



« Утверждаю»

Директор ИПМех РАН

д.ф.-м.н. Якуш Сергей Евгеньевич

08 сентября 2020 года

## ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертационную работу Булатовой Регины Рашидовны «Математические задачи сплошной среды в модификации Ладыженской», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Диссертационная работа Р.Р. Булатовой посвящена изучению краевых и начально-краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных и систем таких уравнений, возникающих в гидродинамике вязких несжимаемых жидкостей. Рассматриваются различные задачи теории пограничного слоя сплошных сред со сложной реологией. При этом изучается также динамика электропроводных сред под действием магнитного поля. Рассматривается модель неньютоновской вязкой среды, предложенная Ладыженской. Доказывается однозначная разрешимость краевых задач для систем уравнений пограничного слоя, исследуется качественное и асимптотическое поведение полученных решений, исследуется устойчивость решений при возмущении исходных данных задачи.

Работа состоит из введения, трех глав и списка литературы. Во введении подробно излагается история возникновения, развития и актуальность теории пограничного слоя, современное состояние проблем.

В первой главе рассмотрена система уравнений пограничного слоя модифицированной жидкости Ладыженской под влиянием поперечного магнитного поля. Доказана теорема существования и единственности задачи продолжения пограничного слоя, асимптотика решения при выходе его во

внешний поток, с помощью достаточно сильного, поперечного потока жидкости, магнитного поля предотвращен отрыв пограничного слоя и дополнен оценкой смещения точки отрыва вниз по потоку.

Во второй главе рассматривается система уравнений типа Прандтля для симметричного пограничного слоя жидкости с реологическим законом Ладыженской, которая сводится к одному нелинейному уравнению с помощью преобразования Крокко. В этом случае доказана теорема существования и единственности решений системы уравнений пограничного слоя. В работе получены асимптотические оценки решений в окрестности границы области. Также исследуется система уравнений, описывающая поведение симметричного пограничного слоя модифицированной вязкой электропроводной жидкости модели типа Ладыженской в поперечном магнитном поле. Доказаны теоремы существования и единственности и построены асимптотики решений в окрестности границы.

Третья глава посвящена исследованию поведения нестационарного пограничного слоя жидкости с реологическим законом Ладыженской. Для соответствующей системы дифференциальных уравнений доказана теорема существования и единственности в окрестности критической точки. Система также сводилась к одному нелинейному параболическому вырождающемуся уравнению. Более того, в последней главе изучена устойчивость решений такой задачи.

К незначительным замечаниям по диссертационной работе можно отнести наличие опечаток в тексте, например, во введении на стр. 15 - 18 в пунктах 6, 8, 9-11, 13, 14, 16, 19 присутствуют разрывы слов.

В первой главе на стр. 53 в предложении «В случае, когда  $B^2(x) > \left| \frac{dU}{dx} \right|$  данное предположение может не выполняться» следовало бы убрать слово «данное», иначе возникает вопрос, какое предположение имеет возможность не выполняться.

Результаты диссертационной работы автора являются новыми, строго доказаны и грамотно изложены. Материалы диссертации докладывались на нескольких семинарах и международных конференциях. Все основные результаты работы Булатовой Р.Р. своевременно и должным образом опубликованы в девятнадцати работах, пять из которых – в журналах из Перечня ВАК.

Содержание автореферата соответствует содержанию представленной диссертации и отражает основные ее положения.

Работа имеет теоретический характер и может быть использована в различных разделах качественной теории дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных, механики сплошных сред.

На основании изложенного считаем, что диссертация Булатовой Р.Р. «Математические задачи сплошной среды в модификации Ладыженской» по актуальности, объему выполненных исследований и практической значимости полученных результатов полностью соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук. Ее автор Булатова Регина Рашидовна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Отзыв утвержден на семинаре лаборатории механики управляемых систем 8 сентября 2020 года.

Главный научный сотрудник ИПМех РАН  
д.ф.-м.н., профессор

 Шамаев А.С.

119526, г. Москва, просп. Вернадского, д. 101, корп. 1  
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук  
E-mail: <http://www.ipmnet.ru/>  
Тел.: +7 (495) 434-00-17