

Отзыв научного руководителя
о диссертационной работе Шайхуллиной Полины Алексеевны
**«Аналитическая классификация простейших ростков
полугиперболических отображений»**
представленной на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление.

Диссертация Шайхуллиной П.А. относится к теории нормальных форм динамических систем. Значительное число процессов в окружающем нас мире описывается дифференциальными уравнениями. Однако эти дифференциальные уравнения, как правило, не удается решить явно (в квадратурах). Согласно Пуанкаре, в таких случаях следует подходящей заменой координат привести уравнение к какому-либо простому виду («нормальной форме»); нормальная форма, обычно, легко исследуется; это позволяет получать информацию об исходном уравнении. В связи с этой стратегией, возникает вопрос о приведении данной динамической системы к нормальной форме (и, более общий вопрос: когда одну из динамических систем можно локальной заменой координат перевести в другую?). Ответу на последний вопрос (для одного конкретного класса динамических систем) и посвящена работа Шайхуллиной. Поскольку классификационные задачи теории динамических систем являются фундаментальными для всей теории, тематику данной работы следует считать актуальной.

За более чем столетнюю историю (локальной) теории нормальных форм динамических систем, в их исследовании были получены многочисленные результаты. В частности, были полностью изучены формальная и (в основном) гладкая классификации; в аналитическом случае проведено (почти) полное исследование нерезонансных ростков отображений/векторных полей (Пуанкаре, Дюлак, Зигель, Арнольд, Брюно, Йоккоз, Ильяшенко,...). Однако, в резонансном случае, результаты, зачастую, имели негативный характер, и указывали на несовпадение формальной и аналитической классификаций: формальные нормализующие ряды, как правило, оказывались расходящимися. Препятствия для аналитической нормализации были обнаружены в начале 80-х годов прошлого века: ими оказались так называемые функциональные инварианты. В терминах функциональных инвариантов, соответствующая аналитическая классификация (для ростков одномерных параболических отображений и резонансных ростков векторных полей на плоскости) была построена в те же годы в работах Экалля, Воронина, Мальгранжа, Мартине и Рами.

С тех пор прошло более 30 лет; функциональные инварианты были обнаружены во многих других задачах локального анализа. Однако, в классической задаче об аналитической классификации резонансных многомерных ростков (даже двумерных – для отображений, и трехмерных – для векторных полей) существенных продвижений не было. Причина этого состояла в следующем. Функциональные инварианты, обычно, строят по следующему плану. Проколота окрестность неподвижной (особой) точки покрывается конечным числом «секториальных» областей; в каждой из них строится «секториальное» нормализующее отображение. Функции перехода полученного «нормализующего» атласа и доставляют функциональные инварианты аналитической классификации. Так вот, во всех предшествующих работах, секториальные области оказывались полуинвариантными (инвариантными либо для самого отображения, либо для обратного к нему). В таких областях нормализующие отображения строятся достаточно легко (и, для достаточно широкого класса ростков, это и было сделано в работах Столовича и Уеда). Однако, в многомерном случае, из таких областей, как правило, не удается изготовить нормализующий атлас.

В работе Шайхуллиной удалось преодолеть указанные выше проблемы, связанные с нормализацией в неполуинвариантных областях. В частности, для одного класса простейших двумерных резонансных ростков отображений, намеченная программа построения функциональных инвариантов была полностью реализована, что и позволило ей получить аналитическую классификацию ростков указанного класса. Отмечу, что полученные результаты, конечно, можно распространить и на прочие (и даже не только на типичные) классы формальной эквивалентности полугиперболических ростков отображений (Шайхуллина рассматривает в своей работе ровно один класс «простейших» ростков). Выбор «простейшего» класса мотивирован желанием избежать технических сложностей (которых и без того оказалось в избытке), затуманивающих главные проблемы построений.

Считаю, что диссертационная работа Шайхуллиной является значительным продвижением в аналитической теории локальных нормальных форм динамических систем.

Все результаты новые и получены автором самостоятельно. Все результаты сформулированы в виде теорем и формул и достойны быть поданными в диссертационный Совет как работы на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Диссертационная работа Шайхуллиной Полины Алексеевны «Аналитическая классификация простейших ростков полугиперболических

отображений», представленная на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - «дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» удовлетворяет всем требованиям, представленным ВАК РФ, а диссертант заслуживает присвоения учёной степени кандидата физико-математических наук.

23.12.2019

Научный руководитель

С.М. Воронин

доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры математического анализа
ФГБОУ ВО «Челябинский государственный университет»

Подпись профессора Воронина С.М. заверяю

Специалист по кадровой работе
Акутца
В.И. Акутца



С.М. Воронин