

В диссертационный совет Д 212.025.08 на базе  
Владимирского государственного университета  
имени А.Г. и Н.Г. Столетовых  
600000, г. Владимир, ул. Горького, д. 87, ВлГУ

**ОТЗЫВ**  
**НА АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ**  
**ДОКТОРА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК**  
**СУРНАЧЁВА МИХАИЛА ДМИТРИЕВИЧА**  
**«ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ И ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ТИПА**  
**P-ЛАПЛАСИАНА»**

Представленная соискателем работа посвящена исследованию нелинейных эллиптических и параболических уравнений типа  $p$ -лапласиана. Это уравнение имеет диффузионный характер, в котором коэффициент диффузии пропорционален  $(p-1)$ -ой степени градиента решения. Такого рода уравнения, с различной зависимостью коэффициента в потоке под знаком дивергенции от самого решения и его градиента рассматривались в работах механиков применительно к задачам течения в пористых средах. Например, в известной монографии Л.С. Лейбензона «Движение природных жидкостей и газов в пористой среде» подобные уравнения возникают в классе уравнений турбулентной (или неньютоновской) фильтрации сжимаемой жидкости в пористой среде. Естественно, реальные зависимости могут носить и существенно более сложный характер. Например, более сложные нестепенные зависимости в обобщениях закона Дарси приводят к моделям Forchheimer.

Автор диссертации рассматривает теоретические задачи. Основной пункт первой главы диссертации — рассмотрение уравнений с коэффициентами, неоднородными по пространству. Устанавливается так называемое неравенство Харнака, которое характеризует скорость расползания пятна в пористой среде. Надо отметить, что в отличие от классического уравнения теплопроводности, возникающего в упругом режиме фильтрации, скорость расползания пятна здесь конечна. Автор устанавливает скорость этого расползания в зависимости от свойств среды в окрестности начального положения пятна.

Вторая глава диссертации посвящена вопросам асимптотического поведения решений при стремлении времени к бесконечности. Надо отметить, что существенной особенностью рассматриваемой автором модели является сохранение уравнения при

добавлении к решению произвольной константы (в уравнении присутствуют только производные от решения, но не оно само). В часто рассматриваемом случае политропического процесса (степенная зависимость давления от плотности, хорошо известные работы Г.И. Баренблатта, О.А. Олейник, А.С. Калашникова и др.) это, вообще говоря, не так.

В третьей главе интересным для приложений пунктом, на мой взгляд, является рассмотрение вопроса о единственности решений задачи диффузии в несжимаемом потоке. Следует отметить, что для приложений в гидродинамике было бы намного интереснее рассмотреть векторную задачу (например, уравнение Стокса).

Замечание к автореферату. На странице 12, строка 13 присутствует непонятное обозначение  $\Omega_T$ , которое ранее не введено. На той же странице, для области используется ещё одно обозначение,  $G$ , что может запутывать читателя.

Несмотря на указанные замечания, в целом работа выполнена на высоком уровне. Считаю, что работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертации, а **автор заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук.**

20 ноября 2017 г.

Доктор технических наук,  
Профессор РАН

 Закиров Эрнест Сумбатович

Организация – место работы:

Институт проблем нефти и газа Российской академии наук (ИПНГ РАН)

Структурное подразделение:

Лаборатория газонефтеконденсатоотдачи пластов

Должность:

Главный научный сотрудник

Почтовый адрес:

119333, г. Москва, ул. Губкина, дом 3, ИПНГ РАН +7 (499) 135 7371

Телефон:

+7 (499) 135 7371

Адрес электронной почты:

ezakirov@ogri.ru

Web-сайт организации в сети Интернет:

<http://www.ipng.ru>

