функциональных инвариантов являются теоремы о секториальной нормализации. Во всех полученных ранее результатах соответствующие «секториальные области» являлись полуинвариантными, что позволяло строить нормализующие отображения итерационными методами. Однако, в случаях большей размерности (ростки резонансных двумерных отображений и трехмерных векторных полей в случае Зигеля) не удается, как правило, построить атлас на проколотовой окрестности неподвижной (особой) точки, состоящий из полуинвариантных областей. Этим было обусловлено более чем тридцатилетнее отсутствие продвижений в соответствующей классической задаче аналитической классификации.

В работе П.А.Шайхуллиной рассматривается задача об аналитической классификации ростков двумерных полугиперболических отображений (один мультипликатор равен единице, другой – гиперболический). Разработан метод, позволяющий преодолеть проблему «отсутствия полуинвариантности». Для одного конкретного класса «простейших» полугиперболических ростков получено полное решение задачи об аналитической классификации: доказаны теоремы о секториальной нормализации, построены функциональные инварианты, дано их полное описание, и доказана их реализуемость. В качестве приложения полученных результатов получены критерии включаемости отображения в поток (и указана связь построенных инвариантов с модулями Мартине–Рамиса генератора потока) и существования аналитического центрального многообразия (и указана связь построенных инвариантов с модулями Экалля–Воронина для сужения отображения на центральное многообразие).

Результаты, полученные в диссертационной работе П.А.Шайхуллиной, являются существенным продвижением в аналитической теории нормальных форм. В частности, метод решения «простейшего функционального уравнения в полосе», разработанный в диссертации, будет весьма полезен в близких задачах.

Диссертационная работа П.А.Шайхуллиной представляет собой ясно и квалифицированно написанную математическую работу. Тем не менее, к тексту имеются следующие замечания. Работа несколько перегружена формулами, что затрудняет ее чтение и понимание текста; также в работе имеются опечатки. Однако эти замечания касаются текста, но не результатов, и поэтому не влияют на высокую оценку представленной работы и полученных в ней результатов.

Результаты диссертации вносят существенный вклад в локальную теорию динамических систем и могут найти применение в исследованиях по динамическим системам, ведущихся в МИАН им. В.А.Стеклова, СПбГУ, ВШЭ, МГУ имени М.В.Ломоносова, ИППИ им. А.А.Харкевича, ЧелГУ. Все результаты снабжены полными доказательствами. Автореферат правильно отражает содержание диссертации, ее основные результаты полностью опубликованы. Тема диссертации соответствует специальности 01.01.02 – «дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Диссертационная работа «Аналитическая классификация простейших ростков полугиперболических отображений» является завершенным научным исследованием и полностью соответствует требованиям Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации 24

сентября 2013 г. № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, а ее автор П.А.Шайхуллина заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по этой специальности.

Настоящий отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры теории динамических систем механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова. Присутствовали на заседании 6 человек. Результаты голосования: «за» – 6, «против» – 0, «воздержалось» – 0. Протокол № 1а/2020 от 6 сентября 2020 г.

Отзыв подготовлен профессором кафедры теории динамических систем доктором физико-математических наук по специальности 01.01.02 Богаевским Ильей Александровичем (электронный адрес bogaevsk@mccme.ru).

Профессор кафедры
теории динамических систем
д.ф.-м.н. И.А.Богаевский



Заведующий кафедрой
теории динамических систем
д.ф.-м.н., проф. А.А.Давыдов



Декан
механико-математического факультета
д.ф.-м.н., чл.-корр РАН А.И.Шафаревич

